Las sorprendentes aplicaciones de la banda de Möbius

Macho Stadler, Marta, marta.macho@ehu.es
Departamento de Matemáticas
Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea

RESUMEN

La banda de Möbius es una superficie que, por sus sorprendentes propiedades, ha sido y es utilizada en campos tan dispares como la Matemática, el Arte, la Ingeniería, la Magia, la Ciencia, la Arquitectura, la Música, el Diseño, la Literatura, etc., ya sea de manera explícita o simplemente como una metáfora. Simboliza la naturaleza cíclica de muchos procesos, la eternidad, el infinito… presente ya en la iconografía alquimista como la serpiente mordiendo su cola – el *ouroboros* –, en la actualidad es nuestra tan difundida representación del reciclado.

El objetivo de este escrito es insistir en la presencia de la banda de Möbius en los campos antes citados, con numerosos ejemplos, fundamentalmente en Arquitectura y Diseño.

***Palabras claves*:**
Banda de Möbius; topología; superficie; arquitectura; diseño; asistencia por ordenador.

1. INTRODUCCIÓN

La banda de Moebius es una superficie muy fácil de construir: se toma una tira larga rectangular de papel (es mejor que sea larga para poder manipularla con soltura), se gira uno de sus extremos 180º, que se une finalmente con el otro por medio de cinta adhesiva. Fue descubierta de forma independiente en 1858 por el matemático y astrónomo August Ferdinand Möbius (http://es.wikipedia.org/wiki/August_Möbius) y por el considerado como fundador de la *topología* Johann Benedict Listing (http://es.wikipedia.org/wiki/Johann_Benedict_Listing).

Sus propiedades *topológicas* son muy interesantes. Pero antes de empezar ¿qué es la *topología*? Es la parte de las matemáticas (http://es.wikipedia.org/wiki/Topología) que se ocupa de aquellas propiedades de los objetos geométricos que no varían cuando se les somete a *transformaciones continuas*. A veces se habla de ella como la *matemática de la goma elástica*, precisamente para insistir en que la *topología* estudia las *propiedades cualitativas* de los cuerpos, aquéllas que permanecen aunque los objetos sean sometidos a deformaciones (*continuas*) como estiramientos, retorcidos, dilataciones, giros, etc., pero siempre sin cortar, rasgar o pegar durante este proceso.

La banda de Möbius es, desde el punto de vista topológico, una superficie de dimensión dos, con un único borde y una única cara; es además *no orientable*; todas las propiedades *singulares* de la banda de Möbius (y de cualquier otro objeto que esté formado por una o varias de estas bandas) se derivan de esta última propiedad.

Aunque vamos a hablar un poco de sus propiedades topológicas, el objetivo de este texto es demostrar que no es sólo una curiosidad matemática: en 1923, ya se obtuvo una patente norteamericana para una película con *forma de Möbius*, en la que podrían registrarse *ambas* caras. La idea se ha aplicado posteriormente a cintas magnetofónicas, de transporte, etc., ya que estas nuevas bandas duran el doble que las usuales…

Figura 1: *El todo es uno* afirma este Ouroboros del Egipto Alejandrino. El ouroboros representa el *círculo* materializado en la figura del animal del eterno retorno: es una banda de Möbius.

2. PARA EMPEZAR, UN POCO DE MATEMÁTICAS

Si se toma una tira de papel y se pegan los extremos como muestra la figura 2, se obtiene lo que en matemáticas se denomina un *cilindro*, es decir, una superficie que obviamente tiene como bordes dos circunferencias disjuntas y dos lados (la cara interior y la exterior de la figura). Si se hace lo mismo, pero antes de pegar los extremos se gira uno de ellos 180 grados, el objeto que se obtiene es una *banda de Möbius*. La banda de Möbius, como el cilindro, es un objeto geométrico de dimensión dos, pero sorprendentemente, posee un único borde (el doble de largo, su longitud es la suma de las longitudes de las dos circunferencias que forman el borde del cilindro) y una única cara. En efecto, para comprobarlo, basta con recorrer con un dedo el borde de la cinta, hasta comprobar que se ha recorrido todo sin levantarlo en ningún momento, y por ejemplo, pasar un lápiz por la cara de la banda, comprobando que al regresar al punto de partida, las supuestas dos caras del objeto han quedado marcadas.

¿Qué sucede si antes de pegar los extremos de la banda de papel se gira uno de ellos 360 grados? ¿Qué se obtiene? Se trata (topológicamente) de un cilindro, ya que este objeto y el obtenido al pegar sin realizar ningún giro son *homeomorfos*: en efecto, se está identificando (pegando) exactamente del mismo modo en ambos casos. En realidad, es fácil comprobar que sólo hay dos posibilidades al pegar una banda por dos de sus extremos opuestos: o bien se obtiene un cilindro (si antes de pegar los extremos,

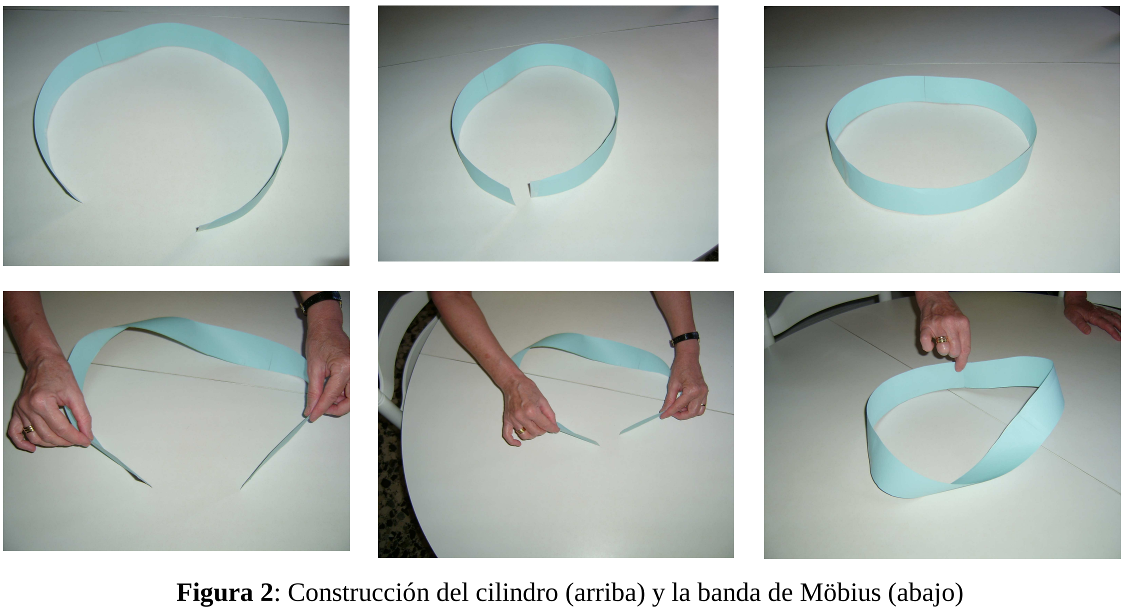


Figura 2: Construcción del cilindro (arriba) y la banda de Möbius (abajo)

se gira uno de ellos un múltiplo par de 180 grados) o bien una banda de Möbius (si antes de pegar los extremos, se gira uno de ellos un múltiplo impar de 180 grados)… En muchas ocasiones, este detalle no se examina con cuidado, y algunas de las figuras que se califican como bandas de Möbius, no lo son en realidad (son simplemente cilindros)…

La banda de Möbius es *no orientable*: es muy fácil comprobarlo, dibuja por ejemplo una flecha sobre la banda, y muévela a lo largo de su única cara… observa que cuando regresas al punto de partida, ¡la flecha ha cambiado de sentido!

Terminamos con otro experimento con insólito resultado: al cortar por la mitad un cilindro, se obtienen dos cilindros, la mitad de altos que el cilindro original (figura 3). Si se hace lo mismo con la banda de Möbius, en vez de quedar ésta dividida en dos lazos, se obtiene una única cinta… que es un cilindro, pues posee dos caras.

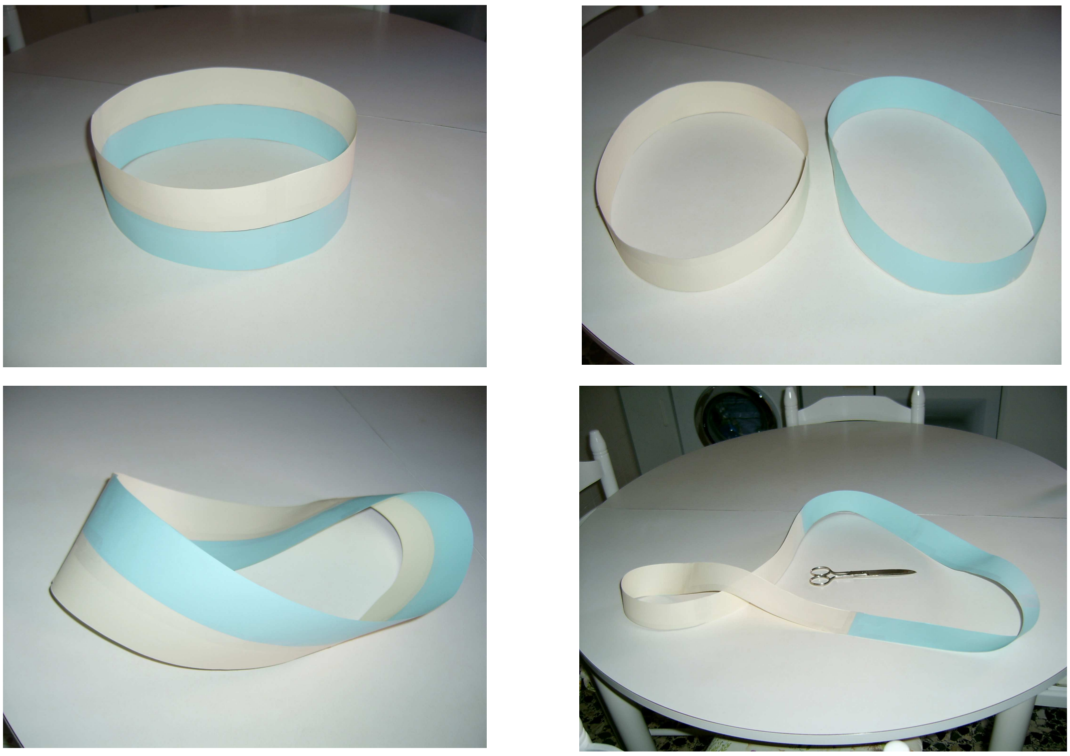


Figura 3: Cortando un cilindro y una banda de Möbius por la mitad

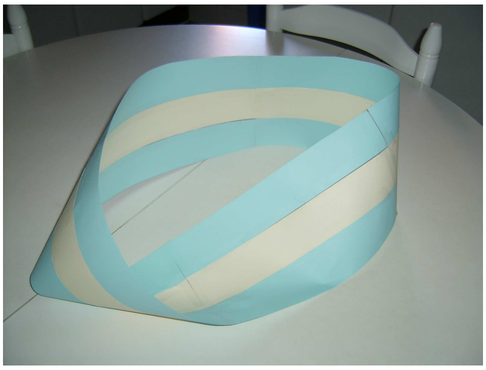
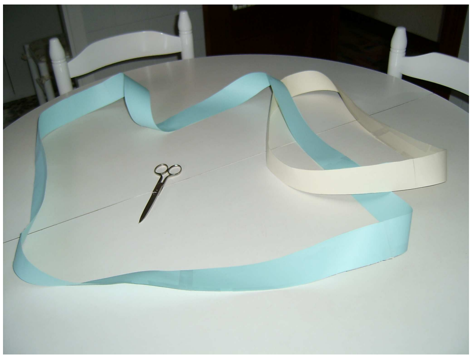
 

Figura 4: Cortando una banda de Möbius por su tercera parte

Al cortar por su tercera parte un cilindro, se obtienen dos cilindros igual de largos, de alturas un tercio y dos tercios de la original. Si se hace lo mismo con la banda de Möbius, resultan una banda de Möbius (igual de larga y un tercio de ancha) y un cilindro (el doble de largo y un tercio de ancho) y enlazados…

La banda de Möbius es una superficie reglada, representada como subconjunto del espacio euclídeo de dimensión tres, mediante la parametrización

$$\boldsymbol{x(u,v) = \cos(u)\ (1 + \tfrac{1}{2}\, v \cos(\tfrac{1}{2} u))}$$

$$\boldsymbol{y(u,v) = \mathrm{sen}(u)\ (1 + \tfrac{1}{2}\, v \cos(\tfrac{1}{2} u))}$$

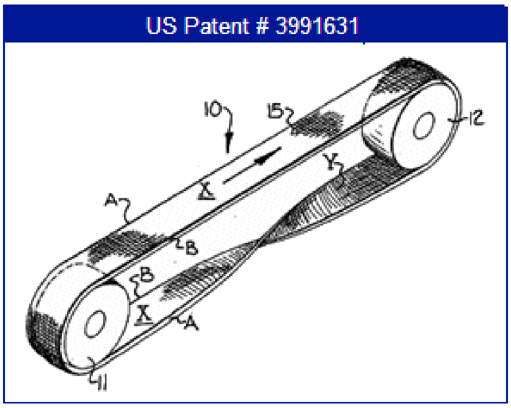
$$\boldsymbol{z(u,v) = \tfrac{1}{2}\, v\ \mathrm{sen}(\tfrac{1}{2} u)}$$

donde $\boldsymbol{0 \leq u < 2\pi}$ y $\boldsymbol{-1 \leq v \leq 1}$: su anchura es unitaria, su circunferencia central tiene radio 1 y se encuentra en el plano coordenado *OXY*, centrada en el origen de coordenadas. En http://es.wikipedia.org/wiki/Banda_de_Möbius se puede encontrar información adicional.

3. LA BANDA DE MÖBIUS EN CIENCIA E INGENIERÍA

En 1923, Lee De Forest (http://es.wikipedia.org/wiki/Lee_De_Forest) obtuvo una patente norteamericana para una película de Möbius que grababa el sonido *en ambas caras* (http://en.wikipedia.org/wiki/Phonofilm).

Esta misma idea se aplicó posteriormente para cintas magnetofónicas, que pueden grabar el doble de tiempo que las normales.



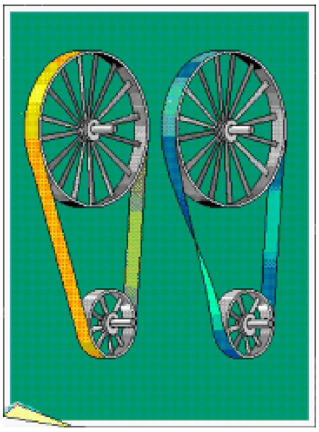


Figura 5: Algunas imágenes de cintas de Möbius en Ingeniería

Richard L. Davis (http://www.rexresearch.com/davis/davis.htm) obtuvo en 1964 la patente norteamericana de una banda de Möbius con resistencia no reactiva.

En 1963, James W. Jacobs patentó un filtro auto limpiante destinado a máquinas de limpieza en seco que, por tener forma de banda de Möbius, facilitaba el lavado por ambas caras, quedando la suciedad depositada en el filtro, al ir éste dando vueltas.

En algunos aeropuertos ya hay bandas de Möbius para las cintas que transportan los equipajes o la carga: el aprovechamiento es doble, igual que el rendimiento, y el desgaste se reduce a la mitad.

Hay ciertas impresoras que funcionan a tinta (o las viejas máquinas de escribir), que tienen enrollada la cinta que va dentro del cartucho, formando una banda de Möbius, para economizar colorante...

Investigadores japoneses de la Hokkaido Univertsity (S. Tanda, T. Tsuneta, Y. Okajima, K. Inagaki, K. Yamaya and N. Hatakenaka, *Nature*, 2002, 417, 397–398) han demostrado que los cristales – conjuntos ordenados de átomos, iones o moléculas – pueden crecer en forma de bandas, incluso añadiéndoles algún giro. El equipo de S. Tanda (http://exp-ap.eng.hokudai.ac.jp/~tanda/) ha conseguido sintetizar el conductor inorgánico *niobium triselenide* $\boldsymbol{NbSe_3}$, primer cristal con estructura de banda de Möbius. Teóricamente, estas estructuras podrían ser útiles en el estudio de efectos topológicos de la mecánica cuántica.

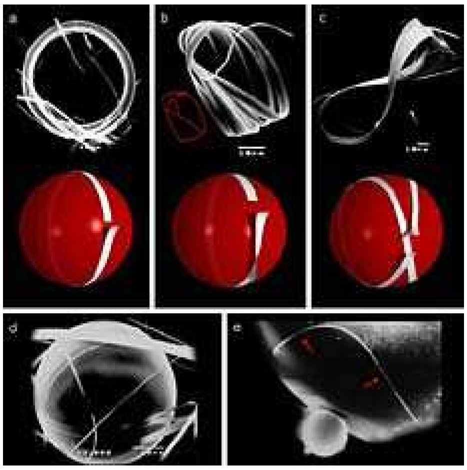


Figura 6: http://www.reactivereports.com/26/images/mobius.jpg

Foto: Taku Tsuneta. Diagrama: Syujiro Mori

En química orgánica (http://es.wikipedia.org/wiki/Aromaticidad), en estudios de *aromaticidad*, la de Möbius (http://en.wikipedia.org/wiki/Möbius_aromaticity) parece que tiene espacial relevancia.

Las moléculas anudadas *Knotane* (http://en.wikipedia.org/wiki/Molecular_knot) están estrechamente relacionadas con la banda de Möbius.

La proteina antiviral *Kalata*, sustancia extraída de la planta *Oldenlandia* (http://es.wikipedia.org/wiki/Oldenlandia) se enrolla siguiendo una banda de Möbius.

Existen numerosas aplicaciones y patentes que involucran a la banda de Möbius, y cada vez más estudios científicos descubren diferentes objetos con topología de Möbius.

4. LA BANDA DE MÖBIUS EN ARQUITECTURA

En arquitectura se pueden encontrar variados ejemplos de proyectos basados en la banda de Möbius, ya sea en términos de forma y estructura, ya de manera espacial. Los conceptos que se manejan son el de la infinitud y la paradoja que rodean a la banda de Möbius, que se transportan en arquitectura a través de los giros, la continuidad y el dinamismo de las figuras. Estas propiedades tienen un gran potencial en arquitectura, aunque su dificultad de puesta en marcha precisa pasar por el uso de técnicas informáticas variadas. Vamos a dar algunos de ejemplo: en algunos casos se trata de simples propuestas de construcción, en otros las obras finalizadas sorprenden por sus propiedades estéticas.

Carlo H. Séquin (http://http.cs.berkeley.edu/~sequin/) es catedrático de Ciencia de la computación en la Universidad de California (Berkeley). En http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/SCULPTS/SEQUIN/moebius.html pueden verse varios de sus proyectos arquitectónicos basados en la banda de Möbius.

Figura 7: *Moebius Suspension Bridge S* (2000)

http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/GEOM/MATHmodels/MoebSuspBridge.jpg

Figura 8: *Moebius Escher Bridge Iib* (2000)

http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/GEOM/MATHmodels/bridge3.jpg

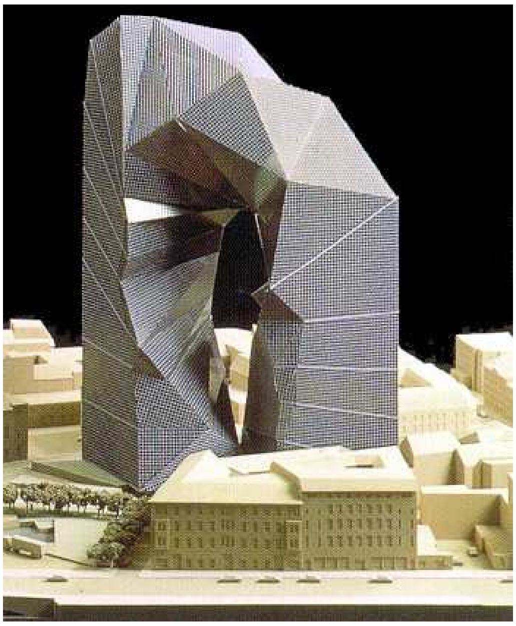


Figura 9: Peter Eisenman, proyecto de la *Max Reinhardt Haus*

Peter Einsenman (http://www.eisenmanarchitects.com/) es pionero en la utilización de las formas de Möbius. Pueden verse más maquetas y planos en http://www.geocities.com/arquique/peter/petermh.html.

Con ayuda del programa *Matemática* (http://www.wolfram.com/), el catedrático de matemáticas de la Florida Atlantic University Gerald Harnett diseñó un *Möbius climber* (http://www.wolfram.com/discovery/mobius.html), calculando como debían colocarse los 64 triángulos que la forman: éstos están enlazados y montados de tal manera que, en cada punto, la estructura torcida parece tener 4 caras (en realidad tiene 2). La construcción se encuentra en Boca Ratón (Florida) y se llama *Sugar Sand Science Playground*. En esta variante en dimensión 3 de la banda de Möbius (ver la figura 10), los niños pueden trepar y jugar…

Otro modelo de *Mobius Climber* está fabricado por la industria CoolToppers. Existen cuatro configuraciones, que permiten adaptar el nivel de dificultad a los diferentes grupos de edad (http://www.neatorama.com/2008/02/28/mobius-climber/), ver la figura 11.

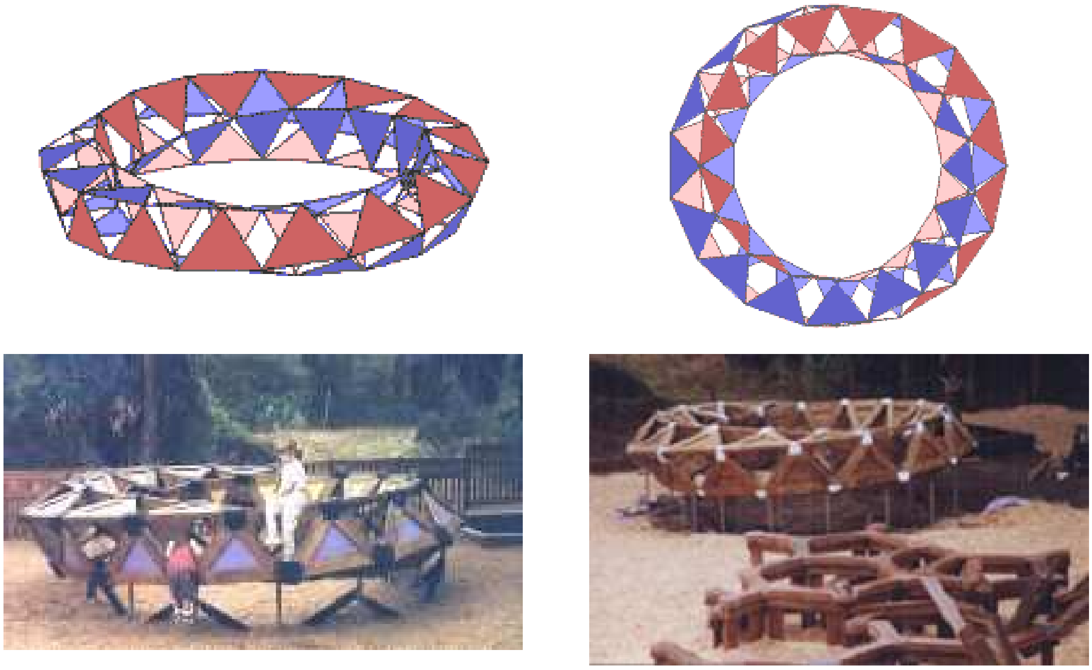


Figura 10: *Möbius climber en Sugar Sand Science Playground*

La *casa Moebius* ha sido diseñada (a través de diagramas que, por medio de avanzadas tecnologías informáticas, visualizan las diversas necesidades) y construida por el arquitecto Ben van Berkel, fundador del UNStudio (http://www.unstudio.com).

Figura 11: Mobius® Climber, es una banda ondulada de aluminio preparada para trepar

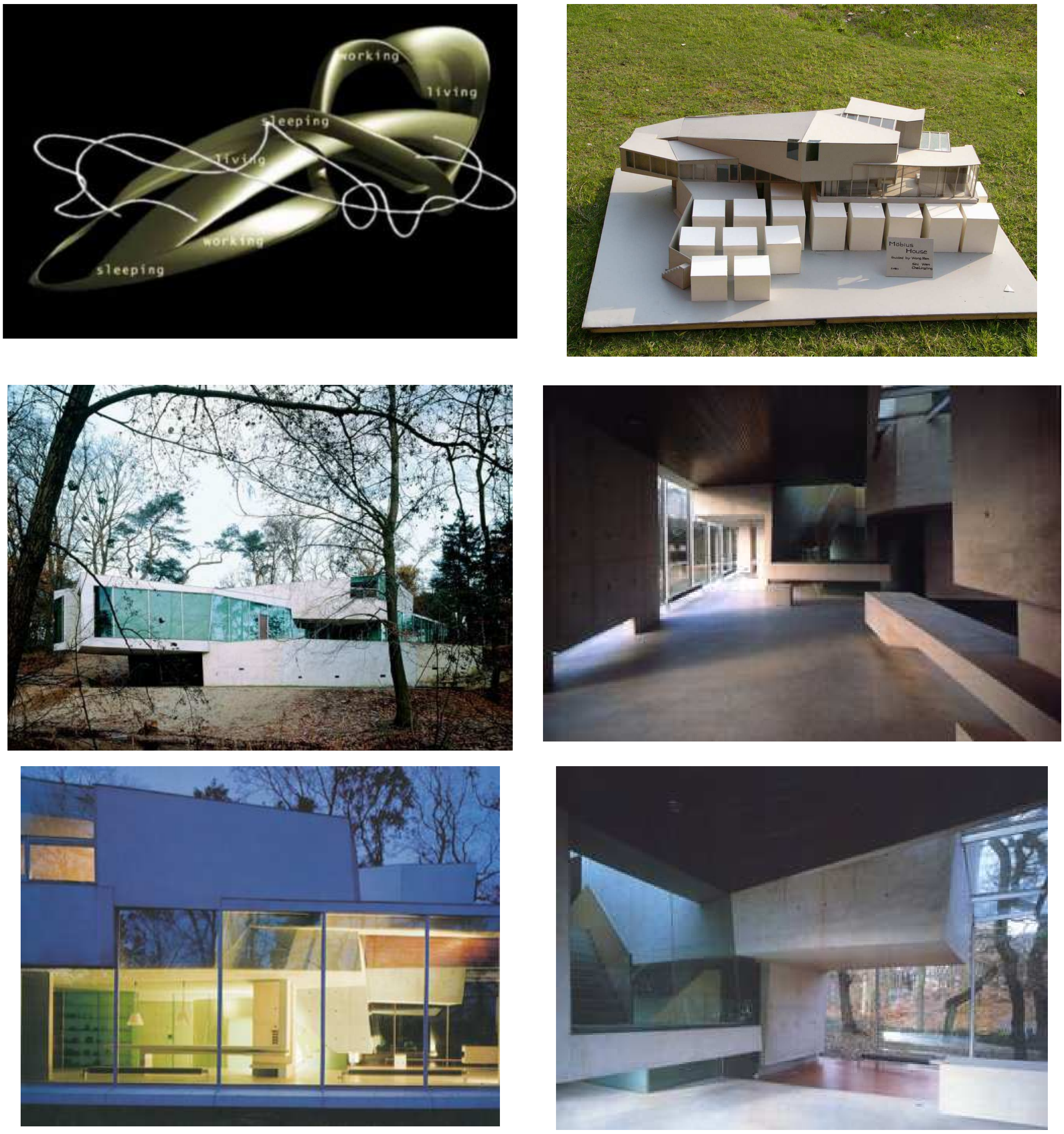


Figura 12: Diseño de *Casa Moebius* (1993-1998) Het Gooi (cerca de Ámsterdam, Holanda)

El modelo matemático no está aplicado literalmente en el edificio, pero en él se encuentran los ingredientes arquitectónicos fundamentales como la luz, las escaleras o la manera en que las personas se mueven por la casa. La vivienda se estructura en tres niveles, con dos estudios en cada uno de los extremos para las respectivas profesiones de sus propietarios, tres dormitorios, una sala de reuniones, la sala de estar, una cocina, un almacén y un invernadero en la parte superior. La casa debía entrelazar las diferentes

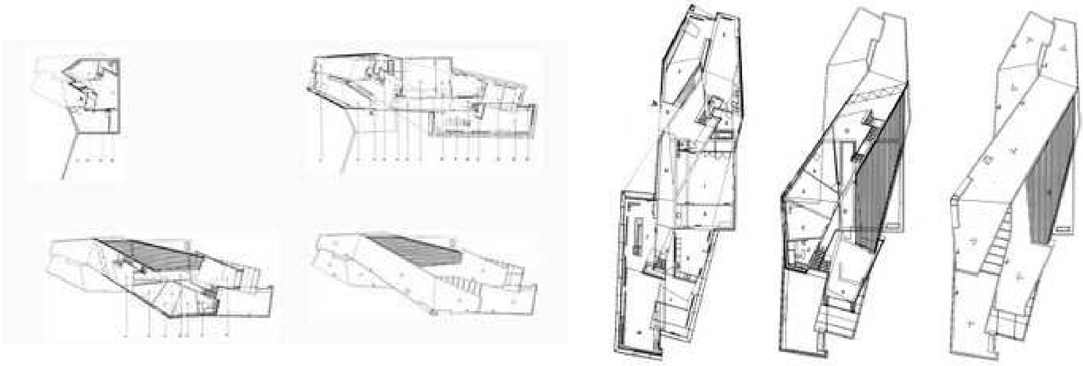


Figura 13: http://www.unstudio.com/projects/workfield/living/1/118

actividades de cada miembro de la familia: trabajo, descanso, actividad social, vida familiar, e incluso tiempo de soledad. La vivienda adopta aspectos del entorno y, desde el interior, los habitantes tienen la impresión de estar paseando por el campo. La percepción de movimiento se consolida a través de las distintas posiciones de los dos principales materiales utilizados en la casa: el vidrio y el hormigón. Éstos se mueven uno frente al otro, intercambiando sus espacios de forma que, al girar el bucle desde dentro hacia fuera, el entramado exterior de hormigón se transforma en mobiliario y escaleras en el interior, y la fachada de vidrio pasa a ser la división natural de las estancias.

El *Olympic Sports Center Stadium* es uno de los cuatro estadios de fútbol que se han construido para las Olimpiadas Beijing 2008. Situado en Shenyang, tiene su tejado con clara forma de banda de Möbius.

Figura 14: Tejado del estadio (Fotos de Zhang Wenkui/ChinaFotoPress/Getty Images)

Figura 15: Interior del estadio (Fotos de Zhang Wenkui/ChinaFotoPress/Getty Images)

http://io9.com/362873/moebius-strip-soccer-stadium-takes-shape-in-shenyang

El *Lansdowne Road Stadium* (HOK Sport Architecture son los arquitectos contratados y Buro Happold es su ingeniero de estructuras) en Dublin, se comenzó a construir en 2005 y se prevee su finalización en 2009. Paul Shepherd, del Department of Architecture and Civil Engineering, University of Bath (Reino Unido), ha colaborado en su diseño (http://people.bath.ac.uk/ps281/projects/es_index.htm).

Figura 16: Lansdowne Road Stadium

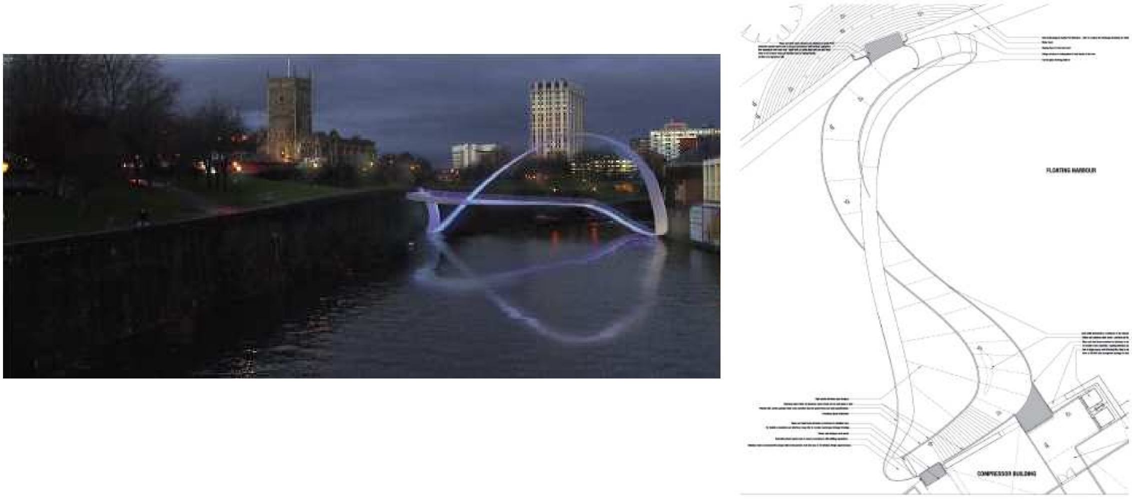


Figura 17: El Puente de Möbius

El *Puente de Möbius* en Finzels Reach (Bristol), diseñado por Julian Hakes (http://www.hakes.co.uk) en colaboración con Buro Happold, proporcionará un enlace peatonal y por bicicleta entre el Finzels Reach y el Castle Park. Está inspirado en la infinitud de la banda de Möbius, y construido como una pieza tubular sin *costuras* y retorcida, que es física y estructuralmente independiente de las dos orillas. Ver http://www.burohappold.com/BH/PRJ_BLD_MobiusBridge.aspx.

5. LA BANDA DE MÖBIUS EN DISEÑO Y ESCULTURA

La mesa de café Moebius está compuesta por una base en madera veteada y una superficie de cristal suspendida (http://www.dwr.com/product/moebius-table.do).

Figura 18: Mesa de café Moebius

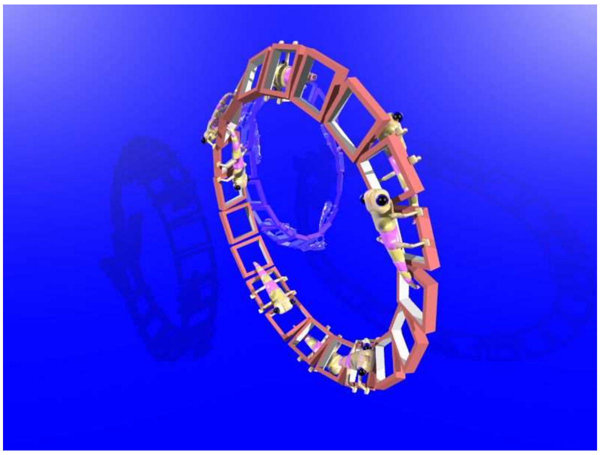


Figura 19: http://www.rainerwonisch.de/mathematik_und_kunst_mit_povray.html

Rainer Wonisch ha creado una banda de Móbius con reptil *Moebius mit kriechtier* (figura 19) con el programa *Povray* (persistence of vision ray tracer), método para generar imágenes foto-realistas mediante un ordenador.

El diseñador londinense Assa Ashuach (http://www.assaashuach.com/) ha creado la *silla Osteon*, cuya forma recuerda a la del infinito (figura 20)…

Figura 20: http://www.compradiccion.com/2006/10/20-silla-para-moebius

Figura 21: http://volare1943-miscosas.blogspot.com/2008/02/arquitectura-con-tacon.html

La United Nude (http://www.unitednude.com/) firma de diseño de zapatos creada por el arquitecto holandés Rem Colas con la ayuda del zapatero inglés Galahan Chank, ha fabricado estas deliciosas sandalias de Möbius (figura 21). Se trata de un zapato de culto, que en una misma tira cumple la función de suela, tacón y sujetador del pie: la parte de dentro es la de fuera… y la de fuera la de dentro.

Las escaleras de Möbius de la figura 22 se deben al diseñador Nicky Stephens (http://www.nickystephens.com/mobiusstairrail.html).

Figura 22: Escaleras de Möbius

Unendliche Schleife, 1953-56
Bronce. Museo de Amberes

Ruban sans fin, 1961
Granito. Centro Pompidou. París

Endless Ribbon, 1953

Granito, Museum of Art. Baltimore

Figura 23: Varias obras de Max Bill

El artista suizo Max Bill estaba trabajando en 1935 en distintas posibilidades estéticas para una escultura colgante, cuando creó un objeto de una sola cara al que llamó *Unendliche Schleife (cinta sin fin)*, sin ser consciente de que tales superficies se conocían desde hacía un siglo. Se comenta que sintió tal frustración al saber que no era el inventor de una nueva forma, que abandonó durante años toda investigación en este sentido (http://en.wikipedia.org/wiki/Max_Bill).

En los jardines del gran centro europeo de investigación *Fermilab*, Robert R. Wilson (http://history.fnal.gov/wilson.html) cuenta con varias obras, entre ellas la *banda de Möbius* de la figura 24, formada por piezas de acero pulido de 3 por 5 pulgadas (http://www.fnal.gov/projects/history/sculpture.html).

Figura 24: Banda de Möbius de Robert R. Wilson

Teja Krasek (http://tejakrasek.tripod.com/), es una artista eslovena que crea sorprendentes bandas de Möbius (ver figura 25).

En Cantú (figura 26) hay una preciosa escultura de la banda de Möbius http://www.comune.cantu.co.it/site/Cantu/La-citt-/Itinerario/Galleria-d/Nastro-di-/

Mobius Strip with Penrose Tiling

Mobius Christmas tree ornaments

Figura 25: Banda de Möbius de Teja Krasek

Figura 26: La banda de Möbius en Cantú (Italia)

Continuum, del escultor Charles O. Perry (http://www.charlesperry.com/), en la entrada del National Air and Space Museum (Washington DC) está basada en los giros de la banda de Möbius, con un hueco en el centro representando un agujero negro. Muchas de sus esculturas están basadas en esta figura, como *Caligraphic Moebius*.

Continuum (1976), Bronce

National Air and Space Museum

Caligraphic Moebius, aluminio

Crystal City, Arlington, Virginia

Figura 26: Varias obras de Charles O. Perry

Figura 27: *Inmortality* de John Robinson

Desde 1980, varios ejemplos de las *esculturas simbólicas* del artista inglés John Robinson (http://www.johnrobinson.com) embellecen diversos museos e instituciones mundiales. *Inmortality* (1982, Australia) es un nudo trébol que forma una banda de Möbius a su alrededor (ver figura 27).

La espectacular Pretzel Stair Sculpture (http://www.citynoise.org/article/6603) está en Montreal (Canadá) en el Boulevard de Maisonneuve a la entrada de la estación de metro de Papineau (ver figura 28).

Figura 28: http://www.flickr.com/photos/avi_abrams/532493124/

Moebius bench, Fukuroi City, Japan, 2001. Fabricada en fibra de vidrio fluorescente

Figura 29: Varias vistas del *Möbius Bench*

El *banco de Möbius (Möbius Bench*) de la figura 29 es obra del artista Vito Acconci (http://www.acconci.com/), y sirve para disfrutar su belleza o para que los viandantes se sienten.

Y para terminar este apartado, dos diseños especiales: la figura de unos ocupados *playmobil* caminando por una banda de Möbius de LEGO de Andrew Lipson (http://web.archive.org/web/20040211064801/www.lipsons.pwp.blueyonder.co.uk/lego.htm) y las famosas hormigas (http://www.uv.es/buso/escher/escher.html) de Mauritius Cornell Escher que nunca llegan…

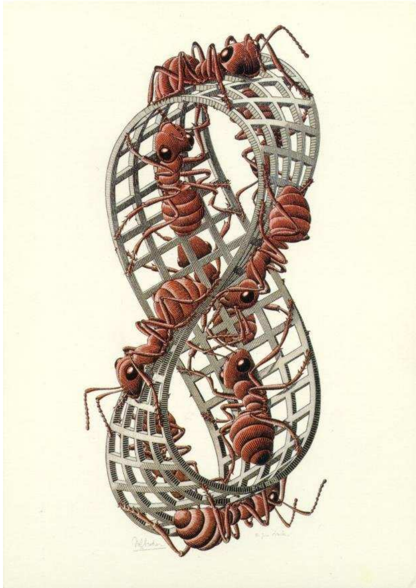


Figura 30: La banda de Möbius de Andrew Lipson y las hormigas de Escher

6. LA BANDA DE MÖBIUS EN OTRAS ARTES

Basada en el cuento fantástico de A.J. Deutsch *Un metropolitano llamado Moebius*, la película argentina *Moebius* narra la inexplicable desaparición de un tren lleno de viajeros en la red de vías del metro de Buenos Aires. El protagonista es un joven matemático enviado por el despacho de arquitectos que se encargó de las últimas ampliaciones de la red de metro que, buscando los planos de la ampliación, encontrará la pista de un antiguo profesor y una *disparatada* teoría matemática a la que nadie dará crédito. Su director es el argentino G. Mosquera y puede verse online o descargarse la película en http://www.divxonline.info/pelicula/1712/moebius/.

Thru the Moebius Strip (2005) es la primera película de animación 3D realizada en China, dirigida por Glenn Chaika. Narra las aventuras de Jac, un chico de 14 años que, incapaz de aceptar la muerte de su padre, se embarca en un viaje en su busca. Pueden verse algunas imágenes en la página de YouTube (http://www.youtube.com) y en http://www.fantasticfilmsinternational.com/films/moebius.mov.

Figura 30: La película Moebius de Gustavo Mosquera

La historia viene firmada por el dibujante francés Jean Giraud, más conocido por los aficionados al cómic, como *Moebius* (http://es.wikipedia.org/wiki/Jean_Giraud).

Figura 31: La película de animación *Thru the Moebius Strip*

Figura 31: El dibujante e ilustrador Jean Giraud, Moebius, con una auto-caricatura, portada de su autobiografía *Mi doble y yo*

El artista e ilustrador Calpurnio [(http://es.wikipedia.org/wiki/Calpurnio)](http://es.wikipedia.org/wiki/Calpurnio) hace caminar en una de sus viñetas al *Bueno de Cuttlas* (http://www.calpurnio.com) por una banda de Möbius…

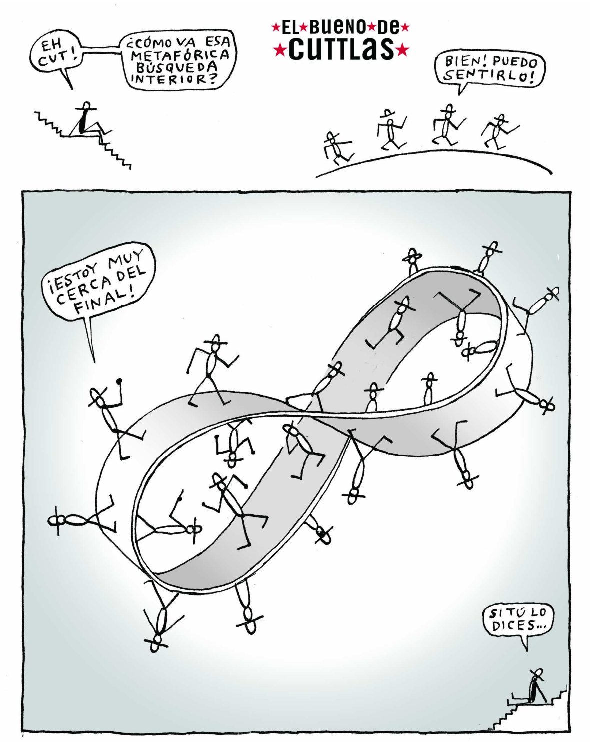


Figura 32: Viñeta aparecida en ***20minutos*** el 16 de julio de 2007 (http://www.20minutos.es/vineta/654204/0/07/2007/cuttlas/)

En literatura, muchos son los autores que han utilizado la banda de Möbius en sus relatos: *El muro de oscuridad* de Arthur C. Clarke (en un mundo poblado sólo por una estrella y el planeta Trilorne, existe un muro que rodea la parte habitada; ¿qué hay del otro lado? Trilorne, ya que el muro ¡es una banda de Möbius!), *El disco* de Jorge Luis Borges (el disco es el anillo de Odín, de una sola cara), *Un metropolitano llamado Moebius* de Armin Joseph Deutsch (en el que se basa el guión de la película *Moebius*), *La cantante calva* de Eugène Ionesco (donde es la obra la que posee estructura de banda de Möbius, al terminar como ha comenzado), *Flatterland* de Ian Stewart (donde la vaca *Moobius* posee una larga cola pegada a su nariz: *Moobius* posee un solo lado), etc.

En Magia, existen numerosos trucos con la banda de Möbius, que se deducen de sus especiales propiedades paradójicas. Estos trucos se denominan *Afghan Band* (http://chuck.charleshart.net/Mathomagic.php). Se muestra un ejemplo en la figura 33: *se cortan tres tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca), C y D (azul) y E y F (crema) en su extremos. Se gira uno de los lados 180 grados y se pegan A con F, B con E y C con D… ¿qué sucede? Se obtiene un cilindro formado por las bandas de los extremos y la banda de Möbius central se conserva… ¿es magia?*

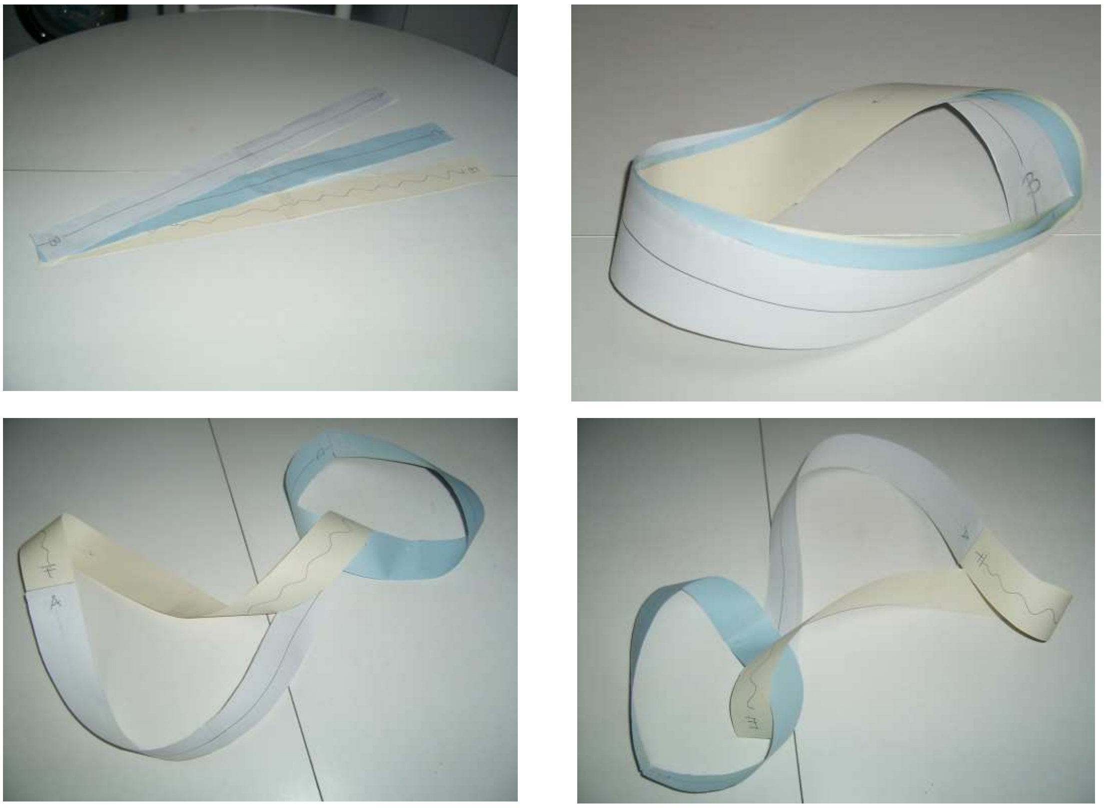


Figura 33: Un truco

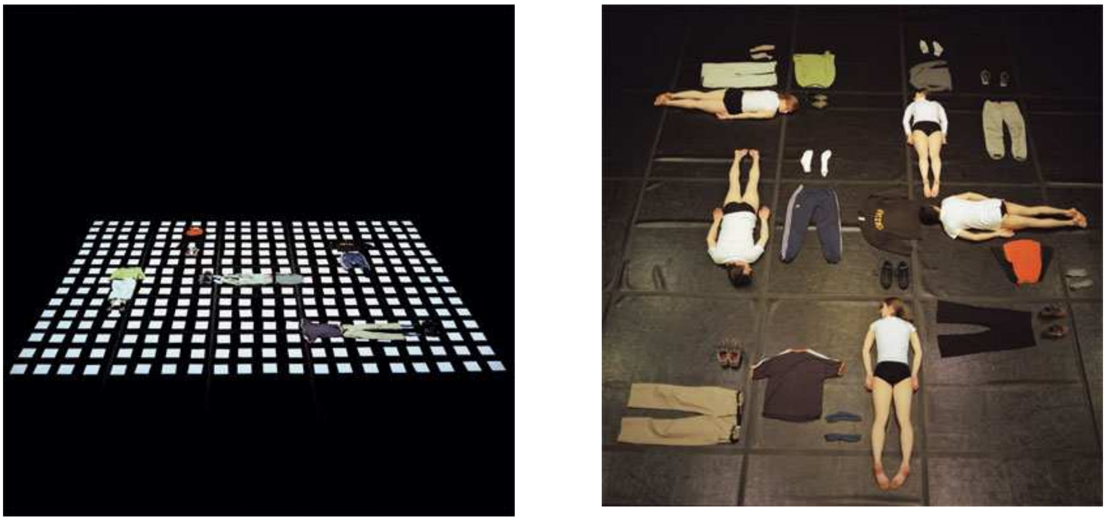


Figura 34: La cinta de Moebius de Pilles Jobim

La cinta de Moebius, es una coreografía de la compañía suiza Gilles Jobin. El coreógrafo toma el título como símbolo de lo eterno; Jobim renuncia a la idea de progreso - la verticalidad - para investigar la horizontalidad en el escenario. Se pueden encontrar fragmentos del ballet en http://www.gillesjobin.com/spip.php?rubrique18 o en http://objet-a.blogspot.com/2008/03/to-dance-more-moebius-strip.html.

La compañía mexicana moebiusTEATRO (http://www.moebiusteatro.com.mx/) se anuncia de este modo tan delicioso: *Los integrantes de Moebius Teatro son artistas con distintas técnicas tales como danza, acrobacia, clown, música y patinaje de figura. Cada una de ellas aporta dentro del escenario diferentes hilos conductores, que nos llevan de la mano a recorrer bandas infinitas, sin importar nuestro punto de partida. Bandas que a pesar de sus contrastes, poseen solamente una cara, un solo escenario para una sola cara: la cara de la vida.*

7. LA BANDA DE MÖBIUS EN LA VIDA COTIDIANA

La publicidad de productos muy dispares utiliza la banda de Möbius: desde suplementos en calcio (http://en.wikipedia.org/wiki/Caltrate) hasta cervezas *energéticas*

Figura 35: Caltrate Plus y MOBIUS™ INFUSED LAGER™

recomendadas para noches muy largas (http://www.mobiusbeer.com/)…

El mundo de la pasarela ha entendido también las posibilidades de la banda de Möbius: *el vestido Mobius* propone, como reza su publicidad, la ropa dentro-fuera y exterior-interior. El material de fieltro usado para el vestido no tiene costuras, ni deformaciones, ni trama. Estructurado únicamente por el cuerpo, el vestido se tuerce y da vueltas para formar una superficie en continuo desarrollo, que cambia eternamente con los movimientos de la persona (figura 36).

Figura 36: http://www.yankodesign.com/index.php/2007/06/19/mobius-dress-inside-outside-garment-by-my-studio/

Figura 36: Bufandas y chales de Möbius, http://www.fuzzygalore.biz/patterns/moebius.shtml

Elisabeth Zimmermann (http://en.wikipedia.org/wiki/Elizabeth_Zimmermann), introdujo en 1983 las *bufandas de Möbius*, excelentes para el frío, que no han dejado de ser imitadas por numerosas firmas (ver figura 36).

La tan de moda labor de *Quilt* también se ha dejado seducir por la banda de Möbius, como muestra la labor de Amy Szczepanski de la figura 37.

M. Dekker de Haarlem (Holanda) inventó el ajedrez de Moebius en los años 1990, aunque parece que nunca se ha jugado… Se considera un tablero de 8 por 8, dibujado en ambas caras de una pieza de papel, con la que se fabrica una banda de Möbius, consiguiendo un tablero con 8 filas y 16 columnas: las primeras 8 columnas forman un tablero normal y las restantes una tabla *reflejada*. Los cuadrados del tablero reflejado se denotan con un acento para distinguirlos (ver la figura 38).

Figura 37: *Quilts de Möbius,* http://cerebro.cs.xu.edu/~smbelcas/mkasz2005/mkasz2005.html

a8	b8	c8	d8	e8	f8	g8	h8	a1'	b1'	c1'	d1'	e1'	f1'	g1'	h1'
a7	b7	c7	d7	e7	f7	g7	h7	a2'	b2'	c2'	d2'	e2'	f2'	g2'	h2'
a6	b6	c6	d6	e6	f6	g6	h6	a3'	b3'	c3'	d3'	e3'	f3'	g3'	h3'
a5	b5	c5	d5	e5	f5	g5	h5	a4'	b4'	c4'	d4'	e4'	f4'	g4'	h4'
a4	b4	c4	d4	e4	f4	g4	h4	a5'	b5'	c5'	d5'	e5'	f5'	g5'	h5'
a3	b3	c3	d3	e3	f3	g3	h3	a6'	b6'	c6'	d6'	e6'	f6'	g6'	h6'
a2	b2	c2	d2	e2	f2	g2	h2	a7'	b7'	c7'	d7'	e7'	f7'	g7'	h7'
a1	b1	c1	d1	e1	f1	g1	h1	a8'	b8'	c8'	d8'	e8'	f8'	g8'	h8'

Figura 38: El tablero de ajedrez de Möbius

Al principio del juego, las piezas se colocan como en una partida estándar. Las reglas son como en el juego normal, pero se añaden algunas más. Por ejemplo, las piezas pueden realizar dos tipos de movimientos: los normales (de este modo se pueden mover sobre todo el tablero de 16 por 8) y los *movimientos de fase*. En los desplazamientos de este último tipo, una pieza se mueve de la casilla donde está situada sobre la misma casilla del otro lado del tablero (que ya es una banda de Möbius), es decir, va de una casilla a otra del mismo nombre con o sin tilde. No se permite llegar al jaque-mate mediante un movimiento de fase. Las reglas completas pueden encontrarse en http://www.chessvariants.org/shape.dir/moebius.html.

Nuestro conocido símbolo del reciclaje, que consiste en tres flechas que se persiguen sobre las aristas de un triángulo, no es más que una banda de Möbius. Fue creado por Gary Anderson (http://en.wikipedia.org/wiki/Recycling_symbol) en 1970, y representa el proceso de transformación del material de deshecho en recursos útiles.

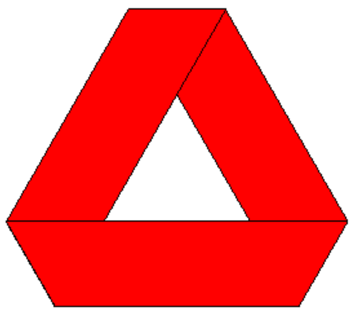


Figura 39: El símbolo del reciclaje y la banda de Möbius

Figura 40: Algunos sellos de Möbius

¿Has recibido en alguna ocasión una carta con un sello de Möbius?

8. CONCLUSIONES

La banda de Möbius no es un objeto que se ha inventado para *divertimento* de matemáticas/os. Los conceptos matemáticos son esenciales en Ciencia, en Tecnología, en Arte y en la vida cotidiana. ¿No lo acabamos de ver con la banda de Möbius?

Para terminar de convenceros, fijaos que hasta las pizzas *ideales* deberían tener forma banda de Möbius… Sino, mirad esta noticia:

Monday, December 18 12:00 AM ET

Científicos del MIT Crean Pizza de Möbius Con Un Solo Lado

Por Ima Fish
Traducido por Victor Argüelles

Cambridge, Massachussets, EEUU. - Científicos del Instituto de Tecnología de Massachusetts han logrado por fin crear la tan codiciada pizza de möbius, una pizza de un solo lado completamente cubierta de ingredientes.

Desde hace tiempo, Möbius PizzaScience ha reconocido que a los amantes de las pizzas les gustan más los ingredientes que la simple masa de abajo. "Hemos intentado resolver el problema añadiendo saborizantes y/o queso a la orilla, o haciendo una pizza profunda como plato y cubriéndola de ingredientes", declaró el Científico en Jefe de Comidología del MIT, el Dr. John Jacobs. "Por supuesto que esas acciones no hicieron nada en cuanto a la siempre ignorada parte de la pizza: la parte de abajo".

Los científicos, filósofos y teólogos de la pizza han teorizado por mucho tiempo la existencia de una pizza de un lado cubierta completamente de ricos ingredientes chiclosos que alcanzara la cumbre del placer pizzero.

Platón escribió en 412 AC que la típica pizza de dos lados no era más que una materialización imperfecta de la forma ideal de la verdadera pizza, con sólo un lado. René Descartes continuó esta línea de pensamiento en sus Principios y Pasiones sobre la Pizza, donde escribió que dado que la parte de abajo de la pizza estaba hacia abajo e invisible al ojo, no podía siquiera probar su existencia, y por lo tanto debía existir una pizza perfecta cuyos lados fueran todos visibles. En años más recientes, Alexander Graham Bell dedicó décadas y cientos de asistentes investigadores al problema, pero su máximo logro fue una pizza de 1.999999 lados. Incluso Albert Einstein observó una vez que lamentaba no llegar a ver la creación de la pizza de un lado, una vez que su tristemente célebre ecuación $P=st^2$ fuera incapaz de producir resultados en la práctica.

Hasta hace poco tiempo, los científicos podían crear una pizza de 1.0000001 lados, pero su peso atómico estaba distribuido irregularmente, permitiéndole existir sólo unas milésimas de segundo antes de colapsar sobre sí misma. Sin embargo, los investigadores del MIT han logrado finalmente formalizar las bases matemáticas. "Resulta que durante tres mil años hemos olvidado llevar un tres en la cuenta. Estamos muy avergonzados", admitió el Dr. Jacobs.

Related News

Teen Using MySpace to Lure Bands to Los Angeles

Turing Test Proves 2-Year-Olds Not Human

Bush Proposes Faith-Based Firewalls for Government Computers

La pizza de möbius sólo puede ser creada en un horno en gravedad cero diseñado específicamente para el ejército de los Estados Unidos. Se espera que salga a la venta en próximo año en exclusiva en las tiendas Halliburton Pizza por sólo USD$9,999.97, con tres ingredientes a elegir.

Figura 41: http://www.bbspot.com/News/2007/01/mobius-pizza-espanol.html

Por supuesto, se trata de una broma… pero ¿no estaría bien tener una pizza sin tanta masa?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] FLAPAN, E. (2000). When Topology Meets Chemistry: A Topological Look at Molecular Chirality. Mathematical Association of America.

[2] PETRESIN, V. y LAURENT-PAUL R. (2002). The Double Möbius Strip Studies.

Nexus Network Journal, 4, no.4.

[3] PICKOVER, C. (2006). The Möbius Strip. Thunder's Mouth Press.

[4] SÉQUIN, C. To Build a Twisted Bridge. Preprint disponible en su página web http://members.tripod.com/vismath4/sequin/index.html

[5] THULASEEDAS, J. y KRAWCZYK, R.J. (2002). Möbius Concepts in Architecture http://www.iit.edu/~krawczyk/jtbrdg03.pdf.

¿Qué mejor final que este precioso *Moebius* de la poetisa argentina Hebe Solves (http://www.poeticas.com.ar/directorio/Poetas_miembros/Hebe_Solves.html)?

Niego la luz de la mañana y la sombra
del amanecer.
Me niego.

Tener una sola cara reversible
cuando el perfume
de las cañas y el río
busca la orilla
donde he sido.

Estar mal, estar mala.
Sembrar el desorden con la quietud
valer el dolor
defensa del dolor y documentación
de la espiral
una curva infinita.

Vaciamiento del mundo en las medias
arrojadas al suelo junto al plato limpio:

que el plano desprendido de la piel
haga una torsión y se expanda
hasta tocarse.