

各問題の解答は、解答用紙の同じ問題番号のついた枠内に記入すること。

枠外および問題番号と異なる番号のところに書かれた解答は、採点の対象にはならない。

〔1〕

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

- (1) 11本のくじの中に当たりくじが3本ある。この中から同時に2本のくじを引くとき、2本とも当たりくじである確率は ア である。
- (2) $2^x = X$ とおくとき、 $4^x + 2^{x+1} - 8 - 16 \cdot 2^{-x}$ を X の式で表すと、 イ となる。したがって、 $4^x + 2^{x+1} - 8 - 16 \cdot 2^{-x} = 0$ を満たす x の値は、 $x =$ ウ である。
- (3) 等式 $\frac{3x^2 - 2x + 4}{(x+1)(x-1)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$ が x についての恒等式となるように定数 A, B, C の値を定める。このとき、 $A =$ エ , $B =$ オ , $C =$ カ である。
- (4) 複素数平面において、点 z が原点を中心とする半径1の円上を動くとき、 $w = i(2z + 3)$ は点 キ を中心とする半径 ク の円をえがく。

(2)

次の文章中の に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

次のような群に分けられた数列を考える。

$$\underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{第 1 群}} \mid \underbrace{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}}_{\text{第 2 群}} \mid \underbrace{\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}}_{\text{第 3 群}} \mid \underbrace{\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}}_{\text{第 4 群}} \mid \cdots$$

すなわち第 n 群は、分母が $n+1$ で分子が 1 から n までの分数を、約分できるものも含めて小さい順に並べている。

- (1) 第 15 項は ア であり、 $\frac{7}{26}$ は第 イ 項である。また、第 6 群に属するすべての項の和は ウ であり、第 m 群に属するすべての項の和は エ である。
- (2) 初項 $\frac{1}{2}$ から第 m 群の最後の項までのすべての項の和を S_m とすると $S_m =$ オ である。
- (3) 初項から第 n 項までの数列の和が初めて 2025 をこえるのは第 n 項が第 カ 群に属するときである。
- (4) 第 m 群のうち値が $\frac{1}{2}$ 以下の項の和を U_m とする。 $U_7 =$ キ である。 $U_m < 3$ となる m の最大値は ク である。

(3)

次の文章中の $\square$ に適する式または数値を、解答用紙の同じ記号のついた $\square$ の中に記入せよ。途中の計算を書く必要はない。

$n = 2, 3, 4$ に対して、関数 $f_n(x) = \frac{\sin nx}{\sin x} \left(\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$ を考える。また、 $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ において、曲線 $C_3: y = f_3(x)$ および曲線 $C_4: y = f_4(x)$ を考える。

(1) $f_n(x)$ を $\cos x$ の式で表すと、 $f_2(x) = \frac{\sin 2x}{\sin x} = \square \text{ア}$ $\cos x$, $f_3(x) = \frac{\sin 3x}{\sin x} = \square \text{イ}$ $\cos^2 x - 1$,
 $f_4(x) = \frac{\sin 4x}{\sin x} = \square \text{ウ}$ $\cos^3 x - 4 \cos x$ である。

(2) $\int f_3(x) dx = \square \text{エ}$ $+ C$ (C は積分定数) である。曲線 C_3 と x 軸の交点の座標は $(\square \text{オ}, 0)$ である。曲線 C_3 , x 軸および直線 $x = \frac{\pi}{6}$ で囲まれた部分の面積は $\square \text{カ}$ である。

(3) $\int f_4(x) dx = \square \text{キ}$ $+ C'$ (C' は積分定数) である。曲線 C_4 と x 軸で囲まれた部分の面積は $\square \text{ク}$ である。

〔4〕

三角形 OAB において, $OA = 2$, $OB = 4$, $AB = 5$ であるとし, 辺 AB を $1:3$ に内分する点を D とする. また, 点 A から直線 OD に下ろした垂線を AH とし, 線分 OD を $t:1-t$ ($0 < t < 1$) に内分する点を P とする. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ. また, 線分 OD の長さを求めよ.
- (2) $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ.
- (3) $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{a}, \vec{b}, t$ を用いて表せ.
- (4) $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$ が最小となるときの t の値を求めよ. また, そのときの PH の長さを求めよ.