

物 理

1 図1のように、水平に対して傾き角 θ をもつ斜面 AC, EG と、点 O を中心とする半径 R 、中心角 2θ の円弧状の曲面 CE をなめらかにつないだ表面をもつ台がある。斜面 AC, EG 上で点 O と同じ高さにある点をそれぞれ B, F とする。点 C, E は同じ高さにあり、円弧 CE 上で最も高い位置にある点を D とする。この台の上での質量 m の小球と質量 M の小物体の運動を考える。ばね定数 k のばねの一端が点 A にある固定具で斜面に固定されており、もう一端には薄い支持板が取り付けられ、ばねが斜面に平行に伸び縮みできるようになっている。ばねが自然長のとき支持板は点 B の位置にある。重力加速度の大きさを g とする。小球および支持板と台の間の摩擦、小球と小物体の大きさ、ばねや支持板の質量は無視できるものとして、以下の問(1), (2)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も説明せよ。

問(1) 小球の運動について考える。

- (a) 小球を支持板の上に乗せて、ばねを自然長から d だけ縮めたところで手をはなすと、小球は静止した。 d を、 k, m, g, θ を用いて表せ。
- (b) さらに支持板を押し下げ、ばねを自然長から $3d$ だけ縮めたところで手をはなすと、小球は点 B において速さ v_0 で支持板から離れた。 v_0 を、 k, m, d を用いて表せ。
- (c) 斜面 BC を上った小球は点 C を速さ v_1 で通過した。 v_1 を、 v_0, g, R, θ を用いて表せ。
- (d) 小球が点 C で台から離れるためには、 v_1 はある値 v_c より大きくなければならない。 v_c を、 g, R, θ を用いて表せ。
- (e) 小球は点 C で台から離れ、点 E で再び台に接触した。このことから、問(1)(b)の v_0 を、 g, R, θ を用いて表せ。

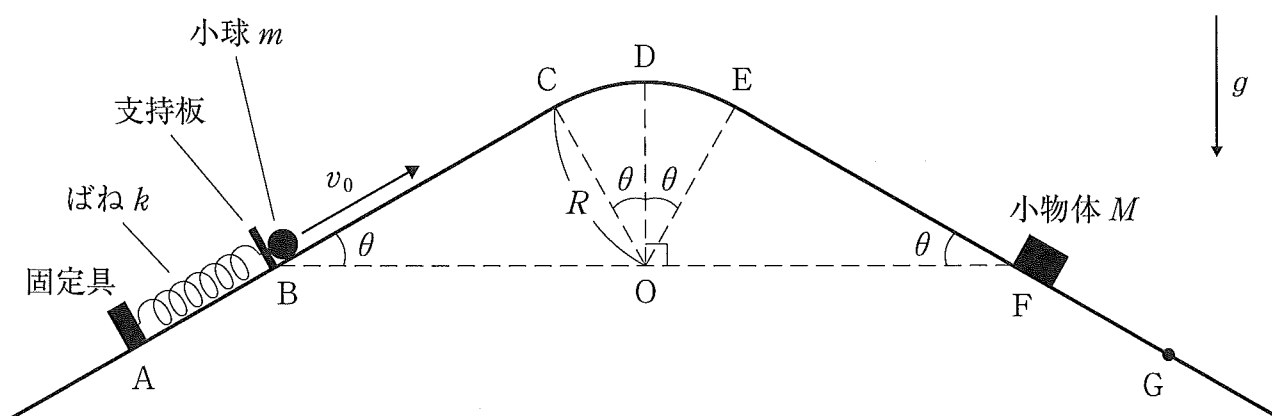


图 1

問(2) 小球は、問(1)(e)において点Eで台に接触した後、台から離れずに斜面EFを下り、点Fに静止していた質量 M ($M > m$) の小物体と衝突した。小球と小物体の衝突は弾性衝突である。図2のように、小球が小物体と衝突した直後の小球の速さを v_2 、小物体の速さを V_2 とする。また、小物体と斜面の点Fより下の部分の間には摩擦があり、その動摩擦係数を μ' とする。

- (a) v_2 および V_2 を、それぞれ m 、 M 、 v_0 を用いて表せ。
- (b) 衝突後、小物体は斜面を距離 L だけすべって点Gで静止した。 L を、 μ' 、 θ 、 g 、 V_2 を用いて表せ。

以下では、 $\theta = 45^\circ$ の場合を考える。

- (c) 衝突後の小球が台に接したまま運動して点Dを通過するためには、 v_2 はある範囲 $v_a < v_2 \leq v_b$ になくなくてはならない。 v_a および v_b を、それぞれ g 、 R を用いて表せ。
- (d) 衝突後の小球が台に接したまま到達する最も高い点の、点Fからの高さを h とする。小物体の質量 M を $M > m$ の範囲で変えて実験をくり返したとき、 h と M の関係を表すグラフとして最も適切なものを、図3の(あ)～(く)の中から1つ選び、記号で答えよ。また、その記号を選んだ理由を説明せよ。

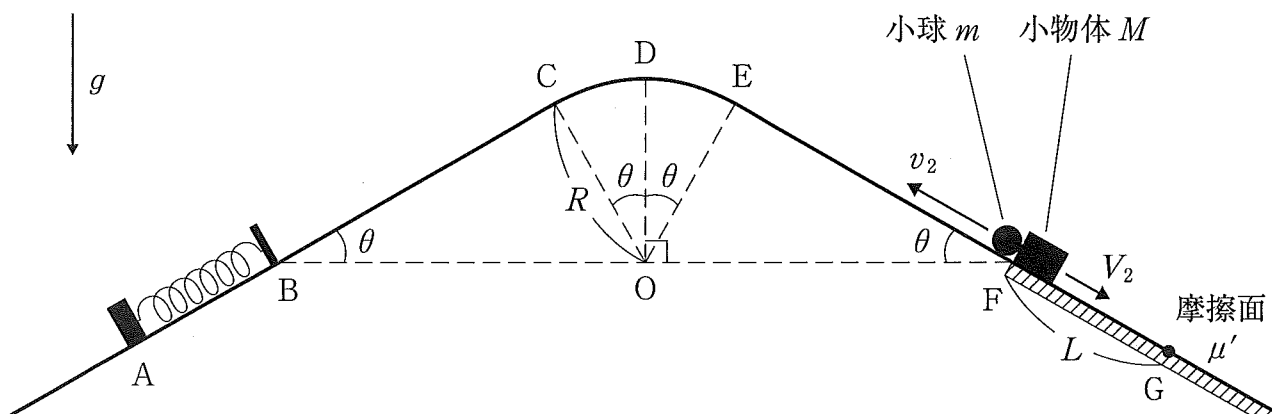
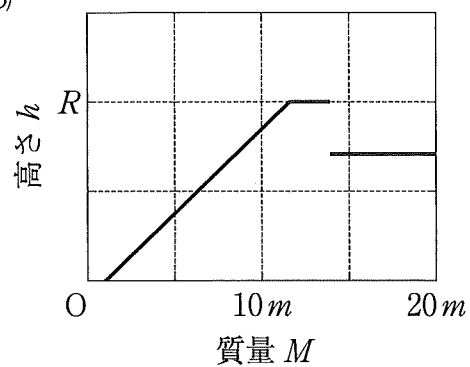
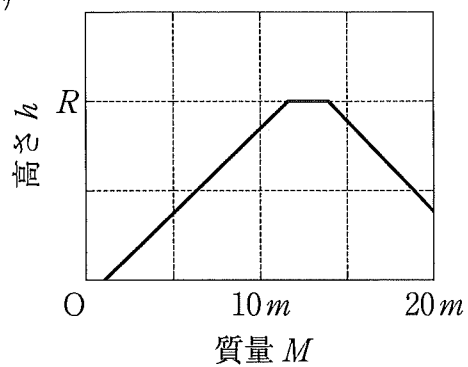


図2

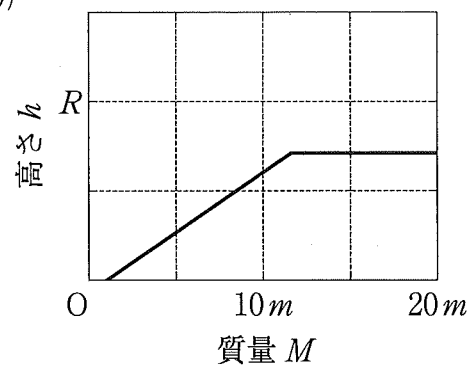
(あ)



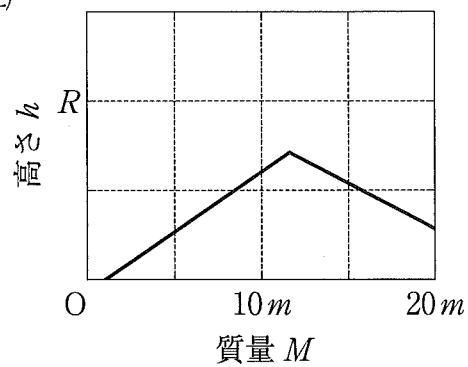
(い)



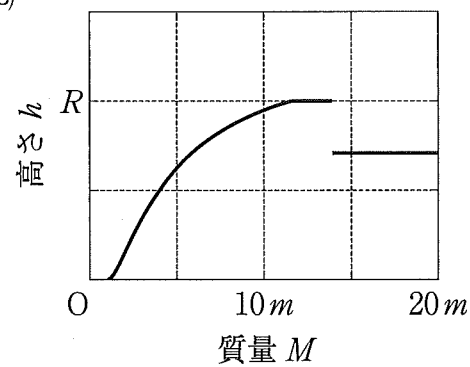
(う)



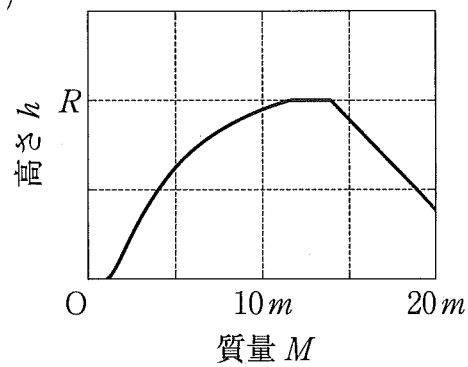
(え)



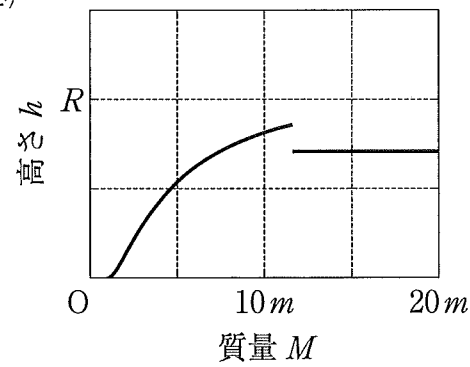
(お)



(か)



(き)



(く)

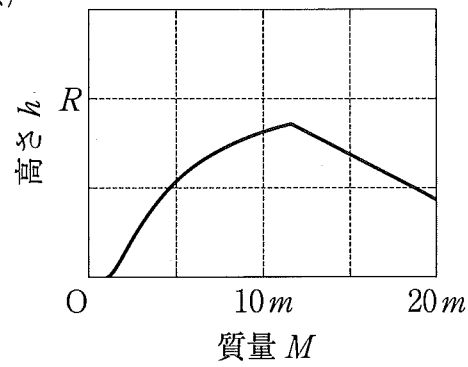


図 3

2 図1のように、鉛直下向きに y 軸をとる。 $y \geq h$ の領域には一様な磁束密度 B (紙面表から裏へ貫く向き)の磁場(磁界)が存在している。この空間で、回路を落下させた場合について考える。空気抵抗、回路に流れる電流がつくる磁場は無視でき、回路は落下中に回転しないとする。なお、重力加速度の大きさを g とする。以下の問(1)、(2)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も説明せよ。

問(1) 質量 m 、縦の長さ ℓ 、幅 w 、全抵抗が R の長方形の導線で作られた回路がある。回路は磁場に垂直な平面内にあり、はじめは、図1のように回路の下辺が $y = 0$ の位置にあった。時刻 $t = 0$ で静かに落下を開始させると、回路の下辺が磁場内に入った時刻 t_1 から落下速度が減少しはじめた。その後、時刻 t_2 で回路の上辺も磁場内に入った。時刻 t_1 から t_2 までの間に回路で発生したジュール熱は Q であった。

- (a) 時刻 t_1 で回路に誘導電流が流れはじめた。このときの回路の落下速度 v_1 および電流の大きさ I_1 を、それぞれ m, g, h, ℓ, w, B, R の中から必要なものを用いて表せ。また、流れる電流の向きを図1の(ア)、(イ)の中から選び、記号で答えよ。
- (b) 時刻 t_1 から t_2 の間で落下速度が減少するためには、磁場が存在する領域までの距離 h はある値より大きい必要がある。 h の条件を、 m, g, w, B, R を用いて表せ。
- (c) 時刻 t_2 での回路の落下速度 v_2 を、 m, g, ℓ, h, Q を用いて表せ。
- (d) 時刻 t_2 から時間 Δt が経過したとき、再び時刻 t_1 のときと同じ落下速度に達した。経過時間 Δt を、 m, g, ℓ, h, v_2 の中から必要なものを用いて表せ。
- (e) 回路を流れる電流の大きさの時間変化を表したグラフとして最も適切なものを、図2の(あ)～(け)の中から1つ選び、記号で答えよ。また、その記号を選んだ理由を説明せよ。

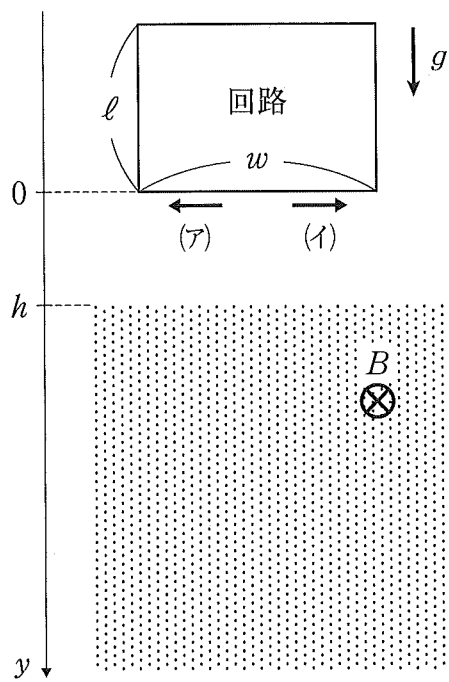


図 1

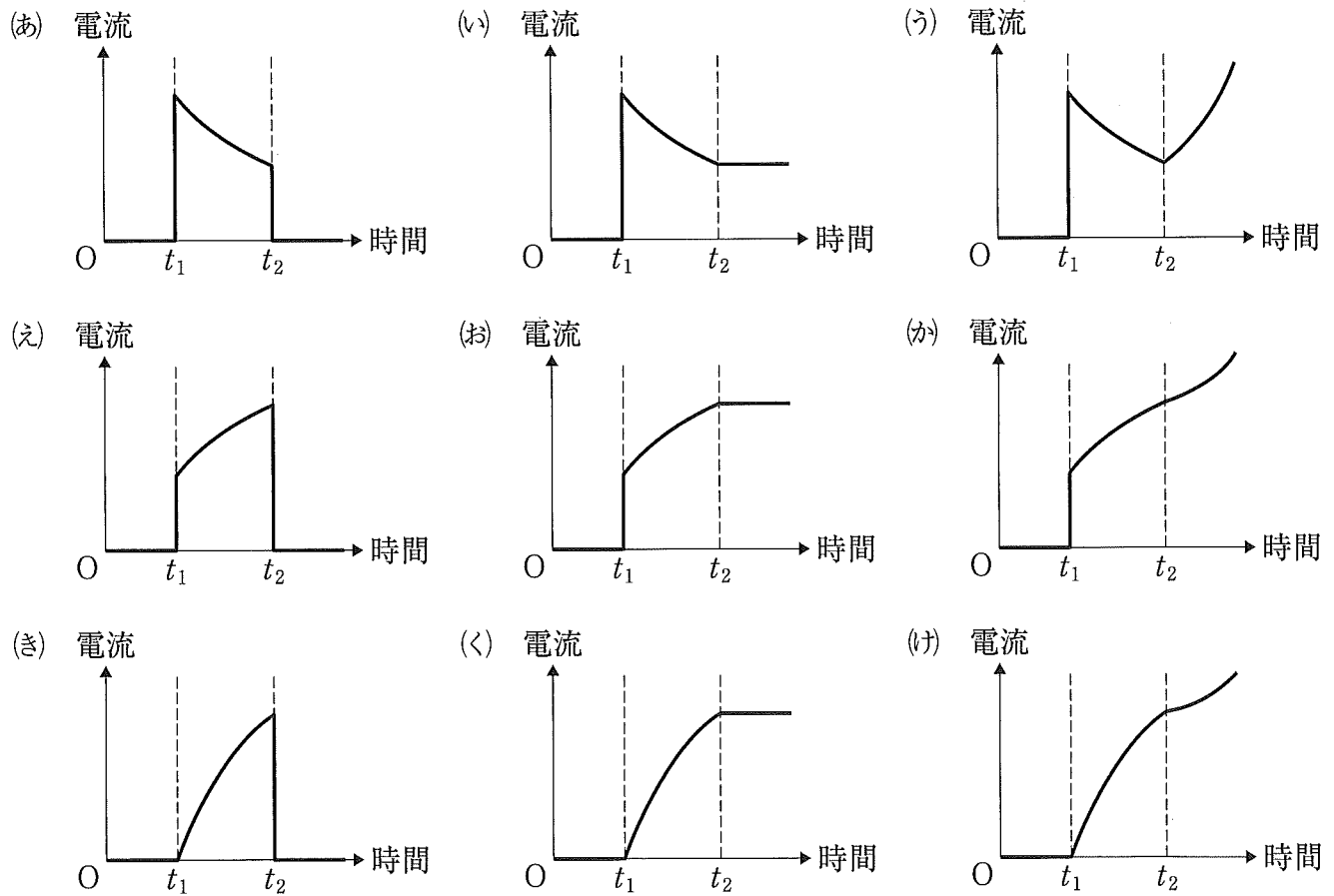


図 2

問(2) 次に、導線を抵抗が無視できるほど小さいものに代え、回路の上辺に大きさが無視できる小さな平行板コンデンサーを接続して回路をつくった。回路全体の質量は M 、コンデンサーの電気容量は C で、落下前にはコンデンサーには電荷は蓄えられていなかった。ただし、回路の縦の長さは ℓ 、幅は w のままである。回路は磁場に垂直な平面内にあり、図3のように、回路の下辺が $y = h$ の位置にある状態から、時刻 $t = 0$ で静かに落下を開始させた。時刻 $t = 0$ から、回路の上辺が磁場に入る前までの回路の運動とコンデンサーの状態を考える。

- (a) 時刻 t での回路の落下速度を v とする。このときコンデンサーに蓄えられている電気量 q を、 M, g, w, ℓ, v, C, B の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) 回路は一定の加速度で落下した。加速度の大きさ a を、 M, g, w, C, B を用いて表せ。
- (c) 回路の下辺が $y = h + \frac{\ell}{2}$ の位置にあるとき、コンデンサーに蓄えられている静電エネルギー U を、 M, g, ℓ, w, C, B を用いて表せ。

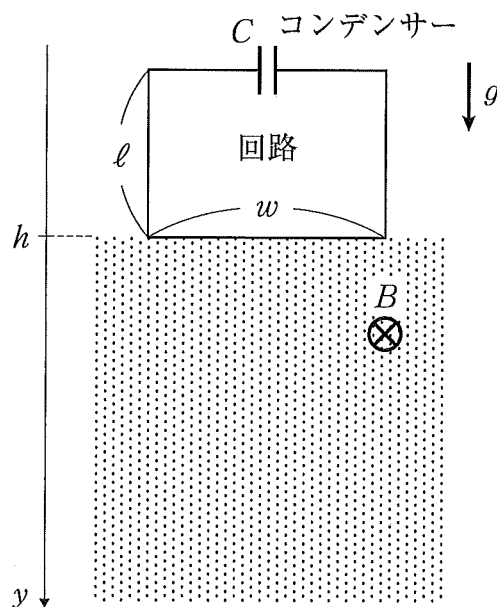


図3

3

図1のように、断熱材でできたなめらかに動く断面積 S のピストンが付いた長さ $2L$ のシリンダーが水平に固定されている。シリンダーは左側の側面を除き断熱材でできている。シリンダーの内部はピストンで空間 A と空間 B に区切られており、それぞれの空間には 1 mol の単原子分子の理想気体が閉じ込められている。ピストンの軸は外部に設置されたばね定数 k のばねにつながれており、ばねの左側は移動可能な支柱につながれている。図1のようにシリンダーの中心を原点として x 軸を設定する。支柱が $x = X_0$ の位置にあり、ばねが自然長のとき、ピストンは $x = 0$ の位置にある。空間 A の左側の側面は温度 T_A の熱源に接触しており、空間 B には加熱もしくは冷却が可能な温度調節器が設置されている。ピストンおよびその軸や温度調節器の体積は無視できるとする。ピストンの軸とシリンダーの左側の側面のすきまから気体はもれない。体積変化の過程において空間 A および空間 B の内部の気体の温度はそれぞれ常に均一であるとする。気体定数を R として、以下の問(1), (2)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も説明せよ。

問(1) ばねの支柱を $x = X_0$ の位置に固定したまま、空間 B の気体をある温度にしたところ、図2に示すようにピストンが x の位置で静止した。

- (a) 空間 A の気体の圧力 p_A を、 L, S, R, T_A, k, x の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) 空間 B の気体の圧力を p_B とする。ピストンにはたらく力のつりあいの式を、 p_A, p_B, k, S, x を用いて表せ。
- (c) $x = \frac{L}{2}$ のときの空間 B の気体の温度 T_{B1} を、 L, S, R, T_A, k の中から必要なものを用いて表せ。

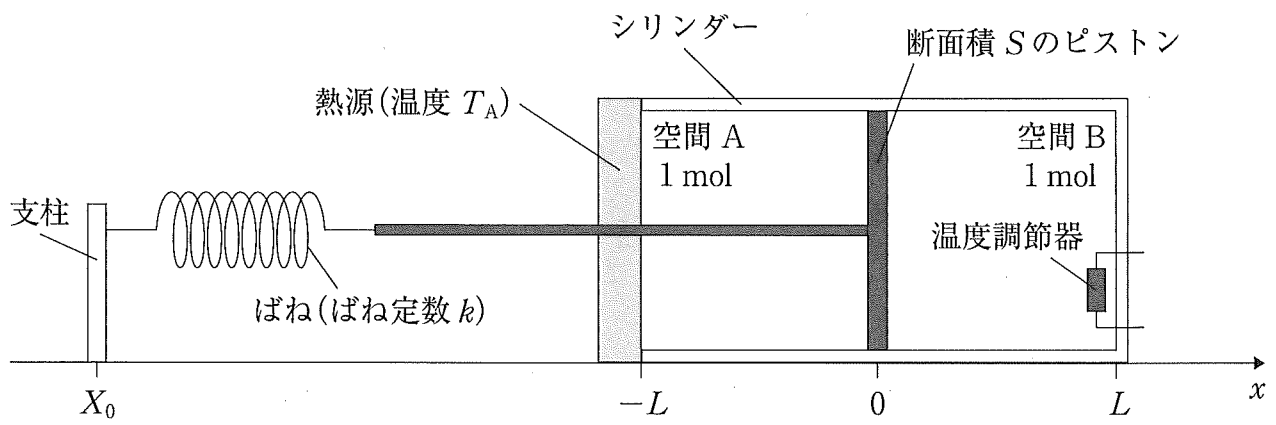


図 1

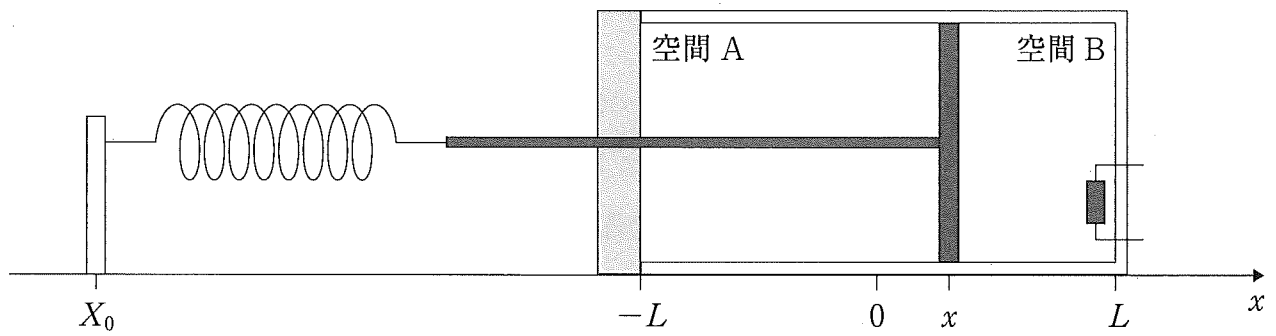


図 2

問(2) 問(1)(c)で示したピストンが $x = \frac{L}{2}$ の位置にある状態を状態 1 とする (図 3)。この状態から、ピストンを固定し、温度調節器にて空間 B の気体に熱量 Q を与えて加熱した。加熱により空間 B の気体の圧力が上昇した。そして、ピストンの固定を解除してもピストンが動かないように、ばねの支柱を図 4 のように D だけ移動させた。これを状態 2 とする。

- (a) 状態 2 において、加熱後の空間 B の気体の温度 T_{B2} を、 L , S , R , T_A , k , Q の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) 状態 2 において、加熱により生じた空間 B の気体の圧力の変化量 Δp を、 L , S , R , T_A , k , Q の中から必要なものを用いて表せ。

次に、図 5 のように、ピストンの固定を解除し、ばねの支柱をもとの位置 X_0 にゆっくり戻したところ、ピストンは $x = 0$ の位置で静止した。これを状態 3 とする。その後、温度調節器にて空間 B の気体を冷却したところ、状態 1 に戻った。なお、ゆっくりとした断熱変化では $pV^\gamma = \text{一定}$ が成り立つ。ここで、 p は圧力、 V は体積、 γ は比熱比である。

- (c) 状態 2 から状態 3 への過程における空間 A の気体の内部エネルギーの変化 ΔU_A を、 L , S , R , T_A , k , γ , Q の中から必要なものを用いて表せ。
- (d) 状態 3 での空間 B の気体の圧力 p_{B3} を、状態 2 での圧力 p_{B2} と比熱比 γ を用いて表せ。
- (e) 状態 3 においてピストンが $x = 0$ で静止したことから、空間 B の気体に加えた熱量 Q を、 L , S , R , T_A , k , γ の中から必要なものを用いて表せ。
- (f) 状態 2 から状態 3 への過程においてピストンが位置 x にあるときのばねの支柱の移動量 d ($0 \leq d \leq D$) を、 L , S , R , T_A , k , γ , x の中から必要なものを用いて表せ。

狀態 1

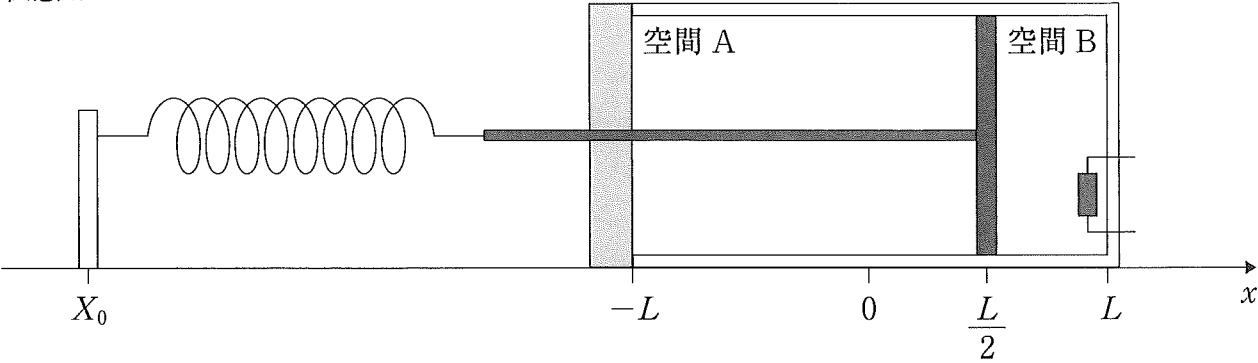


圖 3

狀態 2

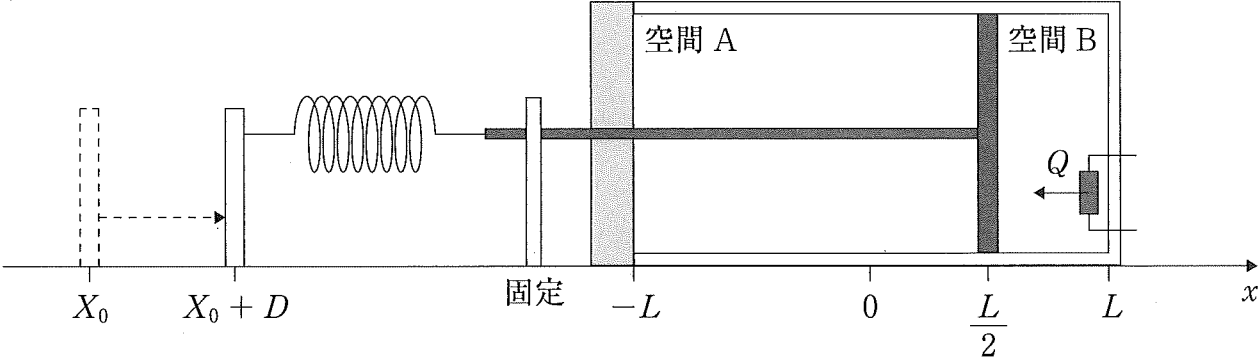


圖 4

狀態 3

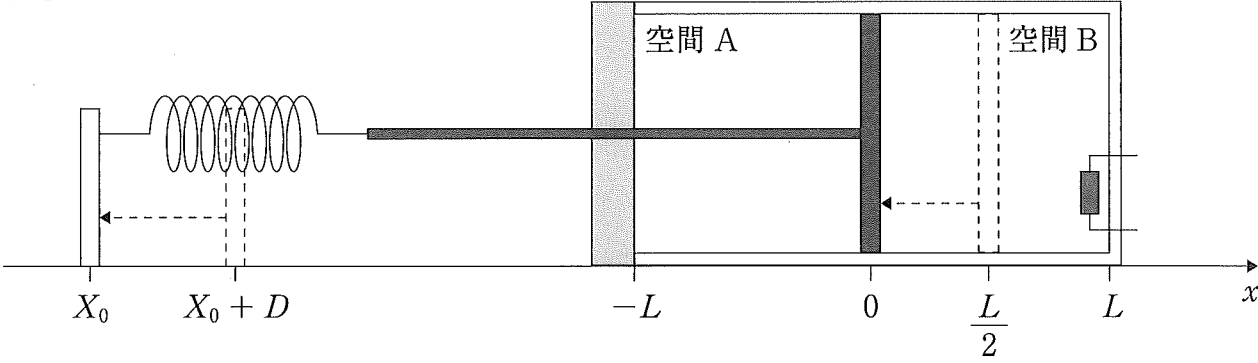


圖 5