

1.  $a$  を実数とする。 $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 1$  とおくとき、以下の問に答えよ。(配点 25 点)

(1) 方程式  $f(x) = 0$  は  $x = -1$  を解にもつとする。このとき、 $a$  の値を求め、方程式  $f(x) = 0$  の解をすべて求めよ。

(2)  $a$  の値を (1) で求めたものとする。関数  $f(x)$  の極値を求めよ。

(3) 方程式  $f(x) = 0$  が異なる 3 つの実数解をもつような  $a$  の値の範囲を求めよ。

2. 実数  $a$  に対して、 $a$  を超えない最大の整数を  $k$  とするとき、 $a - k$  を  $a$  の小数部分という。 $n$  を自然数とし、 $a_n = \sqrt{n^2 + 1}$  とおく。以下の問に答えよ。(配点 25 点)

- (1)  $a_n < n + 1$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $b_n$  を  $a_n$  の小数部分とする。 $b_n$  を  $n$  を用いて表せ。
- (3)  $b_n$  を (2) で定めたものとする。 $m, n$  を異なる 2 つの自然数とすると、 $b_m \neq b_n$  であることを示せ。

3. 1個のさいころを2回続けて投げるとき、出た目の数を順に  $a, b$  とおく。座標平面上の2点  $A, B$  を

$$A \left( \cos \frac{a}{6} \pi, \sin \frac{a}{6} \pi \right), \quad B \left( \cos \frac{b+6}{6} \pi, \sin \frac{b+6}{6} \pi \right)$$

とし、原点を  $O$  とする。以下の問に答えよ。(配点 25 点)

- (1) 3点  $O, A, B$  が一直線上にある確率を求めよ。
- (2) 3点  $O, A, B$  が一直線上になく、かつ三角形  $OAB$  の面積が  $\frac{1}{4}$  以下である確率を求めよ。
- (3) 2点  $A, B$  間の距離が1より大きい確率を求めよ。