● 第3回全統共通テスト模試から見直しておきたい問題

【 問題 】
第4問

第2項が11，第3項と第4項の和が34である等差数列を $\{a_n\}$ とする。

また，第2項が4，第3項と第4項の和が24である等比数列で，公比が正であるものを $\{b_n\}$ とする。

さらに，$c_n = b_n - a_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$ により，数列 $\{c_n\}$ を定める。

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ の初項は $\boxed{\text{ア}}$，公差は $\boxed{\text{イ}}$ である。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると

$$S_n = \boxed{\text{ウ}}\,n^{\boxed{\text{エ}}} + \boxed{\text{オ}}\,n \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

である。

(2) 等比数列 $\{b_n\}$ の初項は $\boxed{\text{カ}}$，公比は $\boxed{\text{キ}}$ である。

数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とすると

$$T_n = \boxed{\text{ク}}^{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}} \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

である。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ $n-2$	① $n-1$	② n	③ $n+1$	④ $n+2$

(3) 太郎さんと花子さんは c_n の符号について話している。

> 太郎：$1 \leqq n \leqq 4$ のときは $c_n < 0$ だね。
> 花子：$n \geqq 5$ のときは $c_n > 0$ と推定できるから，これが正しいことを数学的帰納法を用いて示してみよう。

$n \geqq 5$ のとき

$$c_n > 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

であることを数学的帰納法により示す。

[Ⅰ] $n=5$ のとき

$$c_5 = b_5 - a_5 = \boxed{\text{サ}} > 0$$

であるから $(*)$ は成り立つ。

$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ a_m	① b_m

(4) n を 5 以上の整数とする。

座標平面上で，$1 \leqq x \leqq n$ の範囲において直線 $y=4x+3$ と曲線 $y=2^x$ ではさまれた領域(境界線を含む)を D_n とし，D_n 内の格子点の個数を U_n とする。ただし，格子点とは x 座標と y 座標がともに整数である点である。

k を $1 \leqq k \leqq n$ を満たす整数とし，直線 $x=k$ 上の D_n 内の格子点の個数を d_k とすると

$$d_k = \begin{cases} \boxed{\text{テ}} + \boxed{\text{ト}} & (1 \leqq k \leqq \boxed{\text{ナ}} \text{ のとき}) \\ \boxed{\text{ニ}} + \boxed{\text{ヌ}} & (\boxed{\text{ナ}} + 1 \leqq k \leqq n \text{ のとき}) \end{cases}$$

である。

$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ニ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ a_k	① b_k	② c_k	③ $-a_k$	④ $-b_k$	⑤ $-c_k$

したがって

$$\begin{aligned} U_n &= \sum_{k=1}^{n} d_k \\ &= \boxed{\text{ネ}}^{\boxed{\text{ノ}}} - \boxed{\text{ハ}}\, n^{\boxed{\text{ヒ}}} - \boxed{\text{フ}}\, n + \boxed{\text{ヘホ}} \end{aligned}$$

である。

$\boxed{\text{ノ}}$ の解答群

⓪ $n-2$	① $n-1$	② n	③ $n+1$	④ $n+2$

【 ポイント 】

第3回全統共通テスト模試の数学Ⅱ・数学Bにおいて、第4問数列の得点率は数学Ⅱ・数学Bの全体の得点率52.0%よりも低い結果でした。20点満点中平均点は9．１点ですから、得点率は45．5%でした。基本問題であるア、イやカ、キの正答率は90%前後と高かったのですが、等差数列の和の計算問題であるウ～オの正答率は約67%、等比数列の和の計算問題であるク～コの正答率は約54%と低くなっています。数列においては「和に関する問題」の出題率が高くなると考えられるので、本番に向けて様々な和の計算ができるように練習しておきましょう。また本問では(3)において数学的帰納法の問題を出題しました。今後、大学入学共通テストで出題される場合には、証明問題なので、選択肢から選ぶ問いが多くなると思われますが、数学的帰納法の理論は正確に理解しておきましょう。さらに(4)の問題については、(1)～(3)で丁寧な誘導をつけましたが正答率がとても低かったので、数列の知識を「格子点数を求める」という図形的な問題に活用できる能力も身につけておきましょう。