

令和7年度東北大学個別学力試験

補足説明（前期）

数学〔理系〕

4ページ

1 の (1), (2), (3) において,

「…繰り返した後に, …」
とは,
「…繰り返したとき, …」
という意味である。

令和7(2025)年 2月26日

前期：経済学部(理系)・理学部・医学部(医学科、
保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・
歯学部・薬学部・工学部・農学部

1 原点を出発点として数直線上を動く点 P がある。試行 (*) を次のように定める。

(*) $\left\{ \begin{array}{l} \text{1 枚の硬貨を 1 回投げて,} \\ \bullet \text{表が出た場合は点 } P \text{ を正の向きに 1 だけ進める。} \\ \bullet \text{裏が出た場合は 1 個のさいころを 1 回投げ,} \\ \quad \text{奇数の目が出た場合は点 } P \text{ を正の向きに 1 だけ進め,} \\ \quad \text{偶数の目が出た場合は点 } P \text{ を負の向きに 2 だけ進める。} \end{array} \right.$

ただし、硬貨を投げたとき表裏の出る確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ 、さいころを投げたとき 1 から 6 までの整数の目の出る確率はそれぞれ $\frac{1}{6}$ とする。このとき、以下の問い合わせよ。

- (1) 試行 (*) を 3 回繰り返した後に、点 P が原点にもどっている確率を求めよ。
- (2) 試行 (*) を 6 回繰り返した後に、点 P が原点にもどっている確率を求めよ。
- (3) n を 3 で割り切れない正の整数とする。試行 (*) を n 回繰り返した後に、点 P が原点にもどっている確率を求めよ。

(前期：経済学部(理系)・理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・)
検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部

2 正の実数からなる 2 つの数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ を次のように定める。

$$x_1 = 2, \quad y_1 = \frac{1}{2}, \quad x_{n+1} = (x_n)^5 \cdot (y_n)^2, \quad y_{n+1} = x_n \cdot (y_n)^6$$

このとき, 以下の問い合わせよ。

- (1) k を実数とする。 $a_n = \log_2 x_n$, $b_n = \log_2 y_n$ とおく。このとき, 数列 $\{a_n + kb_n\}$ が等比数列になるような k の値をすべて求めよ。
- (2) 数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。

3 a を実数とし, 関数 $f(x)$ を次のように定める。

$$f(x) = x^4 + \frac{4a}{3}x^3 + (a+2)x^2$$

このとき, 以下の問い合わせよ。

- (1) 関数 $f(x)$ が極大値をもつような a のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ が $x = 0$ で極大値をもつような a のとり得る値の範囲を求めよ。

(前期：経済学部(理系)・理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・)
検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部)

4 n を正の整数, a を正の実数とし, 関数 $f(x)$ と $g(x)$ を次のように定める。

$$f(x) = n \log x, \quad g(x) = ax^n$$

また, 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ が共有点をもち, その共有点における 2 つの曲線の接線が一致しているとする。このとき, 以下の問い合わせよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) この 2 つの曲線と x 軸で囲まれた部分の面積 S_n を求めよ。

(3) (2) で求めた S_n に対し, 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。

5 S を xyz 空間内の原点 $O(0,0,0)$ を中心とする半径 1 の球面とする。また, 点 $P(a, b, c)$ を点 $N(0, 0, 1)$ とは異なる球面 S 上の点とする。点 P と点 N を通る直線 ℓ と xy 平面との交点を Q とおく。このとき, 以下の問い合わせよ。

(1) 点 Q の座標を a, b, c を用いて表せ。

(2) xy 平面上の点 $(p, q, 0)$ と点 N を通る直線を m とする。直線 m と球面 S の交点のうち, 点 N 以外の交点の座標を p, q を用いて表せ。

(3) 点 $\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ を通り, ベクトル $(3, 4, 5)$ に直交する平面 α を考える。点 P が平面 α と球面 S との交わりを動くとき, 点 Q は xy 平面上の円周上を動くことを示せ。

(前期：経済学部(理系)・理学部・医学部(医学科、保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部)

[6] 1辺の長さが 1 の正五角形を K とする。このとき、以下の問い合わせに答えよ。

- (1) K の対角線の長さを求めよ。
- (2) K の周で囲まれた図形を P とする。また、 P を K の外接円の中心の周りに角 θ だけ回転して得られる図形を P_θ とする。 P と P_θ の共通部分の周の長さを ℓ_θ とする。 θ が $0^\circ < \theta < 72^\circ$ の範囲を動くとき、 ℓ_θ の最小値が $2\sqrt{5}$ であることを示せ。