

Exercices de logique combinatoire. Méthode de Karnaugh

EXERCICE 1.:

1.1. Simplifier par Karnaugh

$$F10 = a.b + \bar{c}.\bar{d} + \bar{a}.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d} + \bar{a}.b.c.\bar{d}$$

$$F8 = \bar{a}.\bar{b}.c.\bar{d} + \bar{a}.b.c.d + a.b.c.d + a.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d} + a.b.c.d$$

EXERCICE 2.: Problème de commande de feux automobiles :

On dispose, sur une automobile, de 4 commandes indépendantes: Cv pour les veilleuses, Cc pour les 2 feux de croisement, Cr pour les feux de route et Ca pour les phares anti-brouillard (valeur 1 au travail, 0 au repos).

On note les états des lumières V pour les veilleuses, C pour les feux de croisement, R pour les feux de route et A pour les feux antibrouillard (valeur 1 à l'allumage, 0 à l'extinction).

Les veilleuses n'étant pas comptées comme des phares, il est précisé que :

- 4 phares ne peuvent être allumés simultanément ;
- les feux de croisement ont priorité sur les feux de route et sur les antibrouillard ;
- les antibrouillard ont priorité sur les feux de route et
- les veilleuses peuvent être allumées seules mais l'allumage des feux de croisement ou des feux de route ou des antibrouillard entraîne obligatoirement l'allumage des veilleuses.

2.1. Donner la table de vérité liant V, C, R, A à Cv, Cc, Cr et Ca.

2.2. Simplifier ces fonctions à l'aide de tableaux de Karnaugh.

2.3. Dessiner le schéma structurel en utilisant 2 couches de portes ET-NON, OU-NON et ET.

On précisera sur le schéma l'équation logique du signal présent à la sortie de chaque porte.

Cv	Cc	Cr	Ca	V	C	R	A
0	0	0	0				
0	0	0	1				
0	0	1	0				
0	0	1	1				
0	1	0	0				
0	1	0	1				
0	1	1	0				
0	1	1	1				
1	0	0	0				
1	0	0	1				
1	0	1	0				
1	0	1	1				
1	1	0	0				
1	1	0	1				
1	1	1	0				
1	1	1	1				

V	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

C	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

R	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

A	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

EXERCICE 3.: Problème de commande d'un distributeur de boissons

3 boutons commandent 3 électrovannes branchées à 3 cuves contenant des liquides (eau, cassis, menthe).

Le distributeur permet d'obtenir 3 boissons :

- E : eau
- C : cassis
- M : menthe

Si l'on veut un mélange , on appuie sur 2 boutons simultanément (e et c) ou (e et m) et on introduit une pièce (p).

Tous les autres mélanges sont interdits.

L'eau est gratuite.

Pour toute fausse manœuvre (mélange interdit ou eau seule) la pièce est restituée.

- P: pièce restituée

3.1. Exprimer E, C, M et P en fonction de e, c, m et p.

e	c	m	p	E	C	M	P
0	0	0	0				
0	0	0	1				
0	0	1	0				
0	0	1	1				
0	1	0	0				
0	1	0	1				
0	1	1	0				
0	1	1	1				
1	0	0	0				
1	0	0	1				
1	0	1	0				
1	0	1	1				
1	1	0	0				
1	1	0	1				
1	1	1	0				
1	1	1	1				

E	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

C	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

M	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

P	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

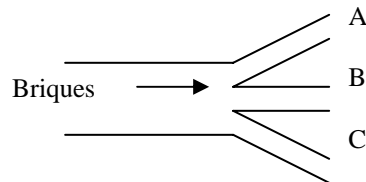
EXERCICE 4.: Contrôle de qualité de fabrication de briques

On dispose de 4 critères pour déterminer si une brique est bonne ou non :

- le poids P
- la longueur L
- la largeur l
- la hauteur H

En fonction de ces critères, les briques sont rangées suivant 3 catégories :

- A- poids et au moins deux dimensions correctes.
- B- seul le poids est incorrect, ou le poids est correct et une dimension est correcte au maximum.
- C- Le poids est incorrect et 2 dimensions sont correctes au maximum.



4.1. Déterminer en fonction des 4 critères qui définissent une brique, dans quelle catégorie vont-elles se ranger.

Remarque :

Un 0 signifie que le critère n'est pas bon, un 1 signifie que la cote est bonne.

L=0 largeur hors norme, l=1 largeur bonne.

P	L	l	H		A	B	C
0	0	0	0				
0	0	0	1				
0	0	1	0				
0	0	1	1				
0	1	0	0				
0	1	0	1				
0	1	1	0				
0	1	1	1				
1	0	0	0				
1	0	0	1				
1	0	1	0				
1	0	1	1				
1	1	0	0				
1	1	0	1				
1	1	1	0				
1	1	1	1				

A

	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

B

	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

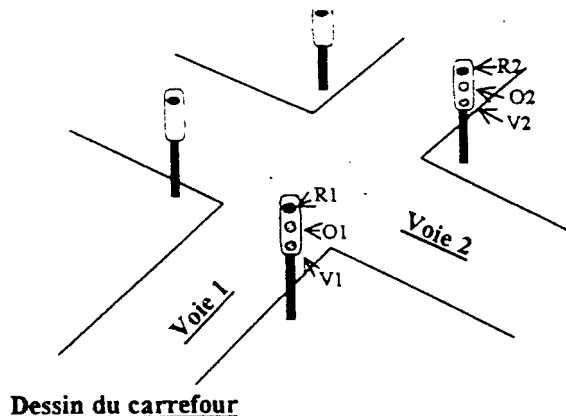
C

	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

EXERCICE 5.: Commande de feux tricolores

Présentation:

Nous nous proposons de réaliser, à l'aide de portes NAND à 2, 3 ou 4 entrées, le décodeur d'un montage électronique permettant le fonctionnement des feux tricolores d'un carrefour routier comportant 2 voies (voie 1 et 2. voir le dessin du carrefour ci-contre).



Le principe du montage électronique complet est présenté dans le schéma synoptique ci-dessous :

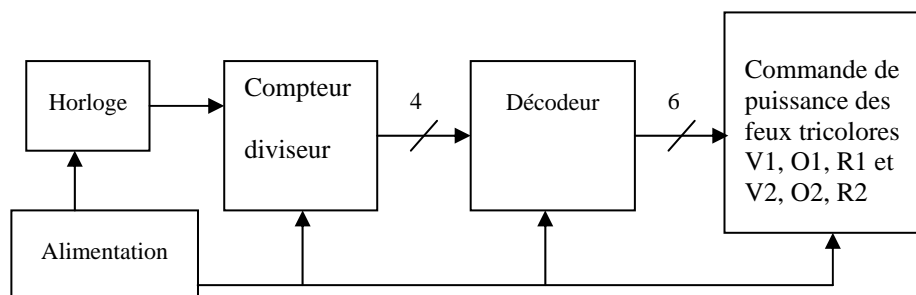


Schéma synoptique

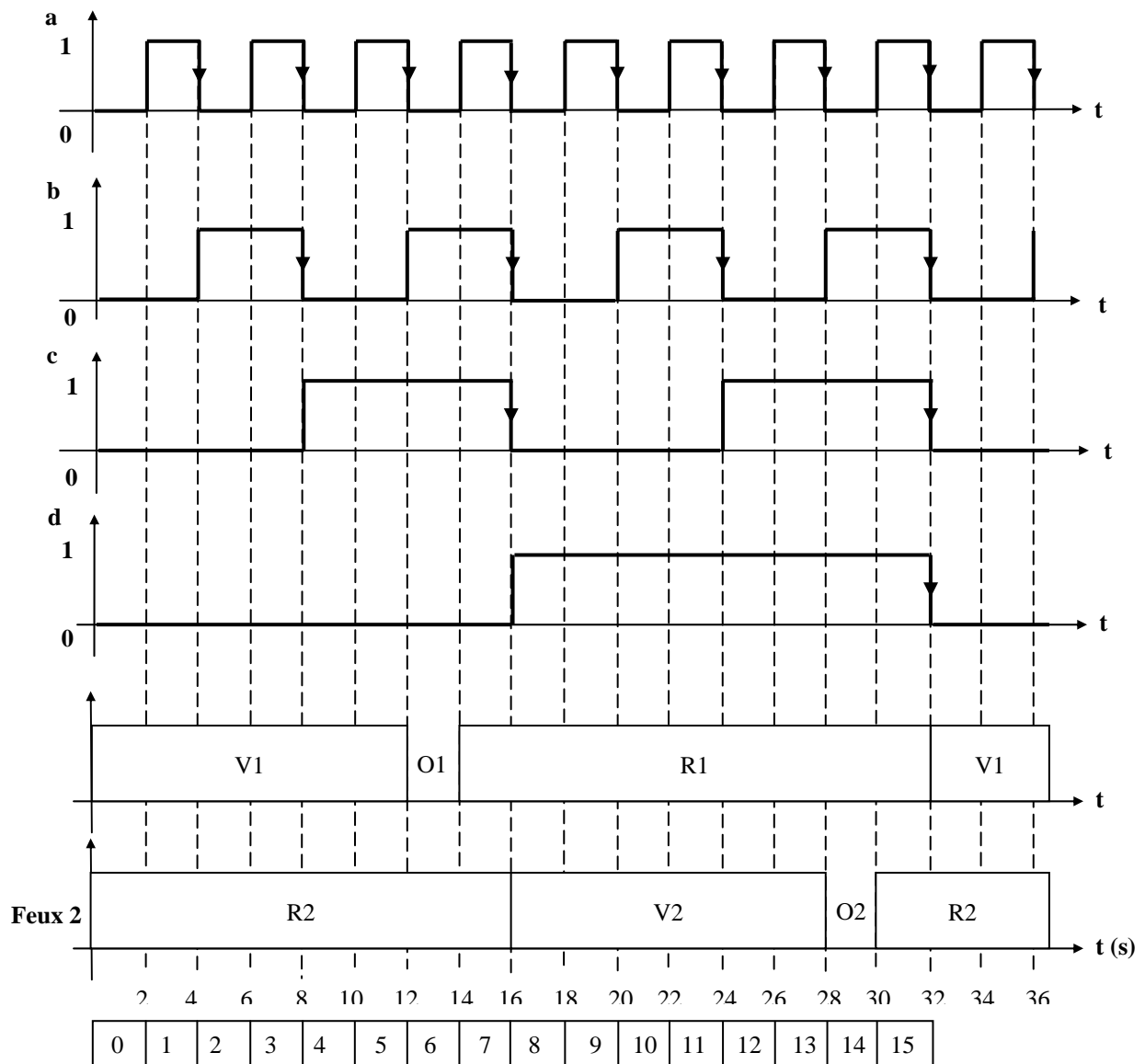
Explication du principe:

- L'horloge délivre une impulsion toutes les 2 secondes.
- Cette impulsion est appliquée à l'entrée d'horloge d'un compteur diviseur par 16.
- Les 4 sorties (a, b, c, d) du compteur délivrent des signaux logiques conformes aux chronogrammes qui suivent, et sont appliqués aux entrées du décodeur (voir chronogrammes).

Travail demandé:

- 5.1. A partir des chronogrammes, remplir les tableaux de KARNAUGH de chaque sortie du décodeur en fonction des sorties du compteur.
- 5.2. En déduire les équations de chaque sortie.
- 5.3. Transformez les équations pour n'utiliser que les portes demandées dans la présentation. (Remarque : on pourra utiliser le fait qu'entre V1, O1 et R1 il n'y a toujours qu'une seule lampe d'allumée. Idem pour V2, O2 et R2).

Chronogrammes:



Remarque : On présentera les tableaux de KARNAUGH de la façon suivante: (variables a et b en haut, c et d sur le coté, dans le sens spécifié dans le tableau ci dessous. Ce sens est préférable pour représenter le codage binaire des nombres en sortie d'un compteur. "d" étant le poids fort, "a" étant le poids faible).

		ba			
		00	01	11	10
dc	00				
	01				
	11				
	10				

EXERCICE 6.: Vote au directoire

Le comité directeur d'une entreprise est constitué de quatre membres :

- le directeur
- ses trois adjoints A, B, C.

Lors des réunions, les décisions sont prises à la majorité.

Chaque personne dispose d'un interrupteur pour voter sur lequel elle appuie en cas d'accord avec le projet soumis au vote.

En cas d'égalité du nombre de voix, celle du directeur compte double.

On vous demande de réaliser un dispositif logique permettant l'affichage du résultat du vote sur lampe R.

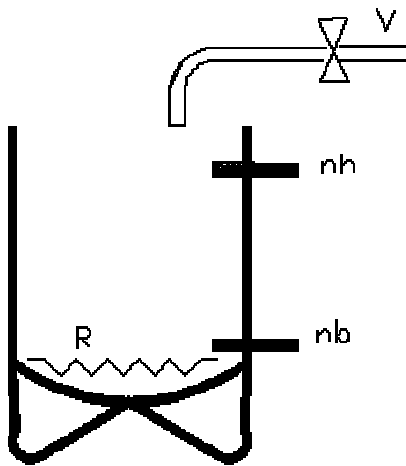
6.1. Donner l'équation logique de R

6.2. Réaliser le schéma logique de la sortie R

D	C	B	A	R
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

EXERCICE 7.: Gestion d'un chauffage



Le niveau d'une cuve est contrôlé par 2 capteurs de niveau (nb, nh) et 2 capteurs de température (th, tb). Une vanne permet le remplissage tant que le niveau haut n'est pas atteint. Une résistance chauffante assure le chauffage jusqu'à la température maximale. Une sécurité de fonctionnement interdit le chauffage si le niveau bas est atteint, de même le remplissage est arrêté si la température minimale est atteinte.

Les capteurs nb, nh sont à l'état 1 si le liquide est présent devant le capteur.

Les capteurs de température th, tb sont à l'état 1 si la température du liquide est supérieure à th, tb.

7.1. Décrire le fonctionnement par une table de vérité.

7.2. Déterminer les équations de fonctionnement par la méthode de votre choix.

Les capteurs de niveau sont à l'état logique 1 lorsque l'eau est présente devant le capteur. Les capteurs de température sont à l'état logique 1 si la température est supérieure à la température à détecter.

EXERCICE 8.: Exercices sur les conditions indifférentes

8.1. Donner les équations logiques simplifiées

\ba	00	01	11	10
c				
0	0	0	0	0
1	1	0	1	X

S =

\ba	00	01	11	10
dc				
00	0	1	1	0
01	1	1	X	1
11	0	1	X	0
10	X	1	1	0

S =

S =

\ba	00	01	11	10
dc				
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	1	X	1	X
10	1	X	1	0

EXERCICE 9.: Problème d'indicateur de niveaux de réservoirs

Soient deux réservoirs R1 et R2 dont le niveau pour chacun est contrôlé par un détecteur de niveau haut (a pour R1, b pour R2) et un détecteur de niveau bas (c pour R1, d pour R2). On écrira a, b, c, d, lorsqu'il y aura du liquide et /a, /b, /c, /d en l'absence de liquide. On dispose de trois voyants V1, V2, V3, qui fonctionnent dans les conditions suivantes:

V1 = 1 si les deux réservoirs sont pleins.

V2 = 1 si les deux réservoirs sont vides.

V3 = 1 dans tous les autres cas (réservoir à moitié plein ou un plein un vide...).

Un certain nombre de combinaisons sont technologiquement impossibles, les sorties V1, V2, V3, prendront dans ces cas là une valeur indifférente (X).

9.1. Etablir la table de vérité de ce système.

9.2. Déterminer les équations logiques simplifiée.

9.3. Réaliser le logigramme de V1, V2, V3 avec des portes NAND.

a	b	c	d	V1	V2	V3
0	0	0	0			
0	0	0	1			
0	0	1	0			
0	0	1	1			
0	1	0	0			
0	1	0	1			
0	1	1	0			
0	1	1	1			
1	0	0	0			
1	0	0	1			
1	0	1	0			
1	0	1	1			
1	1	0	0			
1	1	0	1			
1	1	1	0			
1	1	1	1			

V1	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

V2	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

V3	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				