令和5年度　高専入試 数学　解答例

注意 考え方がわかる程度に適度に省略しております．図を描くのは大変なので，図がない場合は各自で描いてみてください．なお，この解答例により受ける一切の不利益に関して責任を負いませんので，ご了承ください．

川嶋

1

(1) $-3+2\times\left\{\left(3-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right\}=-3+2\times\left(\frac{25}{4}-\frac{1}{4}\right)=-3+2\times 6=\mathbf{9}$.

(2) 解の公式により，$x^2-6x+2=0$ の解は $x=\frac{6\pm\sqrt{28}}{2}=\mathbf{3\pm\sqrt{7}}$.

(3) $a<0$ から，2点 $(-4,7),(2,4)$ を通る直線の方程式を考えればよく，それは $y=-\frac{1}{2}x+5$．よって，答えは $a=\mathbf{-\frac{1}{2}}$, $b=\mathbf{5}$.

(4) 2つの関数の変化の割合を比較して，$\frac{9a-a}{3-1}=\frac{-\frac{3}{3}-\left(-\frac{3}{1}\right)}{3-1}$．よって，$a=\mathbf{\frac{1}{4}}$.

(5) 赤玉を2個，白玉を2個とる確率の和が答えで，$\left(\frac{2}{5}\right)^2+\left(\frac{3}{5}\right)^2=\mathbf{\frac{13}{25}}$.

(6) メジアンはデータを小さいものから並べたときの5番目と6番目の平均だから $\frac{25+29}{2}=\mathbf{27}\,\mathrm{kg}$ である．範囲は一番大きいデータから一番小さいデータを引いて得られるから $40-12=\mathbf{28}\,\mathrm{kg}$ である．

(7) 円Oと直線ACの交点をDとする．$\mathrm{OA}=\mathrm{OD}$ より $\angle\mathrm{ADO}=\angle\mathrm{OAD}=37^\circ$ であるから，$\triangle\mathrm{OAD}$ の内角の和が 180° であることより $\angle\mathrm{AOD}=106^\circ$．よって，円周角の定理より $\angle\mathrm{ABD}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{AOD}=53^\circ$．さらに，接弦定理から $\angle\mathrm{DBC}=37^\circ+\angle\mathrm{OAB}$ である．$\angle\mathrm{ABC}$ の内角の和は 180° であるから，$15^\circ+53^\circ+2(37^\circ+\angle\mathrm{OAB})=180^\circ$ である．これを解いて，$\angle\mathrm{OAB}=\mathbf{19^\circ}$ を得る．

(8) 三平方の定理を繰り返し使うと，$\mathrm{AC}=2\sqrt{3}$, $\mathrm{AD}=\mathbf{4}$ である．$1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形が現れていることから，$\angle\mathrm{DAB}=30^\circ+30^\circ=60^\circ$ である．点Dから辺ABへ垂線を引き，交点をHとする．$\angle\mathrm{DAB}=60^\circ$ から $\mathrm{DH}=2\sqrt{3}$, $\mathrm{HB}=3-\mathrm{AH}=3-2=1$ とわかる．よって，$\triangle\mathrm{DHB}$ で三平方の定理を用いて，$\mathrm{DB}=\mathbf{\sqrt{13}}$ を得る．

2

(1) $y=ax^2$ のグラフが点 $(-5,10)$ を通ることから $10=a\times(-5)^2$．これより $a=\mathbf{\frac{2}{5}}$ である．点Bの y 座標は $\frac{2}{5}\times\left(\frac{5}{2}\right)^2=\mathbf{\frac{5}{2}}$.

(2) 直線ABの傾きは $\dfrac{\frac{5}{2}-10}{\frac{5}{2}-(-5)} = \mathbf{-1}$．よって直線ABの方程式は $y=-x+5$ とわかり，切片は $\mathbf{5}$ である．

(3)　(i) 四角形OAPBの面積は $\triangle\mathrm{OPA}+\triangle\mathrm{OPB} = \dfrac{1}{2}t\times 5+\dfrac{1}{2}t\times\dfrac{5}{2} = \dfrac{15}{4}t$ である．これが45に等しいから，$t=\mathbf{12}$.

(ii) Cを直線ABと y 軸の交点とする．(2)により，Cの座標は $(0,5)$ である．$\angle\mathrm{PAB}=\angle\mathrm{OAB}$ のとき，角の二等分線の性質から，$\mathrm{OA}:\mathrm{AP}=\mathrm{OC}:\mathrm{CP}$ である．このことと $\mathrm{OA}=5\sqrt{5}$, $\mathrm{OC}=5$ とから，$\mathrm{AP}=\sqrt{5}\,\mathrm{CP}$ である．両辺2乗して $\mathrm{AP}^2=5\mathrm{CP}^2$ である．ここで，

$$\mathrm{AP}^2 = 5^2+(10-t)^2 = t^2-20t+125,$$
$$\mathrm{CP}^2 = (t-5)^2 = t^2-10t+25$$

であるから，$t^2-20t+125=5(t^2-10t+25)$ である．これを整理して $2t^2-15t=0$ を得るが，$t>0$ だから $t=\mathbf{\dfrac{15}{2}}$.

3

(1) $\dfrac{3.08}{40}\times 100 = \mathbf{7.7}\,\%$.

(2) 野菜Aが200g中に可食部 x(g) 含むとする．廃棄部は $200-x$(g) で，食物繊維を比べて

$$7.2 = 2.7x+7.7(200-x)$$

が成り立つ．これを解いて，$x=\mathbf{164}$(g) が可食部，$200-x=\mathbf{36}$(g) が廃棄部．

200gの野菜Aのカロリーは $45\times 2=90$ kcalで，可食部は164 gあり，カロリーは $54\times\dfrac{164}{100}=88.56$ kcalである．よって，廃棄部36 gのカロリーは $90-88.56=1.44$ kcalである．ゆえに，廃棄部100 gのカロリーは $1.44\times\dfrac{100}{36}=\mathbf{4}$ kcalである．

4

(1) 図2において，$\triangle\mathrm{BJK}$ と $\triangle\mathrm{FGK}$ は相似比 $\mathrm{BJ}:\mathrm{FG}=1:2$ の相似な三角形である．したがって，$\mathrm{BK}=2\times\dfrac{1}{3}=\mathbf{\dfrac{2}{3}}$.

(2) $\triangle\mathrm{CMN}$ は $\mathrm{MC}=\mathrm{NC}=3$ cmの直角二等辺三角形である．これを三角錐G-CMNの底面と考えると，底面の面積は $\dfrac{9}{2}$，高さは $\mathrm{CG}=2$ cmだから，体積は $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{9}{2}\times 2=\mathbf{3}$ cm^3 である．三角錐C-BJKの体積は底面が $\triangle BJK$（面積は $\dfrac{1}{2}\times 1\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}$ cm^2），高さはBC（長さ2 cm）と考えると，$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times 2=\mathbf{\dfrac{2}{9}}$ cm^3 である．

(3) 三角錐 G-CMN の体積から，三角錐 C-BJK，三角錐 C-DIL，三角錐 M-BKJ，三角錐 N-DIL の体積を引けばよい．したがって，

$$3-\frac{2}{9}-\frac{2}{9}-\frac{1}{9}-\frac{1}{9}=\mathbf{\frac{7}{3}}\,\mathrm{cm}^3$$

が求める体積である．

(4) 五角形 IJKGL は，$\triangle$MGN から $\triangle$MKJ と $\triangle$NIL を切り取ったものである．$\triangle$MGN は二等辺三角形で，$\mathrm{MN}=3\sqrt{2}$ cm，$\mathrm{GM}=\mathrm{GN}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ cm である．点 G から辺 MN に垂線を引き，その交点を H とおく．MH$=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ cm であるから，GH$=\sqrt{(\sqrt{13})^2-\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{34}}{2}$ cm である．よって，$\triangle$MGN の面積は $\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{34}}{2}=\dfrac{3}{2}\sqrt{17}$ cm^2 である．条件から，点 I，J は辺 MN を 3 等分する点で，$\mathrm{MK}:\mathrm{KG}=1:2$ であることから，$\triangle$MKJ と $\triangle$MGN は相似で，相似比は $1:3$ である．よって，$\triangle$MKJ の面積は $\triangle$MGN の $\dfrac{1}{9}$ 倍．同様に $\triangle$JLN の面積も $\triangle$MGN の $\dfrac{1}{9}$ 倍であることがわかる．したがって，五角形 IJKGL の面積は $\triangle$MGN の $1-\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{9}=\dfrac{7}{9}$ 倍であるから，求める面積は $\dfrac{3}{2}\sqrt{17}\times\dfrac{7}{9}=\mathbf{\dfrac{7\sqrt{17}}{6}}$ cm^2 である．