担当: 富井尚志 (tommy@ynu.ac.jp)

「アルゴリズムとデータ構造」講義日程

- 1. 基本的データ型
- 2. 基本的制御構造
- 3. 変数のスコープルール. 関数
- 4. 配列を扱うアルゴリズムの基礎(1). 最大値. 最小値
- 5. 配列を扱うアルゴリズムの基礎(2). 重複除去. 集合演算. ポインタ
- 6. ファイルの扱い
- 7. 整列(1). 単純插入整列•単純選択整列•単純交換整列
- 9. 再帰的アルゴリズムの基礎. 再帰におけるスコープ. ハノイの塔など.
- 10. バックトラックアルゴリズム. 8 王妃問題など.
- 11. 線形リストを扱うアルゴリズム
- 12. 木構造を扱うアルゴリズム(1) 基礎
- 13. 木構造を扱うアルゴリズム(2) 挿入, 削除, バランスなど. **◆──** 本日の内容
- 14. ハッシング
- 15. その他のアルゴリズム
- ※ 試験期間中に期末試験が行われるので必ず参加しましょう. 欠席の場合は「単位放棄」とみなされます.

第13回「動的データ構造 ~木構造2~」

第12回「動的データ構造~木構造1~」の要約・復習

☆ 線形リストより複雑な構造

・算術式の構造, さまざまな項目の分類 (の構造) (図書の分類, 生物学 上の分類, 計算機のディレクトリ構造)



☆ 木構造(tree)

◎ 定義

・空構造(「空木」)は木構造である.一つの項目 = **節点**と有限個の木構造(部分木という)からなる構造も木構造である.

◎ グラフ表現

- ← 「根」(root):最上位の節点
- ← 「枝」

(C)は(H)の(直接の)「祖先」(母親とも) (H)は(C)の(直接の)「子孫」(娘とも) (I)~(P):「端点」、「葉」(=子孫なし) (A)~(H):「内点」(=端点でない節点)

←「高さ」あるいは「深さ」=4

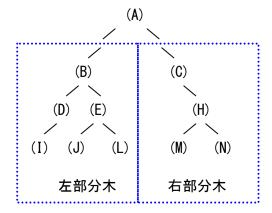
「位数」 : 内点の(直接の)子孫の数

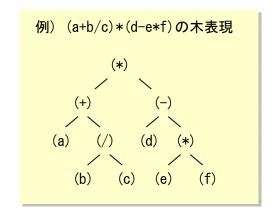
「木の位数」 : 位数の最大値

「順序木」:各節点から出る枝に順序がついている木

◎ 2分木 (binary tree)

・位数2の順序木



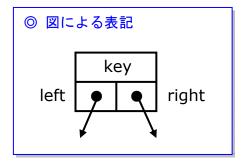


☆ 木のデータ構造

◎ データ構造

```
struct tree {
  int key;
  struct tree *left;
  struct tree *right;
}
```

- ← 識別キー (なくてもよい)
- ← 一つの節点が保持するデータ
- ← 左部分木の根へのポインタ
- ← 右部分木の根へのポインタ



☆ 木の生成(完全バランス木)

- ◎ 完全にバランス木:各々の節点において、左部分木中の節点数と右部分木中の節点数が高々1 つ しか違わない
- ◎ 前回プログラム: struct tree *tree(int n): n 個の節点を持つ完全バランス木を生成

☆ 木の走査(先順, 中順, 後順)

- ◎ 木の走査 (tree traversal)
 - ・与えられた操作を木の各節点に施す.
- ◎ 木構造から自然に生まれる3つの基本順序

・先順(preorder) :根(操作) → 左部分木 → 右部分木 ・中順(inorder) : 左部分木 → 根(操作) → 右部分木 ・後順 (postorder) : 左部分木 → 右部分木 → 根(操作)

◎ プログラム

void preorder(struct tree *t) : ポインタ t で指し示される木を先順で走査 void inorder(struct tree *t) : ポインタ t で指し示される木を中順で走査 void postorder(struct tree *t) : ポインタ t で指し示される木を中順で走査

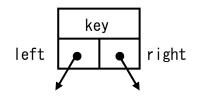


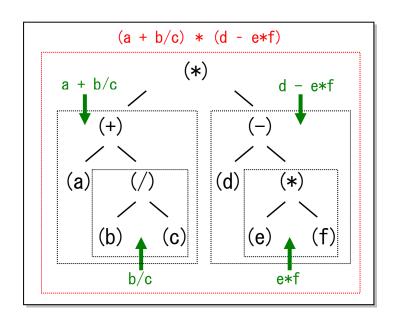
第 12 回の復習の終わり

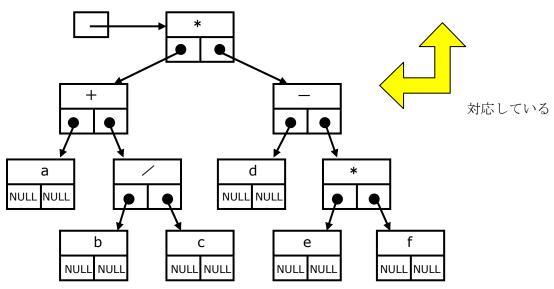
第13回「動的データ構造 ~木構造2~」のはじまり

☆ 木のデータ構造(復習)

◎ 図による表記







※ NULL を 「空木」とする.



☆ 木の探索と節点挿入

◎ 探索木

- ・任意の節点 N について、以下の条件を満たしている木
 - 1) (Nの) 左部分木中の全ての節点のキーが、Nのキーよりも小さい
 - 2) (Nの) 右部分木中の全ての節点のキーが、Nのキーよりも大きい
- ・木が完全にバランスしていれば高さは $\log n \rightarrow \log n$ の比較で探索可能 (cf. 線形リストでは平均 n/2)

◎ 挿入を伴う木の探索

- あるキーを木の中で探索する時に、あればそのキーをもつ節点の情報を得る.なければ新しい節点を木に付加する.
- ・空の木から出発

◎ プログラム

struct tree *search(int x, struct tree *t)

- ・すでにある木 (の節点) から \mathbf{x} と同じキーを持つ節点を見つけ出す. あればその節点の \mathbf{count} を $\mathbf{1}$ 増やす. なければ木に (\mathbf{x} をキーに持ち \mathbf{count} が $\mathbf{1}$ である) 新しい節点を挿入.
- ・返り値が tree 構造体へのポインタであることに注意. 新しく節点が作成されるので呼出側(main など)で変数の値を変更する必要があるため.

☆ 節点の削除

◎ 削除

- ・端点,一つの子孫しか持たない節点の削除は簡単.
- ・難しいのは2つの子孫(部分木)を持つ節点の削除

◎ 2 つの子孫を持つ節点の削除

削除すべき節点を,

- a) 左部分木の最右要素で置き換える, もしくは,
- b) 右部分木の最左要素で置き換える

◎ プログラム

struct tree *delete(int x, struct tree *t)

・すでにある木(の節点)から x と同じキーを持つ節点を見つけ出す. 存在すればその節点を削除する.

返り値が tree 構造体へのポインタであるのは、search()の場合と同様で、呼出側 (main など)で変数の値を変更する必要があるためである.

struct tree *del(struct tree *dstt, struct tree *t)

・第二引数に与えられた木の最右節点を探しだし、その内容を第一引数の指し示す節点にコピーする. コピーされた元の節点は必要なくなるので、これへのポインタを q に保持し、切り離す. 切り離された部分木を返す.



```
/*********************
1
        「アルゴリズムとデータ構造」
2
       サンプルプログラム treeop2.c
3
       <<動的データ構造の例:木の探索および節点挿入,節点削除>>
4
       copyright (c) T.Mori <mori@forest.dnj.ynu.ac.jp>
5
    6
7
    #include <stdio.h>
    #include <stdlib.h>
8
9
   /* 木構造のために再帰的データ型の定義.
10
      ある項目が何回出現したかを表す count も加える */
11
   struct tree {
12
13
       int key;
       int count;
14
       struct tree *left, *right;
15
                                          関数のプロトタイプ宣言
16
    };
17
   struct tree *search( int x, struct tree *t );
18
   void print tree( struct tree *t, int h );
19
   struct tree *delete( int x, struct tree *t );
20
   struct tree *del( struct tree *dstt, struct tree *t );
21
22
23
    #define EOD -1
   /* 初期データリスト */
24
   int a[] = { 7, 2, 9, 1, 6, 9, 8, 10, 4, 1, 2, 7, 3, 5, EOD };
25
26
                                                  関数のプロトタイプ宣言
27
   int get_data( void );
28
29
   int main(void)
30
                                                            main
       struct tree *root;
31
       int y;
32
33
       root = NULL;
34
       while( ( y=get_data( ) ) != EOD )
35
          root = search( y, root );
36
            /* 値 y をキーにもつ節点を木 root の中において探索/挿入する.
37
             search()の中で木が新しく生成され、木の根が変化するので、
38
             新しい木の根を関数の値として返し、その値を root に代入する. */
39
       printf("最初の木構造:\n");
40
       print_tree( root, 0 );
41
       printf("delete( 7, root )\u00e4n");
42
          /* 値 7 をキーに持つ節点を見つけ、探索木の性質を保ったまま削除する.
43
           delete()の中で木の根が変化するので、
44
           新しい木の根を関数の値として返し、その値を root に代入する. */
45
       root = delete( 7, root );
46
       print tree( root, 0 );
47
       printf("delete( 7, root )\u00e4n");
48
       root = delete( 7, root );
49
```

```
/* もう一度削除. 既に節点はないので削除できないはず. */
50
       printf("delete( 4, root )\u00e4n");
51
       root = delete( 4, root ); print tree( root, 0 );
52
       return 0;
53
54
   }
55
    /* すでにある木(の節点)から x と同じキーを持つ節点を見つけ出す.
56
                                                        search
      存在すればその節点の count を1増やす.
57
      なければ木に(x をキーに持ち count が 1 である)新しい節点を挿入.
58
      新しく節点が作成されるので、関数の戻り値として、新しい木の根を返す.
59
   struct tree * search( int x, struct tree *t )
60
   {
61
       if (t == NULL)
62
          /* NULL ならば見つからなかったことになるので、新しく節点生成 */
63
          t = (struct tree *)malloc(sizeof(struct tree));
64
          t->key = x; t->count = 1;
65
          t->left = NULL; t->right = NULL;
66
67
       else if (x < t->key)
68
          t->left = search(x, t->left);
69
          /* 現在の節点のキーよりも小さいので左部分木を探索 */
70
       else if (x > t-> key)
71
          t->right = search(x, t->right);
72
          /* 現在の節点のキーよりも大きいので右部分木を探索 */
73
       else
74
          (t->count)++; /* 見つかったのでカウントを増やす */
75
76
       return(t);
   }
77
78
   /* すでにある木(の節点)から x と同じキーを持つ節点を見つけ出す.
79
                                                         delete
      存在すればその節点を削除する.
80
      search()の場合と同様で木の根が削除されることもあるので、
81
     新しい木の根を返す. */
82
   struct tree * delete( int x, struct tree *t )
83
84
       struct tree *q;
85
86
       if(t==NULL) /* NULL なら見つからなかったことになる */
87
          printf("キー<%d>は見つかりませんでした. <math>n'', x;
88
       else if (x < t->key)
89
          t->left = delete(x, t->left);
90
          /* 現在の節点のキーよりも小さいので左部分木を探索 */
91
       else if (x > t-> key)
92
          t->right = delete(x, t->right);
93
          /* 現在の節点のキーよりも大きいので右部分木を探索 */
94
       else { /* 見つかった. この木の根を削除する */
95
          printf("キー<%d>が見つかりました. 削除します. <math>n'', x;
96
          if ( t->right == NULL ) {
97
```

```
98
              q = t;
              t = t - | eft;
99
              /* 左部分木だけなら、この木自身を左部分木に置き換える */
100
              free( q ); /* 領域解放 */
101
           } else if ( t->left == NULL ) {
102
              q = t;
103
              t = t->right;
104
105
              /* 右部分木だけなら、この木自身を右部分木に置き換える */
              free(q);
                          /* 領域解放 */
106
                          /* 左右の部分木があるならば */
           } else {
107
              t->left = del(t, t->left);
108
              /* 左部分木の最右節点をこの木の根に移動する. */
109
           }
110
111
        return(t);
112
113
    }
114
    /* 第二引数に与えられた木の最右節点を探しだし、その内容を第一引数の
115
                                                               del
       指し示す節点にコピーする.
116
       コピーされた元の節点は必要なくなるので、これを切り離す. */
117
    struct tree * del( struct tree *dstt, struct tree *t )
118
119
       struct tree *q;
120
121
122
        if (t->right!= NULL)
           t->right = del( dstt, t->right );
123
124
           /* 最右節点でなければ,右部分木を調べる */
        else { /* 最右節点なので、*/
125
           dstt->key = t->key; dstt->count = t->count;
126
           /* 削除すべき節点にこの節点の内容をコピー */
127
128
           q = t;
129
           /* コピー後はこの節点が不要になるのでこれへのポインタを q に保持*/
           t = t->left; /* 左部分木を繰り上げる */
130
           free(q); /* 領域解放 */
131
132
        return(t);
133
    }
134
135
    /* 木を印刷する.
136
                                                        print tree
    void print_tree( struct tree *t, int h )
137
138
139
        int i;
140
        if ( t != NULL ) {
141
           print_tree( t->right, h+1 ); /* 右部分木を印刷 */
142
           for(i=0; i< h; i++)
143
           /* 木の深さの分だけ TAB(8 文字字下げ)を印刷 */
144
           printf("\text");
145
```

```
printf("<%d,%d>\forall n",t->key,t->count);
146
            /* その節点のキーと出現回数を印刷 */
147
            print_tree( t->left, h+1 ); /* 左部分木を印刷 */
148
        }
149
    }
150
151
     /* データ取得 */
152
                           get_data
     int get_data( void )
153
154
     {
        static int i = 0;
155
156
        return a[i++];
157
     }
158
159
      【実行結果】(木構造の印字は、時計方向に90度回転させて見る)
160
161
     最初の木構造:
162
163
                 <10,1>
                                  点線は分かり易くするために加えた
164
                                  ものです. 本当は表示されません.
                   <8,1>
165
166
     <7,2>
167
                   <6,1>
168
                          <4,1>
169
170
            <2,2>
171
172
     delete(7,&root)
173
     キー<7>が見つかりました.削除します.
174
                   <10,1>
175
            <9,2>
176
                   <8,1>
177
     <6,1>
178
179
                   <4,1>
180
181
            <2,2>
182
                  ··· <1,2>
183
     delete(7,&root)
184
     キー<7>は見つかりませんでした.
185
```

次週「ハッシュ」の前に宿題があります。

「ハッシュ関数」で席決めをしますので、事前に準備しておいてください!

