

## 物理（マーク解答問題）

〔I〕 以下の空欄にあてはまるものを各解答群から選び、マーク解答用紙の該当欄にマークせよ。

図1のように、水平でなめらかな床の上に、質量  $m$  の小球 A と、質量  $M$  の小球 B を置き、小球 A に長さ  $l$  の糸をつける。小球 A と小球 B の大きさは  $l$  に比べて十分小さく無視する。小球 A の位置を原点 O として、床面内で小球 B から小球 A に向かう向きに  $x$  軸をとり、鉛直上向きに  $y$  軸をとる。そして、小球 A を床に静止させたまま、糸を  $y$  軸に沿ってたるまないように伸ばし、糸の他端を点 P に固定する。点 P は  $y$  軸上にあり、その  $y$  座標は  $l$  である。以下では空気抵抗を無視し、重力加速度の大きさを  $g$  とする。また糸の質量は無視し、小球 A の運動中に糸は伸び縮みしない。

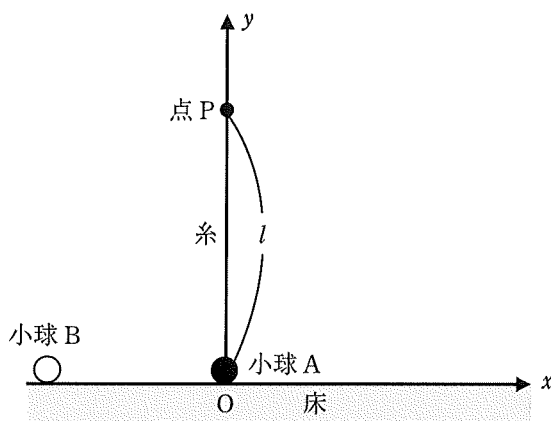


図 1

小球 B を速さ  $V$  で  $x$  軸正の向きに打ち出し、小球 A に衝突させた。この衝突は弾性衝突である。このとき、衝突直後の小球 A の速さ  $v_0$  は (1) である。また衝突後の小球 B の速度の  $x$  成分は (2) である。

(1), (2)の解答群

- |                      |                      |                       |                       |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a. $V$               | b. $\frac{M+m}{2M}V$ | c. $\frac{m}{M}V$     | d. $\frac{2M}{M+m}V$  |
| e. $\frac{m-M}{2M}V$ | f. $\frac{M-m}{2M}V$ | g. $\frac{m-M}{M+m}V$ | h. $\frac{M-m}{M+m}V$ |

小球 B との衝突後、小球 A は  $xy$  平面内を運動する。ここで、図 2 のように糸と  $y$  軸とのなす角度を  $\theta$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) とする。糸がたるむことなく小球 A が点 P のまわりを一周する ( $\theta$  が 0 から  $2\pi$  へと増加する) ための  $v_0$  の最小値は (3) である。しかし、実際には、 $\theta = \theta_0$  となった直後に糸がたるんだ。 $\theta = \theta_0$  のときの小球 A の速さを  $v_1$  とすると、 $v_1$  は (4) である。

(3)の解答群

- |                 |                 |                 |                  |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| a. $\sqrt{gl}$  | b. $\sqrt{2gl}$ | c. $\sqrt{3gl}$ | d. $2\sqrt{gl}$  |
| e. $\sqrt{5gl}$ | f. $\sqrt{6gl}$ | g. $\sqrt{7gl}$ | h. $2\sqrt{2gl}$ |

(4)の解答群

- |                               |                               |                                |                                |
|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| a. $\sqrt{gl \sin \theta_0}$  | b. $\sqrt{gl \cos \theta_0}$  | c. $\sqrt{-gl \sin \theta_0}$  | d. $\sqrt{-gl \cos \theta_0}$  |
| e. $\sqrt{2gl \sin \theta_0}$ | f. $\sqrt{2gl \cos \theta_0}$ | g. $\sqrt{-2gl \sin \theta_0}$ | h. $\sqrt{-2gl \cos \theta_0}$ |

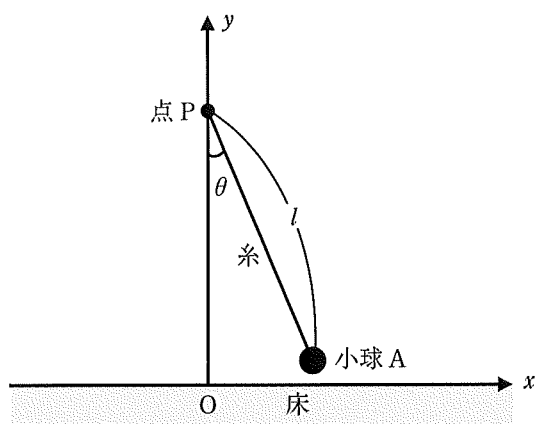


図 2

さらに、 $\theta = \theta_0$  のときから、再び糸のたるみがなくなるまでの時間は (5) である。また、糸のたるみがなくなった瞬間の小球 A の  $x$  座標は (6) であり、 $y$  座標は (7) である。例えば、糸のたるみがなくなった瞬間の  $\theta$  が  $\theta_0 + \pi$  であった場合、 $\theta_0$  は (8) である。ただし、糸がたるんでいる間に、糸が点 P に絡んだり、小球 A が点 P と衝突することはなかった。

(5)の解答群

a.  $\frac{v_1 \sin \theta_0}{4g}$

b.  $\frac{v_1 \cos \theta_0}{4g}$

c.  $\frac{v_1 \sin \theta_0}{2g}$

d.  $\frac{v_1 \cos \theta_0}{2g}$

e.  $\frac{v_1 \sin \theta_0}{g}$

f.  $\frac{v_1 \cos \theta_0}{g}$

g.  $\frac{2v_1 \sin \theta_0}{g}$

h.  $\frac{2v_1 \cos \theta_0}{g}$

i.  $\frac{4v_1 \sin \theta_0}{g}$

j.  $\frac{4v_1 \cos \theta_0}{g}$

(6)の解答群

a.  $l \sin \theta_0 (1 - 4 \sin^2 \theta_0)$

b.  $l \sin \theta_0 (1 - 4 \cos^2 \theta_0)$

c.  $l \cos \theta_0 (1 - 4 \sin^2 \theta_0)$

d.  $l \cos \theta_0 (1 - 4 \cos^2 \theta_0)$

e.  $-l \sin \theta_0 (1 - 4 \sin^2 \theta_0)$

f.  $-l \sin \theta_0 (1 - 4 \cos^2 \theta_0)$

g.  $-l \cos \theta_0 (1 - 4 \sin^2 \theta_0)$

h.  $-l \cos \theta_0 (1 - 4 \cos^2 \theta_0)$

(7)の解答群

a.  $l \{1 + \sin \theta_0 (1 - 4 \sin^2 \theta_0)\}$

b.  $l \{1 + \sin \theta_0 (1 - 4 \cos^2 \theta_0)\}$

c.  $l \{1 + \cos \theta_0 (1 - 4 \sin^2 \theta_0)\}$

d.  $l \{1 + \cos \theta_0 (1 - 4 \cos^2 \theta_0)\}$

e.  $l \{1 - \sin \theta_0 (1 - 4 \sin^2 \theta_0)\}$

f.  $l \{1 - \sin \theta_0 (1 - 4 \cos^2 \theta_0)\}$

g.  $l \{1 - \cos \theta_0 (1 - 4 \sin^2 \theta_0)\}$

h.  $l \{1 - \cos \theta_0 (1 - 4 \cos^2 \theta_0)\}$

(8)の解答群

a.  $\frac{\pi}{2}$

b.  $\frac{5\pi}{8}$

c.  $\frac{2\pi}{3}$

d.  $\frac{3\pi}{4}$

e.  $\frac{5\pi}{6}$

f.  $\frac{6\pi}{7}$

g.  $\frac{7\pi}{8}$

h.  $\pi$

次に、糸がたるまないように小球 A を少し持ち上げてからはなしたところ、小球 A は  $xy$  平面内で振動した。振動の振幅は  $l$  に比べて十分小さく、小球 A の運動は  $x$  軸方向の単振動と近似することができる。 $x$  座標が  $x$  となる位置における小球 A にはたらく力の  $x$  成分  $F_x$  は、小球 A にはたらく力の糸に垂直な成分に等しいと近似でき、定数  $k$  を用いて  $F_x = kx$  と表すことができる。ここで、 $k$  は (9) である。また、このときの小球 A の振動の周期を  $T$  とすると、 $T$  は (10) である。

(9)の解答群

- |                     |                    |                     |                   |
|---------------------|--------------------|---------------------|-------------------|
| a. $\frac{2mg}{l}$  | b. $\frac{mg}{l}$  | c. $\frac{mg}{2l}$  | d. $\frac{m}{l}$  |
| e. $-\frac{2mg}{l}$ | f. $-\frac{mg}{l}$ | g. $-\frac{mg}{2l}$ | h. $-\frac{m}{l}$ |

(10)の解答群

- |                                       |                                      |                                       |                                      |
|---------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| a. $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$           | b. $\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$           | c. $2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}$           | d. $\pi\sqrt{\frac{g}{l}}$           |
| e. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{l}{g}}$ | f. $\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{l}{g}}$ | g. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$ | h. $\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$ |

次に、図 3 のように 2 枚の平らでなめらかな表面をもつ板を平行に配置して、小球 A、糸、点 P をはさむ。小球 A と 2 枚の平行板とは常に接している。さらに、 $y$  軸を回転軸として一定の角速度  $\omega$  で鉛直上方から見て反時計回りに、平行板を回転させる。ここで、平行板は十分に広く、小球 A が運動の途中で平行板の間から外へ出ることはない。

図 4 はこの運動を鉛直上方から見下ろした様子をあらわす。図 4 に示すように、床面内で平行板の間に沿う方向に  $x'$  軸をとると、平行板の回転と共に  $x'$  軸も  $y$  軸を回転軸として回転する。このとき、 $\omega > \omega_0$  であれば、小球 A の  $x'$  座標が 0 ではない一定の値に保たれる状態を実現できるが、そうでなければ実現できない。このような  $\omega_0$  は (11) である。

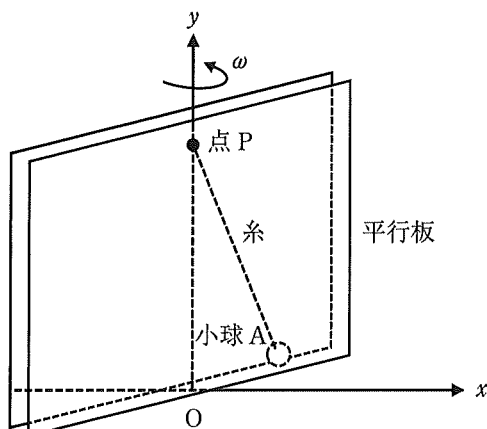


図 3

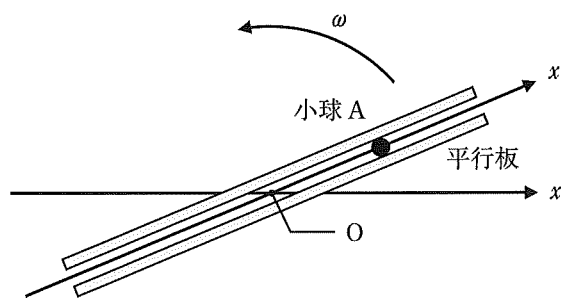


図 4

最後に、 $\omega_0$ より小さい角速度 $\omega$ で回転している平行板の間を、小球Aが振動する場合を考える。振動の振幅は $l$ に比べて十分小さく、平行板が静止して見える観測者から見て、小球Aは平行板の間を $x'$ 軸に沿って原点Oを中心に単振動する。このとき、 $x'$ 座標が $x'$ の位置における小球Aにはたらく力の $x'$ 成分は、 $kx'$ と慣性力の $x'$ 成分との和である。ただし、平行板が静止して見える観測者から見て、運動中の小球Aにはたらく慣性力の $x'$ 成分は、その小球Aが $x'$ 座標が $x'$ の位置に静止していると仮定した場合にはたらく慣性力の $x'$ 成分と等しく、小球Aの $x'$ 座標のみで決まる。いま、小球Aの $x'$ 軸に沿った単振動の周期は $2T$ であった。このとき $\omega$ は (12) である。

(11), (12)の解答群

a.  $\frac{3\pi}{T}$

b.  $\frac{2\pi}{T}$

c.  $\frac{\sqrt{3}\pi}{T}$

d.  $\frac{\sqrt{2}\pi}{T}$

e.  $\frac{\pi}{T}$

f.  $\frac{\pi}{\sqrt{2}T}$

g.  $\frac{\pi}{\sqrt{3}T}$

h.  $\frac{\pi}{2T}$

i.  $\frac{\pi}{3T}$

## 物理（記述解答問題）

〔Ⅱ〕 以下の問の答を解答用紙の該当欄に記入せよ。

電磁場中での荷電粒子の運動を考える。ただし、真空中の運動を扱い、重力の影響は考えないものとする。

まず、図1のような領域Ⅰ～Ⅲの3つの部分から構成される装置内での荷電粒子の運動を考える。各領域内の電磁場は他の領域には影響を与えず、極板間内の電磁場は一様であるとする。原点  $O$  と  $x$  軸、 $y$  軸の向きを図1のように設定し、紙面垂直に裏から表の向きを  $z$  軸正の向きとする。

領域Ⅰでは、平行平板電極が図1のように置かれている。ここに、正の電荷  $Q$  をもつ質量  $M$  の荷電粒子が平行平板電極に対して垂直（ $y$  軸上）に初速  $v$  で入射した。2つの電極板には荷電粒子が通り抜けられる小孔が開いており、電極板間には図1のように電圧  $V$  がかけられている。小孔は  $y$  軸上にあり、小孔による電磁場への影響は無視できるものとする。

問1 荷電粒子がこの電極板間を通過するあいだに得るエネルギーはいくらか。

問2 荷電粒子がこの電極板間を通り抜けた直後の荷電粒子の速さはいくらか。

続いて、荷電粒子は領域Ⅰから領域Ⅱに進入した。領域Ⅱでは図1のように平行平板電極が置かれ、2枚の電極板間には強さ  $E$  の電場が生じている。また、電極板間内では  $z$  軸正の向きに磁束密度の大きさ  $B$  の一様な磁場がかけられている。荷電粒子はこの電極板間を  $y$  軸正の向きに直進した。

問3 荷電粒子がこの電極板間で電場から受ける力の大きさを  $E$  の関数として答えよ。また、電場から受ける力の向きを、座標軸とその正負で答えよ。

問4 荷電粒子がこの電極板間で磁場から受ける力の大きさを  $B$  の関数として答えよ。また、磁場から受ける力の向きを、座標軸とその正負で答えよ。

問5 領域Ⅱにおける荷電粒子の速さを  $E$  と  $B$  を用いて答えよ。

問6 初速  $v$  を  $M$ 、 $Q$ 、 $V$ 、 $E$ 、 $B$  を用いて答えよ。

続いて、荷電粒子は問5の速さで領域Ⅱから領域Ⅲに進入した。領域Ⅲでも  $z$  軸正の向きに磁束密度の大きさ  $B$  の一様な磁場がかけられている。このとき、荷電粒子は半径  $R$  の半円軌道で運動し、検出器で観測された。

問7 荷電粒子が領域Ⅲに進入してから検出器に到達するまでの時間を  $M$ 、 $Q$ 、 $B$  を用いて答えよ。

問8 比電荷  $\frac{Q}{M}$  を  $E$ 、 $B$ 、 $R$  を用いて答えよ。

この装置の原理を用いることで、入射した荷電粒子の質量を分析することができる。ここでは、荷電粒子の入射位置や検出器の位置は変えないものとし、電場や磁場を制御することで質量分析を行う。

問9 正の電荷  $Q$  をもつ質量  $m$  の荷電粒子が問5の速さで  $y$  軸に沿って領域Ⅲに進入した場合を考える。この荷電粒子は問7と同じ軌道で運動した。このときの領域Ⅲの磁束密度の大きさは  $B$  の何倍か。

次に、図2のように図1と同様の座標軸を設定し、 $y$  軸正の領域に一樣な磁場がかけられている場合を考える。この磁場は磁束密度の大きさが  $B$  で、 $z$  軸正の向きであった。いま、正の電荷  $Q$  をもつ質量  $M$  の荷電粒子を、原点  $O$  から  $xy$  平面内に初速  $v$ 、角度  $\theta$  で入射したところ、荷電粒子は磁場中を運動し  $x$  軸上に戻ってきた。

問10 荷電粒子が  $x$  軸上に戻ってきたときの  $x$  座標、荷電粒子が運動しているときの  $y$  座標の最大値をそれぞれ  $M, Q, v, B, \theta$  を用いて答えよ。

最後に、図2と同じ磁場中に、原点  $O$  から荷電粒子 A (電荷  $Q$ 、質量  $M$ ) を入射した場合と荷電粒子 a (電荷  $q$ 、質量  $m$ ) を入射した場合をそれぞれ考える。 $y$  軸正の向き ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ) に荷電粒子 A と荷電粒子 a を異なる初速で入射したところ、2つの荷電粒子は同じ軌道を描いて運動した。この入射条件のもとで2つの荷電粒子を区別するため、さらに図3のように図2と同様の座標軸と磁場を設定し、 $z$  軸正の方向に大きさ  $E$  の一樣な電場をかけた。

問11 荷電粒子 a が入射してから  $zx$  平面に到達するまでの時間は、荷電粒子 A が入射してから  $zx$  平面に到達するまでの時間の何倍か。

問12  $zx$  平面内において荷電粒子 A が到達する位置の  $z$  座標を  $M, Q, E, B$  を用いて答えよ。

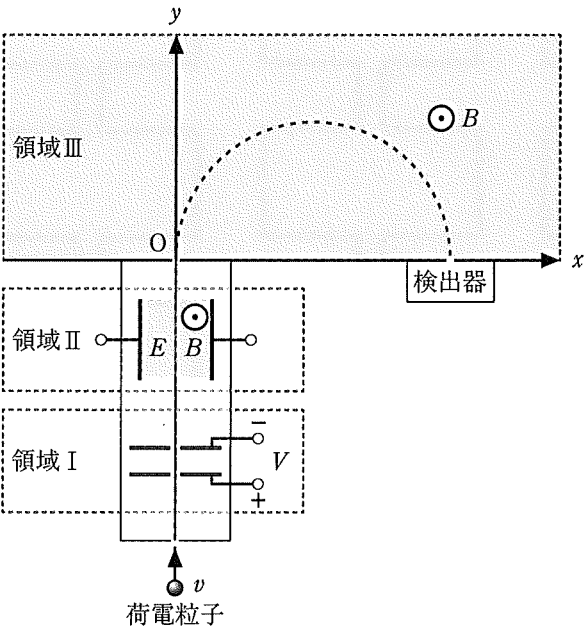


図1

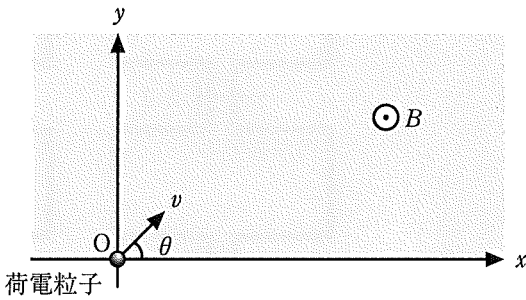


図2

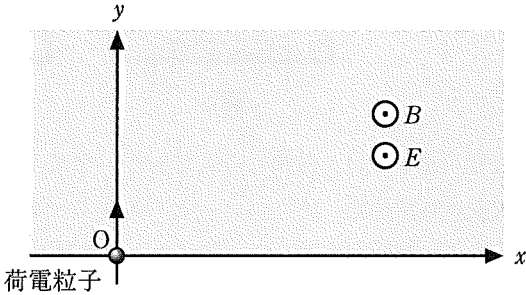
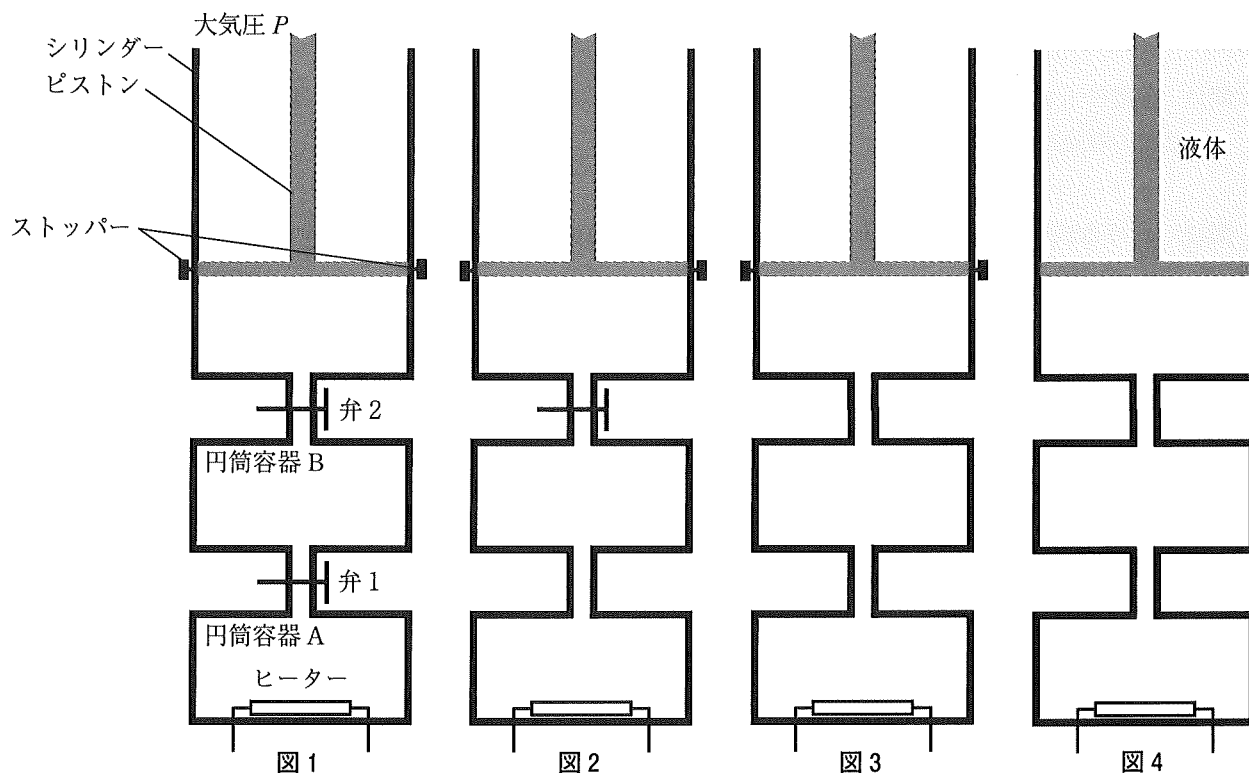


図3

## 物理（記述解答問題）

〔Ⅲ〕 以下の問の答を解答用紙の該当欄に記入せよ。

図1のような円筒容器Aと円筒容器B、円筒形シリンダーが弁1の付いた管と弁2の付いた管で接続されている装置が鉛直に立てて置かれている。容器AとBの容積はともに $V$ であり、シリンダーの容積は $3V$ である。容器Aの内部にはヒーターが取り付けられている。また、シリンダーは断面積が $S$ であり、上端が開いていて、ピストンより上の気体の圧力は常に大気圧 $P$ となっている。ヒーター以外の装置のすべては断熱材でできており、装置のすべての熱容量は無視できる。また、管と弁、ヒーターの容積や厚さは無視できる。さらに、ピストンは厚さや質量が無視でき、なめらかに動く。気体定数を $R$ 、重力加速度の大きさを $g$ とする。



最初、弁1と弁2は閉じられており、ピストンはそれより下のシリンダー内の容積が $V$ となる位置にストッパーで固定されていた。また、ヒーターのスイッチはオフであった。この状態で、容器Aには絶対温度 $T$ 、圧力 $P$ の単原子分子の理想気体 $G_A$ が、容器Bには絶対温度 $2T$ 、圧力 $4P$ の単原子分子の理想気体 $G_B$ が入っていた。また、ピストンより下のシリンダー内は真空であった。

問1 気体 $G_B$ のモル数は気体 $G_A$ のモル数の何倍か。

問2 気体 $G_B$ の内部エネルギーは気体 $G_A$ の内部エネルギーの何倍か。

続いて、図2のように弁2を閉じたまま、弁1を開き気体 $G_A$ と気体 $G_B$ を混合する。十分時間が経過し、熱平衡に達した状況を考える。ただし、2つの気体は化学反応しないものとする。

問3 混合気体の絶対温度は $T$ の何倍か。

問4 混合気体の圧力は $P$ の何倍か。

続いて、図 3 のように弁 2 も開き、混合気体をシリンダー内に膨張させた。十分時間が経過し、熱平衡に達した状況を考える。

問 5 混合気体の絶対温度は  $T$  の何倍か。

問 6 混合気体の圧力は  $P$  の何倍か。

続いて、図 4 のようにシリンダー内に液体をシリンダーの上端まで注いだ。その後、ピストンを固定しているストッパーをはずしたところ、ピストンは止まったままであった。

問 7 液体の密度を答えよ。

この状態からヒーターのスイッチを入れ、混合気体をゆっくりと温めたところ、ピストンは徐々に上昇し、それとともに液体がシリンダーの上端からゆっくりとこぼれはじめた。

問 8 シリンダーに残っている液体の体積が  $V$  となった瞬間の混合気体の絶対温度は  $T$  の何倍か。

問 9 ピストンが上昇しはじめてから残っている液体の体積が  $V$  となった瞬間までに混合気体が外部にした仕事は、最初に気体  $G_A$  がもっていた内部エネルギーの何倍か。

問 10 ピストンが上昇しはじめてから残っている液体の体積が  $V$  となった瞬間までに混合気体が吸収した熱量は、最初に気体  $G_A$  がもっていた内部エネルギーの何倍か。