

数 学

〔 I 〕 次の に適する数または式を、解答用紙の同じ記号の付いた の中に記入せよ。

- (1) a, b, c は 1 以上 5 以下の整数とする。 $a = 1$, かつ $1 < b < c$ を満たす (a, b, c) の組は ア 通りである。また、 $a \leq b \leq c$ を満たす (a, b, c) の組は イ 通りある。
- (2) x^4 を $x^2 - 4$ で割ったとき、商は ウ , 余りは エ である。
 x^6 を $x^2 + 4$ で割ったとき、商は オ , 余りは カ である。
 n を 3 以上の自然数とする。 x^{2n} を $x^2 - 4$ で割った余りは キ である。また、 x^{2n} を $x^2 + 4$ で割った余りは ク である。
- (3) 10 人からなるクラス A のテストの得点の平均値は 50 であり、15 人からなるクラス B のテストの得点の平均値は 70 であった。このとき、2 つのクラス A, B を合わせた 25 人のテストの得点の平均値は ケ である。 s, t を正の数とする。クラス A, B のテストの得点の分散がそれぞれ s^2, t^2 であるとする。このとき、2 つのクラス A, B を合わせた 25 人の得点の分散は、 s, t を用いて表すと コ である。

〔 II 〕 n を 0 以上の整数とする。O を原点とする xy 平面において、 S_0 は、原点 O を中心とする半径 1 の円であり、 $A_0(0, 1)$ である。また、点 B_0 、点 C_0 は、円 S_0 上の点で、 $\triangle A_0B_0C_0$ は正三角形で、点 B_0 の x 座標の値は、点 C_0 の x 座標の値より大きいとする。円 S_n 、および円 S_n に内接する正三角形 $\triangle A_nB_nC_n$ をそれぞれ次の条件により定める。

- (i) 辺 B_nC_n は、 x 軸に平行である。
- (ii) 点 B_n の x 座標の値は、点 C_n の x 座標の値より大きい。また、点 A_n の y 座標の値は、点 B_n の y 座標の値より大きい。
- (iii) n が 1 以上の整数のとき、正三角形 $\triangle A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$ の内接円は、円 S_n である。

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 辺 B_0C_0 の長さ と B_0 の座標をそれぞれ求めよ。
- (2) 円 S_1 の中心の座標と半径をそれぞれ求めよ。
- (3) 円 S_n の半径を r_n とする。 r_{n+1} を r_n を用いて表せ。
- (4) 円 S_n の中心の座標と半径をそれぞれ n を用いて表せ。

〔 III 〕 t を正の実数とし、 xy 平面において、不等式

$$x^2 + y^2 + 4t^2 + \frac{9}{t^2} \leq 20 + \left| 4tx + \frac{6}{t}y \right|$$

の表す領域 D_t の面積を $S(t)$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 不等式 $x \leq |y|$ の表す領域を xy 平面に図示せよ。
- (2) 不等式 $x^2 + y^2 \leq 7 + 4x + 6y$ の表す領域を xy 平面に図示せよ。
- (3) $t = 1$ のとき、領域 D_1 を xy 平面に図示せよ。
- (4) $S(t)$ の最大値を求め、 $S(t)$ が最大となる t の値の範囲を求めよ。
- (5) $S(t)$ が最小となる t の値を求めよ。