相対的剥奪のモデル*

花京院と青葉の文体練習 1

浜田　宏

ver 1.0 (2016 年 4 月 25 日改訂)

最初になすべき仕事は，ゲームを構成する要素に対して厳密な定義を与えることである
(Neumann and Morgenstern 1953=2009:136).

登場人物 [1]

神杉 青葉（かみすぎ　あおば）: S 大学文学部　数理行動科学研科 2 年生．数学がちょっと苦手な大学生．

花京院 佑（かきょういん　たすく）: S 大学文学部　数理行動科学科 2 年生．数学が好きな大学生．スタンド能力とかはない．

1　疑問

「ねえ，花京院君．《均衡》って分かる？」神杉青葉は，研究室でパソコンの前に座った花京院を見つけると，挨拶もそこそこに質問をきりだした．

「どうしたの．急に」彼は，青葉からの質問には慣れている．

「授業で，人間行動にかんする数理モデルの説明を受けたんだけど,《均衡》っていう概念が出てくるあたりから，急にわからなくなってきたの．花京院君なら知ってるかなーと思って」

*本稿は浜田宏, 2015, 「相対的剥奪のメカニズム—人はどんなときに不満を感じるのか？」盛山和夫・浜田宏・武藤正義・瀧川裕貴.『社会を数理で読み解く—不平等とジレンマの構造』有斐閣: 81-113. の一部分を基に改訂を加えた資料である

[1] 花京院と青葉って誰なんだと思った方は,『数理社会学入門—ベルヌーイ変奏曲』をご覧ください (http://www.sal.tohoku.ac.jp/~hamada/にて公開中)

「どんなモデル？　囚人のジレンマとか？」花京院はブラウザを閉じると，青葉の方に顔を向けた．少し眠そうだ．

「《相対的剥奪》の数理モデルだったかな」

「そーたいてきはくだつ——」花京院は天井を見上げ，頭の後ろで手を組んだ．頭の中で関連するキーワードを検索しているようだ.「ああ，思い出した．1982 年にフランスの社会学者レイモン・ブードンが定式化したモデルだよ」

「そうなの？　」

「じゃあ，ちょっと準備するから待ってて」花京院はそう言い残すと，行き先も告げずに研究室から出て行ってしまった．

（あらら，出て行っちゃったよ）青葉は二人分のコーヒー豆をひきながら待つことにした．人気の無い研究室で，ただコーヒーミルの音が響いた．

（なかなか戻ってこないな．待っている間にインターネットで検索しとくか……）

青葉はパソコンにログインすると，思いつくままにキーワードを検索エンジンに入力した．しかし，相対的剥奪に関する情報はヒットするが，数理モデルに関する情報は，なかなか出てこなかった[2]．

そうこうしているうちに，花京院は両腕に資料を抱えて戻ってきた．彼は無言で机の上に，古びた洋書数冊と論文のコピーをどさっと並べた．

（あ……，図書館の匂い）旧い紙の香りが研究室に広がった．

1.1　背景——アメリカ兵

「まずモデルの背景から確認しよう.《相対的剥奪》という概念が社会学分野で注目されるきっかけになったのは，この調査報告書だ」花京院は机上に置いた分厚い洋書を手に取った．

「これは第 2 次大戦中のアメリカ軍兵士を社会科学者達が調査した結果をまとめた本だよ．この中におもしろい事例がある」

[2]ちなみに，実際に Google で「相対的剥奪　数理モデル」をキーワード検索してみると，J-stage で公開中の学術論文をはじめとして多くの情報にヒットする（2016 年 4 月 25 日現在）．この資料を読んでさらに興味が出てきた人は，少し難しいけれど専門誌の論文を読んでみよう．また，相対的剥奪研究に関する体系的な専門書として石田淳,2015,『相対的剥奪の社会学—不平等と意識のパラドクス』東京大学出版．がある．剥奪モデルのデータによる検証を試みた例として, 太郎丸博, 2009,「相対的はく奪論の経験的妥当性をめぐって」が，web 上で読める資料として，貴重かつ有用である.『アメリカ兵』と相対的剥奪研究に関する解説として，高坂健次，2009,「相対的剥奪論 再訪（一）―『アメリカ軍兵士』」も web 上に公開されており，原典 (*American Soldier*) と合わせて読めば，理解を深めることができるだろう．

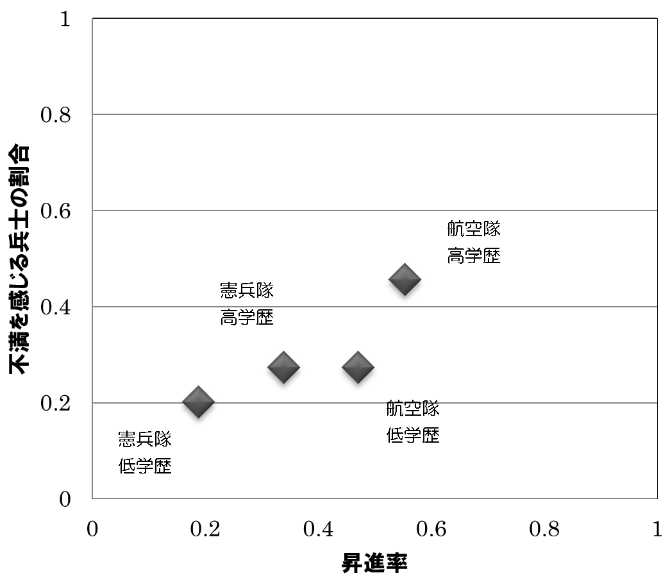

図 1: 集団の昇進率と不満を感じる兵士の割合の関係．横軸は集団の昇進率（集団内での下士官兵士の割合）．Stouffer et al (1949: 250-4) より作成

「えーっと，昇進率ってなに？」青葉はグラフを見ながら聞いた．

「集団の中で下士官以上に昇進した兵士の割合だよ．縦軸は集団の中で昇進制度に対する不満を持っている人の割合」

「これのどこがおもしろいの？　ただのグラフじゃない」

「グラフを見ると昇進率の高い集団の方が，不満の割合が高くなっている．直感的には昇進した方が恵まれているはずだから，ちょっと奇妙だ」

「まあ，そういえばそうかな」青葉はもう一度グラフを注意深く見直した．

たしかに，憲兵隊よりも，航空隊の方が昇進率が高い．そして同じ部隊の中では高学歴者の方が，昇進率が高い，でも昇進率の高い集団の方が，不満の割合が高くなっている．

「なぜ，こうなっているか分かる？」

「うーん．なんだろ……．昇進して下士官になると，仕事が増えるとか．アムロだってジャブローで曹長に任命されたけど，あんまり嬉しそうじゃなかったもんね」

「軍隊生活に対する不満ってことなら，そういう解釈もできるけど，ここで聞いているのは,《昇進制度》に対する評価だよ」花京院はいつものように，青葉のガンダム・アナロジーをスルーした．

「あ，そうか．昇進した人が多い集団の方が，昇進制度に批判的ってのは，やっぱりちょっとへんだね．うーんどうしてかな」

「ではモデルを使って説明しよう」

2　相対的剥奪の数理モデル

「神杉さんからリクエストを受けて，論文を読み返してみたけど，確かにこのモデルの均衡概念はちょっと理解するのが難しいね．特定条件下ではナッシュ均衡と一致するみたいだけど」

「じつは，ゲーム理論って苦手でさー．ナッシュ均衡もよくわからないんだよね．解説お願い」

「しょうがないな——．まずは社会学・社会心理学で,《相対的剥奪》概念がどのように定義されていたのかを，確認しておこう．社会心理学者の W. G. ランシマンは, 相対的剥奪を次のように定義している」

$$

ランシマンによる相対的剥奪の定義：次の条件を満たすとき，ある人は対象 X にかんして相対的に剥奪されている，という (Runciman 1966; Yitzhaki 1979)．

1. 彼は X を持っていない
2. 彼は（過去の自分自身を含む）他者が X を持っていると見なしている（実際には持っていないこともありうる）
3. 彼は X を欲している
4. 彼は X を持つことが可能だと思っている

$$

「えーっと，対象 X ってなんのことかな？」青葉は首をかしげた．

「まあ，なんでもいいんだけど．君が欲しいものを想像してみて」

「うーんと，それじゃあポルシェ・ボクスター」

「——え？　車？　君，免許持ってたっけ？」花京院は驚いて青葉の顔を見た．

「いやあ，持ってないけど．ボクスターとかに乗ってたら西之園萌絵みたいでカッコいいかな，と思って」

「そんなんじゃあ，ダメだよ．それに西之園萌絵がポルシェに乗るとしたら，絶対，空冷式でしょ」

「えーと，それじゃあね，スマホ」

「え？　君，ガラケーなの？」

「そうじゃないよ．スマホ持ってたけど，親に取り上げられちゃったの．お父さんの口座から通話料引き落としにしてたんだけど，ちょっと調子に乗って使い過ぎちゃって．しばらく使用禁止なんだよね．今時の大学生がケータイ持ってないって信じられる？」

「そりゃあ，不便だろうね．まわりのみんなが持ってるんだから．そんな風に，まわりのみんなが持っているのに自分だけ持ってないって状況で相対的剥奪が生じやすいんだ．相対的剥奪の発生条件を整理しておこう」

> 剥奪を感じる人とは、対象となる地位や財を欲しているが，それを持っていない人である．また集団の中に地位や財を持つ人と持たない人が混在しているとき剥奪が生じる．

「そっかー．まわりが持ってなければそんなに不満じゃないか．お父さんよくいってるもん．昔は誰も携帯なんて持ってなかったけど，困らなかったぞって．でも昔は昔，今は今だからさ．ないと困っちゃうんだよなー」

「このことから，集団の中に地位や財を持つ人が限られていることを表現する必要がある」

> 対象となる地位や財の所有が可能であると思っていなければ，剥奪は生じない．

「この意味は，さっきのポルシェの例を考えてみれば分かる．神杉さんは，世の中にポルシェを持っている人が存在することを知っており，自分でもポルシェに乗ってみたいなあと考えている．これはランシマンの定義における条件 1，2，3 を満たしている状態だ」

「そうだね．そこまでは条件にあてはまってるね」

「でも神杉さんは，自分の収入では，そもそもポルシェが買えないってことが分かっているし，まわりの学生だってポルシェはおろか，国産車だって持っていないという事実を知っている．だから，ことさら不満を感じることはない」

「うーん，そうだね．車持ってる人，いないよね」

「一方，携帯電話の所持を禁止されている君の状態を考えてみよう．君は，周りの友人達が持っていることは知っており（条件 1，2），自分も携帯電話がほしいと考えている（条件 3）．そして君は過去の経験から，携帯電話の所持が可能であることも知っている（条件 4）」

「うん，全部の状態を満たしているね」

「ここで相対的剥奪が生じるポイントは，自分では持つことが可能だと思っていながら，現実には持っていないというギャップなんだ．たとえ欲しいと思っていても，そもそも手が届かないものなら持っていなくても不満じゃない．そこで，欲しいモノの入手可能性を表現するために，コスト（cost）と利得（benefit）という概念を導入しよう」

「コストと利得？」

「自分が欲しがっている対象の価値が利得 B だよ．利得 B を手に入れるために人々はコスト C を払うと仮定する．またコスト C を払わなければ，そもそも利得 B を得ることはできない．すると，相対的剥奪とは単に利得 B を持っていない状態ではなく，利得 B を期待して C を払ったにもかかわらず，B を獲得できなかった状態であると定義できる．以上をふまえて相対的剥奪が生じる状況をモデル化してみよう．必要な仮定を次のとおりだよ」

仮定 1 (行動の選択肢)**.** 集団は N 人からなる．各個人はコスト C を払うか払わないかを選択する．

仮定 2 (利得獲得条件)**.** コスト C を払った場合は利得を獲得できる可能性がある（必ず獲得できるとは限らない）．利得 B を獲得する人の数を n, コスト C を払う人の数を x とおく．コスト C を払わない場合は，利得 B を獲得できるチャンスはない.

仮定 3. 各個人は合理的に行動する.

「《利得》は《コスト》を払ったからといって，必ずもらえるわけじゃないんだね？」

「そう．そこがポイント．コストを払った人の数 x が n よりも大きいとき，利得 B を獲得できない人は $x-n$ 人いる．この $x-n$ 人が感じる不満が相対的剥奪なんだ．n はあらかじめ決まっている成功者の枠と考えればいい．入社試験の採用人数みたいなイメージかな．x は競争に参加する人たち，受験生とか，採用試験を受ける人たちだよ」

定義 1 (投資者数)**.** 集団の中で利得 B を獲得することを期待してコスト C を払う人の数を投資者数と呼び，x で表す.

定義 2 (相対的剥奪 (Relative Deprivation))**.** 利得 B を得ることを期待してコスト C を払ったにもかかわらず，利得 B を獲得できなかった状態を相対的剥奪と呼ぶ．その人数は $x-n$ である.

利得を獲得できるかどうかは確率的にランダムに決まる, と仮定するよ．つまりコストを払ったという条件のもとで，利得を獲得できる確率は n/x だ．もし $x<n$ なら，あら

かじめ決まっている成功者の枠 n より，競争参加者数 x が少ないから，利得を獲得できる確率は常に確率 1 と仮定する．

モデルの世界を樹形図で表すと図 2 のようになる．

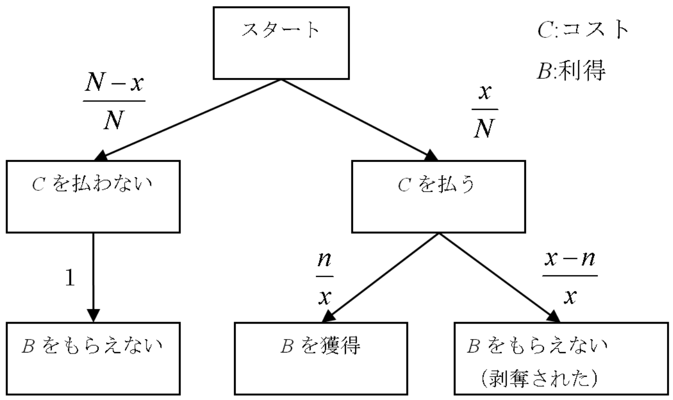

図 2: 剥奪モデルの樹形図（$n < x$ の場合）

「四角の中が起こりうる状態で，状態をつなぐ矢印の横に書かれた数式は，状態が実現する確率を表している．例えば最初の《スタート》の状態から,《C を払う》という状態に到達する確率は x/N だよ」

「これは割合って考えてもいいのかな」

「そうだね．集団内で C を払う人の数が x だから，集団内での割合は x/N になる．この割合が《C を払う確率》に等しいと仮定してるんだ.《左下の「B をもらえない」状態》も《右下の「B をもらえない」状態》も，両方とも B がもらえなかった状態なんだけど，剥奪されているのは右下だけっていう点がポイントだよ」

「左下に到達した人は，B をもらってないけど，剥奪されないんだね」

「どうしてだか分かる？」花京院が聞いた．

「えーっと，コストを払ってないから損してるわけじゃないし，利得を欲しがってないからじゃないかな」

「そうだよ．最初から B を期待してないから，もらえなくても不満はないと仮定しているんだ」

3　成功者数と剥奪者数の関係

「さて僕たちがまず知りたいのは，B をもらえる人数 n と剥奪される人数の関係だ．モデルの基になった事例が，昇進率と剥奪率のパラドキシカルな関係だからね．モデルを理

解するためには，どうしてそういうモデルを作らないといけないのか？　っていう背景を理解する必要がある．動機といってもいい」

「この場合は,《昇進率が高い集団の方が，不満率が高いのはなぜか》っていう問題関心のことだね」

「そうだよ．剥奪者の数は $x-n$ で決まる．n は条件として与えられるから，x がどう決まるかさえ，分かれば，このモデルの一番重要なアイデアが理解できる」

両者の関係は，相対的剥奪率を昇進率の関数として表すことができれば，明らかになる」

3.1　投資した場合の期待値

「じゃあ，投資者数 x っていくつなの？　説明を聞いてもよく分からなかったんだよね」青葉が聞いた．

「x は，モデルの条件として決まっている数じゃない．他の条件から論理的に導出するんだよ」

「どうやるの？」

「そのために，モデルの世界の住人が，どういう行動を選択するのかを，投資した場合の《期待値》を計算して考える」

「あ，期待値ね．それなら知ってる [3]」

「念のために確認しておくよ」

$$

コスト C を払った場合には，結果は成功して利得を獲得するか，失敗して何ももらえないかの二通りで、それぞれの確率は次の表のようになっている．

表 1: 結果の一覧

結果	利得 − コスト	確率
成功	$B-C$	$\frac{n}{x}$
失敗	$0-C$	$\frac{x-n}{x}$

《期待値》は，結果として起こりうる状態の値を，それが起こる確率でウェイト付けし

[3] 花京院が青葉に，どのように期待値を解説したかは,『数理社会学入門―ベルヌーイ変奏曲』第 9 章を参照

た《平均値》のことだ．この場合，投資した場合の期待値は

$$
\begin{aligned}
E(U_1) &= \frac{n}{x}(B-C) + \frac{x-n}{x}(0-C) \\
&= \frac{nB}{x} - C.
\end{aligned}
$$

ここで U_1 は投資を選択した場合の効用 (utility) を表しているよ．

次に, コスト C を払わない場合の期待値を $E(U_2)$ で表しておこう．といっても「確率 1」で「0」を得るから 期待値はゼロだ．

$$
E(U_2) = 0
$$

$$

「うーん，期待値の定義は分かるんだけど．意味が分からない」

「どういうところが？」

「データみたいに，たくさんの数値の平均だったら，分かるんだけど．投資するかしないかの行動選択は 1 回きりでしょ．1 回しかない行動の平均って，なんなのかなって」

「ああ，そういうことか．期待値の経験的な意味づけだね」

「そうそう．結果として生じる値は《$B-C$》か《$-C$》の二通りしかないでしょ？ その平均って，なんなのよ？」

「なるほど，じゃあこう考えたらどうだろう」花京院はホワイトボードに図を描きながら説明した．

$$

いま，3 人が投資して，利得をもらえるのは 1 人だけと仮定する．つまり $x=3, n=1$ だね．

だから確率は $n/x = 1/3$ だよ．

ゲームが終わると,《$B-C$》という結果の人が 1 人と,《$-C$》という結果の人が 2 人が生じる．

この 3 人の結果の平均は,

$$
\frac{(B-C)+(-C)+(-C)}{3}
$$

だ．この式を変形すると

$$
\frac{(B-C)}{3} + \frac{-C}{3} + \frac{-C}{3} = \frac{1}{3}(B-C) + \frac{2}{3}(-C) = \frac{n}{x}(B-C) + \frac{x-n}{x}(-C)
$$

となる．一番右の式をよーくみると，期待値の定義と一致している．

つまり，1 回かぎりの行動の期待値とは，同じ行動を多くの人がとったときの平均値と同じなんだ．

$$

青葉は，計算結果と，期待値の定義を見比べた．

「うーん，そっかあ．他の人達の行動を考えれば平均値と一致するのか⋯⋯，期待値って言われると難しい気がするけど，平均なら分かる気がする」

「《期待値》は《平均》を確率の観点から一般的に定義した概念だって考えると，分かりやすいんじゃないかな」

3.2　投資者数 x の均衡値

「さて，期待値の準備ができたから，続いて投資者数 x の導出に移ろう」

「ここからが，難しいんだよなあ」青葉はふうっと，ため息をもらした．

「人間行動にかんするモデルを理解するための，便利な方法があるよ．知ってる？」

「え？　どうするの？」

「自分が《モデルの世界》に入ったつもりで考えるんだよ．いったん現実を忘れて，架空の世界の住人になるんだ」

「えー．そんなの無理だよ」

「君さあ，ガンダムの世界なら没入できるでしょ？　それと一緒だよ」

「むう，そう言われてみれば⋯⋯」

「モデルの世界に入って，その住人の考え方や行動を想像するんだ．具体的な数値例を使って考えよう．

集団人数 $N = 10$，昇進人数 $n = 3$，利得 $B = 2$，コスト $C = 1$

とする. この条件を期待値に代入すると，コスト C を払った場合の期待値が分かる．いくつかな？」

青葉は計算用紙をとりだすと，式を書きながら考えた．

$$

えーっと,《投資する》場合は

$$E(U_1) = \frac{nB}{x} - C = \frac{3 \cdot 2}{x} - 1 = \frac{6}{x} - 1$$

かな.

でも x が残ったままだから，いくつなのか分からないな．まあ，いっか.

もう一方の,《投資しない》場合の期待値は 0 だから

$$E(U_2) = 0$$

だね

$$

「じゃあ，その条件で，君はどっちの選択肢を選ぶ？」

「えーっと，じゃあとりあえず《投資》を選んでみるかな．根拠はないけど．私のゴーストがそう囁くのよ」

「なんだか分からないけど，君が選んだのは《投資》だね．さて，ほかの人は投資しなかったと仮定しよう．すると $x = 1$ だ．つまり君だけが投資を選択した状態だよ」

「うん」

「その $x = 1$ を期待値 $E(U_1)$ に代入するとどうなる？」

「えーっと，

$$E(U_1) = \frac{6}{x} - 1 = \frac{6}{1} - 1 = 6 - 1 = 5$$

かな．期待値は 5 だね」

「投資しない場合よりも明らかに期待値が高いから，君は合理的な選択をしたってことだよ」

「なるほど．適当に選んだんだけど，計算してみると合理的な判断だったのね．やるわね，私のゴースト…….」

「よし，今度は僕の番だよ．僕はいま《投資しない》を選択していて，君 1 人が《投資》を選択したことを観察したと仮定する」

「ふむふむ」

「さて，僕はどんな風に行動するのが合理的だろうか．もし選択を変えなければ期待値は 0 のままだ．一方で選択を《投資しない》から《投資する》に変えると？」

「期待値が増えるね」

「その通り．選択肢を変えると期待値が増える．ただし 0 から 5 に増えるわけじゃない」

「え？　どうして？　投資した場合の期待値は5だったでしょ．さっき計算したじゃん」

「うん，期待値が5になるのは，君一人が投資している場合の話だ．もし僕が行動を変えて，投資を選択すると投資者数は $x=1$ から $x=2$ に増える．すると期待値は？」

「あ，そうか投資者数 x が変わると期待値も変わるんだ．えーっと $x=2$ だからその場合の期待値は……」青葉は新しい計算を取り出した．

$$

$$E(U_1)=\frac{6}{x}-1=\frac{6}{2}-1=3-1=4$$

$x=2$ の場合は投資した場合の期待は4だね

$$

「その通り．だから僕も《投資する》を選ぶ方が合理的だ．期待値4は0よりも大きいからね」

「ふむふむ．ゴーストに頼らなくても計算すれば分かるんだね」

「これを続けていくと，どうなるだろう．10人の集団の中で，僕と神杉さんの2人が《投資》を選択していて，残りの8人は《投資しない》を選択している．でも8人の中には，やっぱり《投資》を選ぶ方が，合理的だっていう人がいるんじゃないだろうか？」

「うん，そうだね」青葉は計算を続けた

$$

$x=3$ のとき

$$E(U_1)=\frac{6}{x}-1=\frac{6}{3}-1=2-1=1$$

$x=4$ のとき

$$E(U_1)=\frac{6}{x}-1=\frac{6}{4}-1=1.5-1=0.5$$

$x=5$ のとき

$$E(U_1)=\frac{6}{x}-1=\frac{6}{5}-1=1.25-1=0.25$$

$x=6$ のとき

$$E(U_1)=\frac{6}{x}-1=\frac{6}{6}-1=1-1=0$$

x が大きくなるにしたがって期待値は小さくなるよね，$x=6$ のときに $E(U_1)=0$ になっちゃったよ

$$

「いいところに気づいたね．それは重要なポイントだよ」花京院が続けた．

$$

投資時の期待値 $E(U_1)$ は x が大きくなると小さくなる．これを

$E(U_1)$ は x に関して減少である

という．

いま計算した具体例から分かるとおり，投資者数 x が小さい場合には,《投資しない》から《投資する》に切り替えた方が合理的だ．

したがって投資者数 x は増加していく.

しかし投資者数が 6 人まで増えたとき，どうなるか？

全体が 10 人だから残りの 4 人は投資を選択していない．この状況では，現在投資していない者は，選択を切り替える動機を持たない．というのも，選択を変更すると投資者数 x が 7 人になり，その場合の期待値は

$$E(U_1) = \frac{6}{7} - 1 = \frac{6}{7} - \frac{7}{7} = -\frac{1}{7}$$

になってしまうからだ．

$$

「あ，ほんとだ．マイナスになっちゃったよ」

「x が増えすぎると期待値がマイナスになり,《投資しない》場合の期待値 0 を下回ってしまう．だから投資しないから投資するに切り替えるのは合理的じゃない」

「なるほどー」

「一方で，現在《投資する》を選択している人たちも，選択を切り替える動機を持っていない．だって《投資しない》場合の期待値は 0 だから，現在の期待値と同じだからね」

「そっかあ．$x = 6$ になると，そこから x は変化しないのかあ」

「まとめよう」

$$

投資者数 x は, 投資を選択した場合の期待値 $E(U_1)$ が 0 になったところで，それ以上増えも減りもしないと予想できる．

$$\text{集団人数 } N=10，\text{昇進人数 } n=3，\text{利得 } B=2，\text{コスト } C=1$$

という条件では $x=6$ のとき, 期待値が 0 になる．よって $x=6$ が投資者数の《均衡値》である．

$$

「おー，やっと《均衡》って言う概念がでてきた」

「直感的に言えば，みんなが合理的に考えて行動した結果，そこから変化しない状態ってことだよ．言い換えると，一旦その値に達したら，そこから増えたり減ったりしない値のことを均衡っていうんだ」

「なんとなく分かったかも」

「以上の考え方を一般化しておこう」

$$

期待値 $E(U_1)$ が 0 に等しくなるときの投資者数 x の値を逆算してみよう．

$$\begin{aligned} E(U_1) &= 0 \\ \frac{nB}{x} - C &= 0 \\ x &= \frac{B}{C}n \end{aligned}$$

この投資者数 x の値は均衡値である．x の均衡値は，パラメータ n, B, C で完全に決まることが分かる．

命題 1 (投資者数 x の均衡値)．コスト C を払う場合の期待値 $E(U_1)$ が 0 に等しくなるところで，投資者数 x は均衡する．この x を均衡投資者数 x^* と呼ぶ。一般に, x^* の値は、次のように定まる。

$$x^* = \frac{B}{C}n$$

ただし, この x^* は集団人数 N を越えることはない．x^* の最大値は N である．

$$

「集団人数がそもそも N 人だから，投資者数 x が N を越えないってのは，なんとなく分かるんだけど．どういうときに投資者数が N 人になるのかな」

「それも計算できるよ」花京院が新しい計算用紙を取り出した．

$$

投資者数 x が N 人以下だってことを言い換えると

$$x \leq N \iff \frac{B}{C}n \leq N \iff n \leq \frac{C}{B}N$$

ってことでしょ？　成功者数 n が $\frac{C}{B}N$ 以下なら，投資者数 x は N 人以下で，逆に成功者数が $\frac{C}{B}N$ を超えると，投資者数 x は N 人になるってこと．

- $n \leq \frac{C}{B}N$ のとき
$$x^* = \frac{B}{C}n$$
- $n > \frac{C}{B}N$ のとき
$$x^* = N.$$

このように，x^* の値は，n の大きさによって変わるし，関数の形自体も変化するんだ．

条件ごとに変化する関数をまとめて書く便利な記法があるんで，紹介しとくよ．

$$x^* = \begin{cases} \frac{B}{C}n, & 0 \leq n \leq \frac{C}{B}N \\ N, & \frac{C}{B}N < n \leq N \end{cases}$$

“,” の右に書いた不等式が条件を表しているんだよ．

具体的に書けば，もっと分かりやすくなる．例えば

$$N = 10, B = 2, C = 1$$

のときは

$$x^* = \begin{cases} 2n, & 0 \leq n \leq 5 \\ 10, & 5 < n \leq 10 \end{cases}$$

となる．グラフで書くとこんな感じだよ．

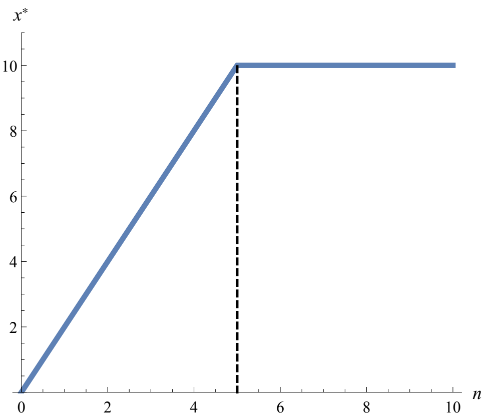

図 3: 昇進人数 n と均衡投資者数 x^* の関係

均衡投資者数 x^* は, 成功者数 n が上昇すると，増える．ただし x^* が集団人数 N と等しくなるまで増加したら，それ以上には増加しない．

グラフを見ると，n が 5 に達するまでは，n と共に x も増加している様子が分かる．そして，ちょうど $n = 5$ のとき，$x^* = 10$ になっている．投資者数が集団人数 10 人に達したあとは，それ以上増加しないから，一定のままだ

$$

「次に，剥奪者の数の変化を考えてみよう．剥奪者の数は，定義より $x - n$ だった．ここからは，x が均衡値になっていることを強調するために，$x^* - n$ と書くよ．いいかな？」

「えーっと，投資者数均衡値が x^* で，B をもらえる人が n だから，$x^* - n$ は,《投資したけど B をもらえなかった》人の数だね．これは確かに剥奪された人の数になってるね．OK」

「さっきと同じように条件を分けて，書いておこう」

- $n \leq \frac{C}{B}N$ のとき

$$x^* - n = \frac{B}{C}n - n = n\left(\frac{B}{C} - 1\right)$$

- $n > \frac{C}{B}N$ のとき

$$x^* - n = N - n.$$

まとめて書けば

$$x^* - n = \begin{cases} n\left(\frac{B}{C} - 1\right), & 0 \leq n \leq \frac{C}{B}N \\ N - n, & \frac{C}{B}N < n \leq N \end{cases}$$

だよ．

さっきと同じ $N=10, B=2, C=1$ という条件で，投資者数の変化と，剥奪された人数 $(x-n)$ の変化を同時にプロットしてみよう．投資者数がブルーで，剥奪者数はオレンジのラインだよ．

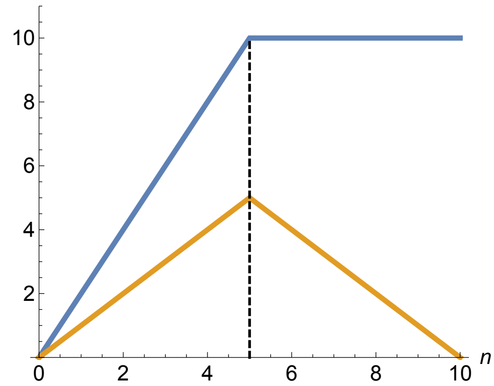

図 4: 《成功人数 n》と《均衡投資者数 x^*, 剥奪者数 x^*-n》の関係. $N=10, B=2, C=1$

「あっ．途中から剥奪者数が下がっているね」

「ここが剥奪モデルのインプリケーションのおもしろいところだ．相対的剥奪を感じる人は，n が小さい間は n と共に増加するけど，やがて減少する．そして n が集団人数と同じになった時，剥奪を感じる人はいなくなる」

「成功者がちょうど半分になったところから変化のしかたが変わるんだね」

「うん．この条件ではね」

「この条件 $\cdots\cdots$，あ，そうか．B や C の値が変わると，結果が違うのか $\cdots\cdots$．どうなるのかな？」

「計算してごらんよ」

「うん．できるかなあ $\cdots\cdots$」青葉は少し不安な様子で，ここまでの計算例を参考にして，新たな計算をはじめた．

3.3 利得の大きさが変化した場合 ($B=3, C=1$ の場合)

$$

えーっと，さっきは $N=10, B=2, C=1$ で計算したから，利得だけ少し増やしてみるかな．

$$N=10, B=3, C=1$$

でやってみよう．

$$

「うん，そうやって条件を変化させるときには，1 つだけ変化させるのがいいよ．一度に複数の条件を変えると，何が影響しているのか分からないからね」

「OK．じゃあ, 続けるよ」

$$

まず投資者数の均衡値は

$$x^* = \begin{cases} \frac{B}{C}n, & 0 \leq n \leq \frac{C}{B}N \\ N, & \frac{C}{B}N < n \leq N \end{cases}$$

だったから，この式に $N = 10, B = 3, C = 1$ を代入してみるよ．

$$x^* = \begin{cases} 3n, & 0 \leq n \leq \frac{10}{3} \\ 10, & \frac{10}{3} < n \leq 10 \end{cases}$$

こうかな．

次に剥奪者の数は

$$x^* - n = \begin{cases} n\left(\frac{B}{C} - 1\right), & 0 \leq n \leq \frac{C}{B}N \\ N - n, & \frac{C}{B}N < n \leq N \end{cases}$$

だったから，これに $N = 10, B = 3, C = 1$ を代入してみるよ．

$$x^* - n = \begin{cases} 2n, & 0 \leq n \leq \frac{10}{3} \\ 10 - n, & \frac{10}{3} < n \leq 10 \end{cases}$$

だね．

よし．準備完了．投資者数の変化と剥奪者数の変化をグラフで描いてみるよ．

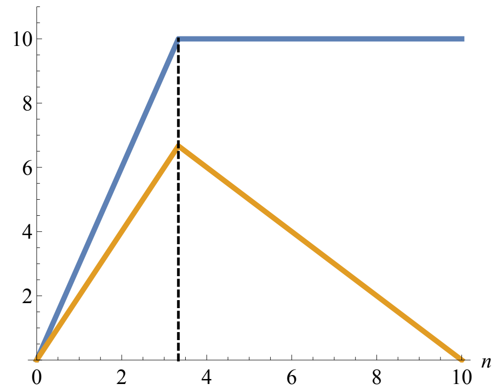

図 5: 《成功人数 n》と《均衡投資者数 x^*, 剥奪者数 $x^* - n$》の関係.$N = 10, B = 3, C = 1$

おー，形がかわった．なんだか左の方に傾いたよ．

$$

「この違いからどんなことが分かる？」花京院が楽しそうに聞いた．

4 インプリケーション

「えーっとね．まず分かったのは，剥奪者の数は，成功者の数に応じて増え続けるわけじゃなくて，前半は増えるけど後半は減るってことかな」

「うん．直感的にはそうだね．前半とか後半という言い方をもう少し正確に言い直す必要があるかな．剥奪者数 $x - n$ は成功者 n の増加にともなって増えるけど，$n = N \times (C/B)$ のところで最大になって，$N \times (C/B)$ よりも n が大きくなると，n の増加にともなって減少する」

「ああ，そうそう，それが言いたかったのよ」

「ただし，後半の《剥奪率が減少する》という部分は『アメリカ兵』のデータでは観察されていない部分の予測になっている，というところが重要だ」

「そうか．昇進率が上がると，剥奪率が下がるっていうデータはなかったね．あれ？　ってことはこの予測は正しいかどうかは，分からないってこと？」

「そうだよ．正しいかどうかはまだ分からない．モデルを使って分析すると，観察していないデータに対する理論的な予測ができるってことが重要なんだ」

「じゃあ，間違ってるかもしれないじゃん」青葉は不満そうに言った．

「そうだよ．反証可能性を持っているほうが，健全なモデルだと僕は思う」

「うーん，そんなもんなのかな」

「他に気づいたことってある？」

「うーんとね．利得 B が増えると，剥奪者数のグラフが変わったよ．なんていうのかな，ピークの位置が左にずれたって言えばいいのかな……」

「二つの条件を比較してみよう」花京院はグラフを重ねてプロットした．

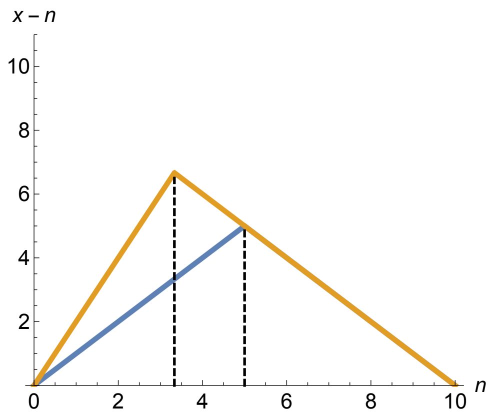

図 6: 剥奪者数の比較．$B = 3$ と $B = 2$ の比較

「どう？　並べてみると違いが分かりやすいでしょ？」花京院が聞いた．

「そうだね．利得が大きくなると，剥奪者数の最大値が増えたよ．それに最大値に対応する成功者数が，より小さくなってる．でも……，どうしてそうなるのかな？」

「それはね，利得が大きくなると，成功者数が同じでも期待値が大きくなるから，より多くの人が投資を選択するせいなんだ．同じ確率で同じ値段なら，賞金が高いクジの方が人気が出るのと同じだよ．でもアタリ確率は同じだから，それだけ剥奪される人の数は増える．だから最大値が増えるんだ」

「そっかー．計算自体は単純なのに，よくできてるねー」

「僕はこのモデル，好きなんだ．単純なのに，意図せざる結果として集団の不満率が高まる仕組みが，とてもうまく表現されている．これ以上単純だと，おそらく，この現象は表現できないだろうし，これ以上複雑にしても，切れ味が悪くなる．ギリギリのバランスが保たれているんだ」

青葉には，花京院の感想は完全には理解できなかった．

ただ数学を使って，人の行動が表現できる点は，ちょっとおもしろいと思った．

5　ゲーム論の視点から

「ねえ,《相対的剥奪》モデルってさあ.《ゲーム理論》のモデルとちょっと似てるんだけど，違うのかな」青葉が聞いた.

花京院は，眼鏡に手をあてて，しばらく考え込んだ.

「そうだなあ．モデルを作った Boudon 自身はゲーム論の記法は使ってないけど，ゲーム理論のモデルとして定式化することもできるんじゃないかな」花京院は，ぶつぶつとつぶやきながら，ホワイトボードの前に移動した.

$$

剥奪モデルを N 人標準型ゲームとして，表現してみよう.

- プレイヤー集合: $\{1, 2, \ldots, N\}$
- 戦略集合： $\forall i, A_i = \{$ 投資する, 投資しない $\}$
- 利得関数: $\forall i, U_i(x) = \begin{cases} \frac{nB}{x} - C & , \quad 投資した場合 \\ 0 & , \quad 投資しない場合 \end{cases}$

まず，純戦略ナッシュ均衡は $\cdots\cdots$,

$$

「ストップ，ストップ．ちょっと疲れちゃったよ．ゲーム理論の話は，また今度お願い」青葉は，話し続ける花京院を制止した.

「なんだ．ここからがおもしろいのに．じゃあこの続きは，また今度にしよう」花京院は不満そうな様子で，ホワイトボードのマーカーを置いた.

青葉は，花京院のカップに 2 杯目のコーヒーを注いだ．コーヒーの強い香りが，洋書の微かな匂いをかき消すように，研究室に広がった.

（続く）

References

Boudon, Raymond. 1982, *The Unintended Consequences of Social Action*, The Macmillan Press.

石田淳,2015,『相対的剥奪の社会学—不平等と意識のパラドクス』東京大学出版.

Kosaka, Kenji, 1986, "A Model of Relative Deprivation," *Journal of Mathematical Sociology*, 12:35-48.

高坂健次，2009,「相対的剥奪論 再訪（一）—『アメリカ軍兵士』」『関西学院大学社会学部紀要』108:121-132.

浜田宏, 2015, 「相対的剥奪のメカニズム—人はどんなときに不満を感じるのか？」盛山和夫・浜田宏・武藤正義・瀧川裕貴.『社会を数理で読み解く—不平等とジレンマの構造』有斐閣:81-113.

Runciman, W. G., 1966, *Relative Deprivation and Social Justice*, London: Routledge and Kegan Paul.

Stouffer S. A., E. A. Suchman, L. C. Devinney, S. A. Star, and R. M. Williams., 1949,*The American Soldier. Volume I.: Adjustment During Army Life*, Princeton University Press.

太郎丸博, 2009,「相対的はく奪論の経験的妥当性をめぐって」 http://tarohmaru.web.fc2.com/documents/HamadaReview.pdf (2016 年 4 月 25 日現在)