

〔 I 〕 図1のように、質量 $2m$ の物体 A と質量 m の物体 B が、ばね定数 k のばねの両端に取り付けられ、滑らかで水平な床の上に静止している。ばねが自然の長さのとき、物体 AB 間の距離は L_0 である。はじめ、物体 A は固定された壁に接している。静止時の物体 B の位置を原点 O とし、床に平行で紙面右向きを正とする x 軸をとる。

質量 m の物体 C が速さ v_0 ($v_0 > 0$) で左向きに等速直線運動し、物体 B に完全非弾性衝突した。ただし、物体の大きさ、物体と床の間の摩擦力、空気抵抗、ばねの質量は無視できる。また、ばねの伸縮と物体の運動は、 x 軸に沿った同一直線上で行われ、ばねの伸縮幅は L_0 よりも小さく、フックの法則が成り立つ範囲内で起こるものとする。

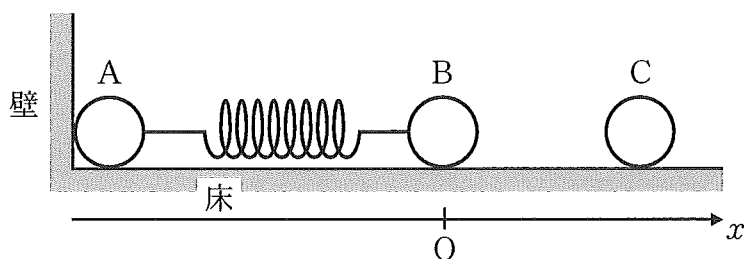


図 1

物体 C が物体 B に衝突した瞬間，物体 B と物体 C は一体となり，一体となった後にばねは縮み始めた。物体 B と物体 C が一体となった物体を，物体 D と呼ぶことにする。物体 D の大きさ，空気抵抗，物体 D と床の間の摩擦力は無視できる。衝突直後から物体 D が再び原点 O に戻るまでの物体 D の運動について，以下の問 1 ～問 3 に答えよ。

問 1 衝突直後の物体 D の速度 v_1 を求めよ。

問 2

- (1) 物体 D の位置を x ，加速度を a とする。物体 D の運動方程式を示せ。
- (2) 物体 C が物体 B に衝突した時刻から，物体 D が再び原点 O に到達するまでに要する時間 t_D を求めよ。

問 3 壁が物体 A を押す力の最大値 $F_{\max}$ を， m ， k ， v_0 ， L_0 のうち必要なものを用いて示せ。導き方も示せ。

物体 D が再び原点 O に達した瞬間、物体 A は壁から離れた。物体 A が壁から離れた時刻を $t = 0$ とする。図 2 に示すように、物体 A の位置を x_A 、物体 D の位置を x_D とする。さらに、物体 A の加速度を a_A 、物体 D の加速度を a_D 、物体 A の速度を v_A 、物体 D の速度を v_D とする。また、ばねでつながれた物体 A と物体 D の重心を G とし、その位置を x_G とする。物体 A と物体 D の時刻 $t (t \geq 0)$ での運動について、以下の問 4 ～問 6 に答えよ。

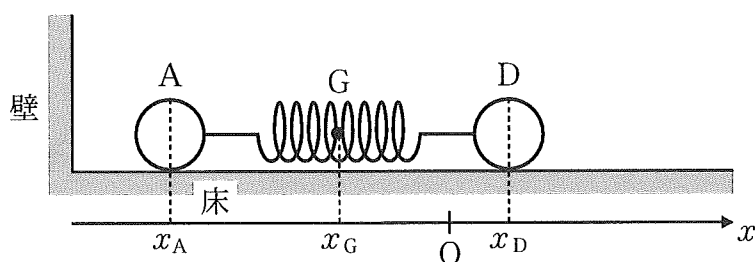


図 2

問 4

- (1) 物体 A と物体 D の運動方程式を、それぞれ、 a_A 、 a_D 、 x_A 、 x_D 、 m 、 k 、 v_0 、 L_0 のうち必要なものを用いて示せ。
- (2) 物体 A から見た物体 D の位置を $x_{AD} = x_D - x_A$ 、加速度を $a_{AD} = a_D - a_A$ とする。物体 A から見た物体 D の運動を表す運動方程式を、 a_{AD} 、 x_{AD} 、 m 、 k 、 L_0 を用いて示せ。
- (3) 物体 A から見た物体 D の運動は単振動となった。物体 A から見た物体 D の運動の周期 T を求めよ。

問 5 重心 G は等速直線運動をした。また、ばねの長さが最大になった瞬間、物体 A と物体 D の速度は等しい値になった。

(1) ばねの長さが最大になった瞬間の物体 A と物体 D の速度 v_2 を求めよ。導き方も示せ。

(2) ばねの長さが最大になった瞬間の物体 AD 間の距離 $L_{\max}$ を、 L_0 , m , k , v_0 を用いて示せ。導き方も示せ。

問 6 時刻 $t (t \geq 0)$ での物体 A の位置 x_A 、物体 D の位置 x_D の時間変化を表すグラフとして適切なものを図 3 の (ア) ~ (エ) から一つ選べ。また、不適切であると判断した三つの選択肢について、不適切と考えられる理由を、それぞれの選択肢に対して一つ述べよ。なお、各グラフの横軸は時刻 t 、縦軸は位置 x 、O は原点を表す。破線は x_D 、実線は x_A 、一点鎖線は重心 G の位置 x_G を表す。 T は問 4 で求めた物体 A から見た物体 D の運動の周期を表し、細線は補助線である。

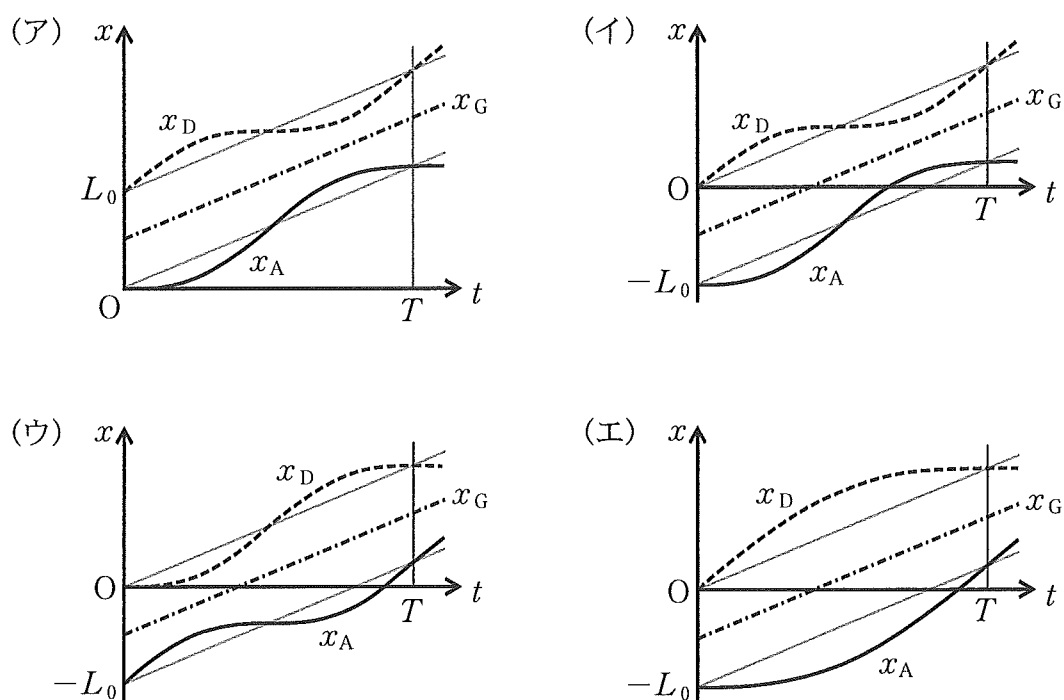


図 3

〔Ⅱ〕 図1のような、温度計、ヒーター、かき混ぜ棒を備えた銅製容器の熱量計を用いた実験を考える。熱量計は断熱材で囲まれており、熱量計内部と外部との熱の出入りはないものとする。また、熱量計内部は常に熱平衡状態にあるものとする。本問で扱う熱量計の熱容量、水、氷、アルミニウムの比熱(比熱容量)は、温度によらず一定とする。

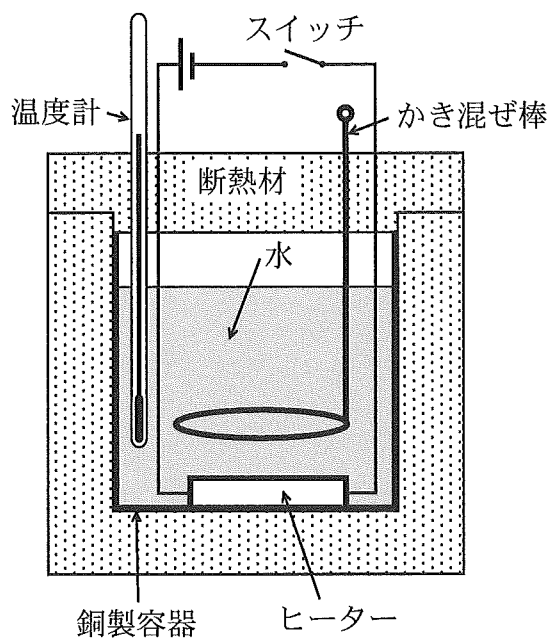


図1

問 1 まず、熱量計に質量 m 、比熱 c の水を入れ、温度 T_1 で熱平衡状態になったとする。この状態で、ある時刻 t_1 に図中の回路のスイッチを閉じ、時刻 t_2 ($t_2 > t_1$) まで電力 P のヒーターで熱量計と中の水を加熱したところ、熱量計と中の水の温度は T_2 まで上昇した。熱量計の銅製容器とかき混ぜ棒を合わせた質量を M 、銅製容器とかき混ぜ棒を合わせた熱量計の熱容量を C_K とする。また、温度計およびヒーターとその回路の熱容量は無視できるとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 時刻 t_1 から時刻 t_2 までの間にヒーターで発生した熱量 Q_H を、 t_1 、 t_2 、 P で表せ。
- (2) 時刻 t_1 から時刻 t_2 までの間に水のみが吸収した熱量 Q_W を、 m 、 M 、 c 、 T_1 、 T_2 のうち必要なものを用いて表せ。
- (3) 時刻 t_1 から時刻 t_2 までの間に銅製容器とかき混ぜ棒を合わせた熱量計が吸収した熱量 Q_K を、 m 、 M 、 C_K 、 T_1 、 T_2 のうち必要なものを用いて表せ。
- (4) Q_H 、 Q_W 、 Q_K の間の関係を示せ。

問 2 銅製容器とかき混ぜ棒を合わせた質量が 200.0 g の、図 1 と同じ構造をもつ熱量計を考える。この熱量計に 100.0 g の氷を入れたところ、全体の温度が $-20.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ で熱平衡状態となった。その状態から電力 100.0 W のヒーターで熱量計を加熱し、熱量計全体の温度の時間変化を測定したところ、図 2 に示す結果となった。加熱開始から 635 s 経過したときの温度は $50.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ である。温度計、およびヒーターとその回路の熱容量は無視できるとする。また、水の比熱は $4.20\text{ J}/(\text{g}\cdot\text{K})$ とする。以下の問いに有効数字 3 桁で答えよ。

- (1) 時間 400 s から 635 s の間にヒーターで発生した熱量はいくらか。
- (2) 銅製容器とかき混ぜ棒を合わせた熱量計の熱容量はいくらか。
- (3) 氷の比熱はいくらか。
- (4) 氷 1 g あたりの融解熱はいくらか。

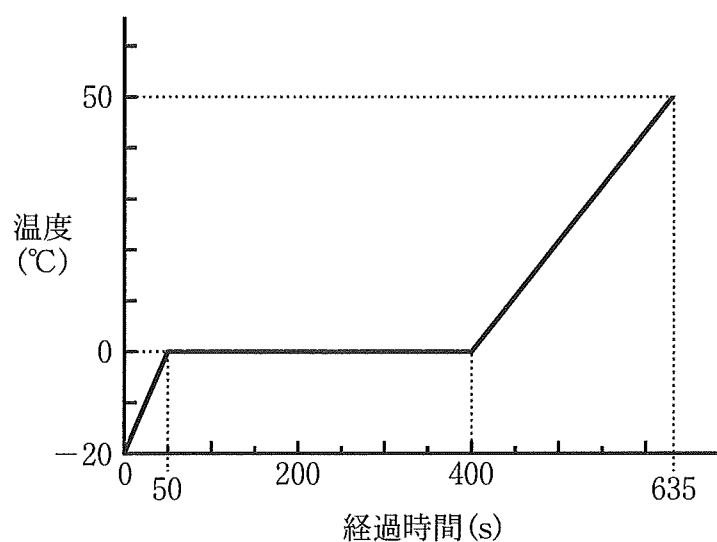


図 2

問 3 問 2 と同じ空の熱量計に、同様に 100.0 g の氷を入れて全体の温度が $-20.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ の状態を作った。この熱量計に $100.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ のアルミニウムの球 100.0 g を入れて十分長い時間放置したところ、熱量計全体の温度は $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ で熱平衡状態になった。アルミニウムの比熱を $0.900\text{ J}/(\text{g}\cdot\text{K})$ とする。以下の問いに有効数字 3 桁で答えよ。

(1) アルミニウム球が失った熱量はいくらか。

(2) $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ で熱平衡状態になったとき、融けずに残っている氷の質量はいくらか。

〔Ⅲ〕 図1のように、真空中で、一辺の長さ L の正方形の頂点 A, B, C, D に、無限に長い直線状の導線を紙面垂直方向に固定した。頂点 A と B には、紙面垂直方向に表から裏に向かう直流電流 I 、頂点 C と D には、紙面垂直方向に裏から表に向かう直流電流 I が流れている。また、正方形の中心を点 E とする。真空の透磁率を μ_0 とする。以下の問 1 ～問 3 に答えよ。

問 1 頂点 A を通る直流電流が点 E につくる磁束密度の大きさを求めよ。また、磁束密度の向きを、図 1 に示した矢印①～⑧の中から選び、記号で答えよ。

問 2 頂点 A, B, C, D を通る 4 本の直流電流すべてによって点 E につくられる磁束密度の大きさを求めよ。また、磁束密度の向きを、図 1 に示した矢印①～⑧の中から選び、記号で答えよ。

問 3 点 E に、無限に長い直線状の導線を紙面垂直方向に固定し、紙面に垂直に表から裏に向かって直流電流 I を流した。このとき点 E に設置した導線の長さ L の部分が受ける力の大きさを求めよ。また、力の向きを、図 1 に示した矢印①～⑧の中から選び、記号で答えよ。

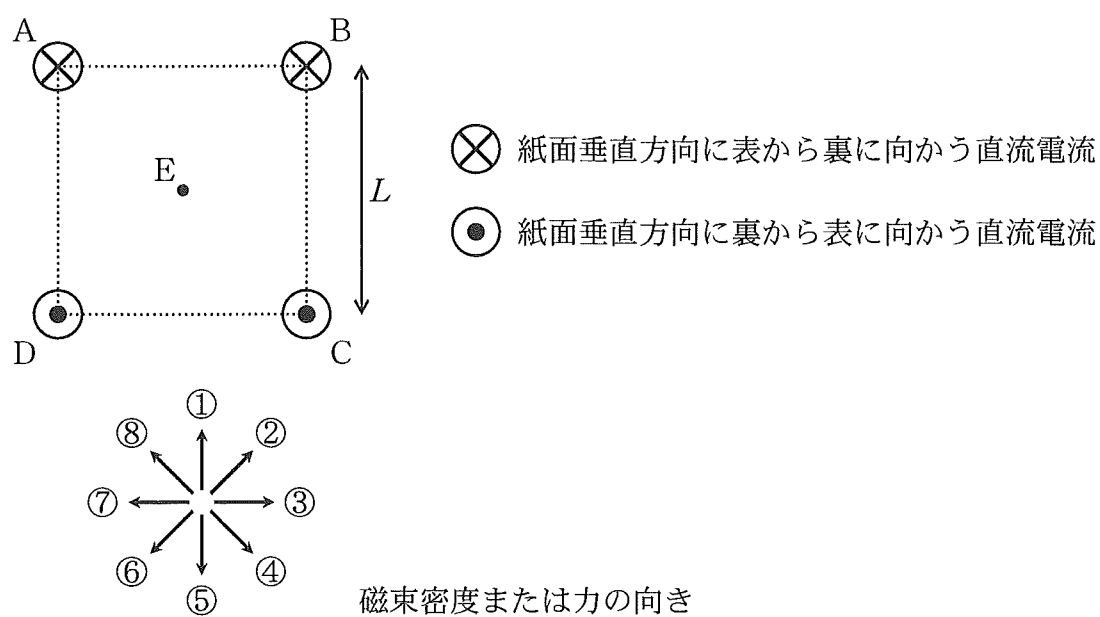


図 1

次に、図2のように、真空中で固定された無限に長い直線状の導線1に大きさ I_1 の直流電流が矢印の向きに流れている場合を考える。一辺の長さ L の正方形の一巻きコイルと抵抗値 R の抵抗からなる閉回路 ABCD がある。この閉回路 ABCD を、辺 AD と導線1が平行で、かつ、閉回路 ABCD と導線1が同一平面内にくるように固定する。辺 DC と平行に $\overrightarrow{DC}$ の向きに x 軸をとり、導線1の位置を $x = 0$ 、辺 AD の位置を $x = a$ とする。なお、閉回路は変形せず、閉回路の自己インダクタンスとコイル自身の抵抗は無視できる。真空の透磁率を μ_0 とする。以下の問4～問6に答えよ。

問4 閉回路 ABCD に $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ の向きに直流電流 I_2 が流れている。このとき、閉回路全体が受ける力の大きさを求めよ。また、力の向きを図2に示した矢印①～⑧の中から選び、記号で答えよ。

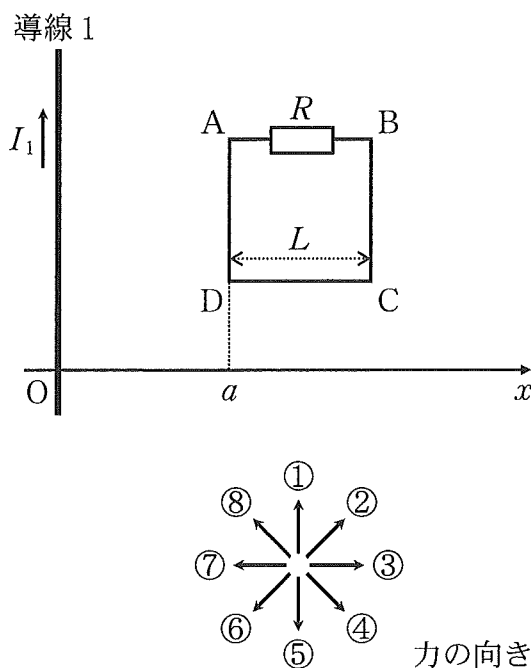


図2

問 5 閉回路 ABCD を電流が流れていない状態に戻す。時刻 t_1 において、導線 1 に流れる直流電流の大きさが I_1 のとき、閉回路 ABCD 内を貫く磁束は Φ_1 であった。次に、図 3 のように、時刻 t_1 から $3t_1$ までの間に直流電流の大きさを I_1 から $4I_1$ に単調増加させた。以下の問いに I_1 、 Φ_1 、 t_1 、 R のうち必要なものを用いて答えよ。

- (1) 時刻 $3t_1$ のとき、閉回路 ABCD 内を貫く磁束を求めよ。
- (2) 時刻 t_1 から $3t_1$ までの間 ($t_1 < t < 3t_1$)、閉回路 ABCD に発生する誘導起電力の大きさを求めよ。また、誘導電流が流れる向きは
 (ア) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$, (イ) $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$
 のどちらか。(ア)または(イ)の記号で答えよ。
- (3) 時刻 t_1 から $3t_1$ までの間に閉回路 ABCD に発生するジュール熱を求めよ。ただし、閉回路に流れる電流が作る磁場は無視できるものとする。

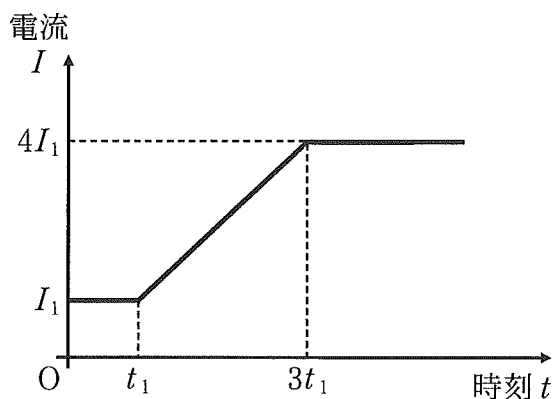


図 3

問 6 導線 1 に流れる直流電流の大きさを I_1 に戻し，閉回路 ABCD を電流が流れていない状態に戻す。次に，図 4 のように，閉回路 ABCD を，辺 DC を x 軸と平行に保ちながら，一定の速さ v で x 軸の正の向きに移動させた。辺 AD が $x = b$ ($b > a$) の位置にきたとき，閉回路 ABCD に発生する誘導起電力の大きさ $|V|$ を求めよ。なお， L は b より十分に小さく，直流電流 I_1 による $x = b$ 付近での磁束密度の大きさ $B(x)$ は，定数 B_0 ($B_0 > 0$) と比例定数 k ($k > 0$) を用いて， $B(x) = B_0 - kx$ と近似できるものとする。誘導起電力の大きさ $|V|$ は， B_0 ， k ， v ， L のうち必要なものを用いて表せ。導き方も示せ。

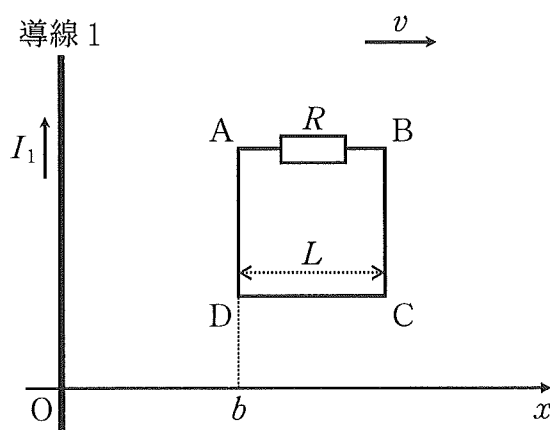


図 4