

## 第二編 軌道應力

### 第七章 枕木の應力

#### 26 枕木の支承體

道床と路盤とは、一體となつて比較的弾力ある支承體を枕木に提供し、その弾性によつて枕木上加へらるゝ動荷重の衝撃を吸收緩和するものである。枕木下の道床上面に於ける壓力の分布、道床内部に於ける壓力の傳達状態、及び路盤上面に於ける壓力の分布に就て分析的の研究があるけれども、その基礎をなして居る全道床の均等性が實際には得難いものであること等から、こゝには之を用ひないで、道床と路盤とを一括して一箇の弾性支承體として取扱ふこととする。

先づ道床は少くとも枕木下の部分に於ては枕木の全長を通じて一樣均等なる弾性を有するものとし、枕木下面に於て道床より枕木に與へる反力（即ち道床の支持力）は、枕木の沈下に正比例するものと假定する。即ち

$$p = \text{道床より枕木下面に與ふる壓力強度 (kg/cm}^2\text{)}$$

$$y = \text{枕木の沈下 (cm)}$$

とすれば

$$p = Ky \dots \dots \dots (39)$$

式中の係數  $K$  を道床係數（單位は  $\text{kg/cm}^3$ ）といふ。 $K$  の値は道床自身の性質のみならず、路盤の硬軟により甚しい差異がある。獨逸で一般に用ひられて居る  $K$  の値は第 7 表の通りである。

Die Berechnung des Eisenbahnen - Überbaus

第 7 表  $K(\text{kg/cm}^3)$  の値

道床の種類	路 盤 の 良 否		
	不 良	普 通	最 良
砂 利	5	10	15
碎 石	5	15	25

我國有鐵道では一般に次の  $K$  が用ひられる。

- 軟き軌道  $K=5 \text{ kg/cm}^3$
- 良好なる軌道  $K=9 \text{ kg/cm}^3$
- 特に良好なる軌道  $K=15 \text{ kg/cm}^3$

[註] (39) 式の假定は最初 Winkler によつてなされたものである。その正しさに就てはなほ疑問を抱く人もあるが、その簡単なこと、實際上大差ないことゝのために、今日最も一般に用ひられて居る。

第 7 表の  $K$  の値は路盤が切取又は素地或は 1 m 以下の盛土の場合に適用されるもので、盛土の高さが 1~3 m となれば  $K$  の値は更に低下する。又路盤及び道床の排水が不十分なる場合には第 7 表の値の凡そ  $\frac{1}{2}$  に低下するものとされる。

第 7 表中の不良路盤とは

沼澤地、砂混り粘土、軟かな粘土

等に類するものを指し、最良路盤とは

岩盤、固結せる砂利

等である。

### 27 弾性支承上の桁

一般に桁の任意の位置  $x$  に於ける撓み  $y$  と、桁の受ける曲げモーメント  $M$ 、剪断力  $Q$  との間には次の関係がある。

$$-EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M$$

$$-EJ \frac{d^3 y}{dx^3} = Q$$

ここに  $E$  は桁に用ひた材料の弾性係數、 $J$  は桁の斷面の慣性モーメントを表はす。而して剪断力  $Q$  の變化を  $q$  とすれば

$$-EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = q \dots \dots \dots (40)$$

道床上に置かれた枕木は、之を弾性基礎上の桁と見做すことが出来る。即ち枕木は桁で、その撓み  $y$  は道床の沈下である。而して道床はその沈下に比例する反力  $p=Ky$  を與へるから、枕木の幅を  $b$  とすれば、 $q=bp=bKy$  となり、(40)式は次の形となる。

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{bK}{EJ} y = 0 \dots \dots \dots (41)$$

今簡単のために

$$\left. \begin{aligned} \sqrt[4]{\frac{4EJ}{bK}} = L \\ \frac{x}{L} = \xi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (42)$$

とおけば(41)式は

$$\frac{d^4 y}{d\xi^4} + 4y = 0 \dots \dots \dots (43)$$

となる。この微分方程式を解くために

$$y = e^{\alpha \xi}$$

と置き、(43)式に代入すれば

$$(\alpha^4 + 4)e^{\alpha \xi} = 0$$

之を満足する  $\alpha$  の値は ( $i = \sqrt{-1}$  とおく)

$$\alpha = \pm(1 \pm i)$$

であるから、積分常数を  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  とすれば(43)式の一般解は

$$y = Z_1 e^{\xi + i\xi} + Z_2 e^{\xi - i\xi} + Z_3 e^{-\xi - i\xi} + Z_4 e^{-\xi + i\xi}$$

然るに

$$e^{i\xi} = \cos \xi + i \sin \xi$$

$$e^{-i\xi} = \cos \xi - i \sin \xi$$

であるから

$$\begin{aligned} y &= Z_1 e^{\xi} (\cos \xi + i \sin \xi) + Z_2 e^{\xi} (\cos \xi - i \sin \xi) \\ &+ Z_3 e^{-\xi} (\cos \xi - i \sin \xi) + Z_4 e^{-\xi} (\cos \xi + i \sin \xi) \\ &= (Z_1 + Z_2) e^{\xi} \cos \xi + (Z_1 i - Z_2 i) e^{\xi} \sin \xi \\ &+ (Z_3 + Z_4) e^{-\xi} \cos \xi + (-Z_3 i + Z_4 i) e^{-\xi} \sin \xi \end{aligned}$$

今簡単のために

$$Z_1 + Z_2 = \frac{A_1}{2}, \quad i(Z_1 - Z_2) = \frac{A_3}{2}$$

$$Z_3 + Z_4 = \frac{A_2}{2}, \quad i(-Z_3 + Z_4) = \frac{A_4}{2}$$

とおけば(43)式の一般解は次の形となる。

$$y = \left( \frac{A_1}{2} e^{\xi} + \frac{A_2}{2} e^{-\xi} \right) \cos \xi + \left( \frac{A_3}{2} e^{\xi} + \frac{A_4}{2} e^{-\xi} \right) \sin \xi \dots\dots(44)$$

この  $y$  の微分係数は

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy}{d\xi} &= \frac{A_1}{2} e^{\xi} (\cos \xi - \sin \xi) - \frac{A_2}{2} e^{-\xi} (\cos \xi + \sin \xi) \\ &+ \frac{A_3}{2} e^{\xi} (\cos \xi + \sin \xi) + \frac{A_4}{2} e^{-\xi} (\cos \xi - \sin \xi) \\ \frac{d^2y}{d\xi^2} &= -(A_1 e^{\xi} - A_2 e^{-\xi}) \sin \xi + (A_3 e^{\xi} - A_4 e^{-\xi}) \cos \xi \\ \frac{d^3y}{d\xi^3} &= -A_1 e^{\xi} (\cos \xi + \sin \xi) + A_2 e^{-\xi} (\cos \xi - \sin \xi) \end{aligned} \right\} \dots\dots(45)$$

$$+ A_3 e^{\xi} (\cos \xi - \sin \xi) + A_4 e^{-\xi} (\cos \xi + \sin \xi) \quad ]$$

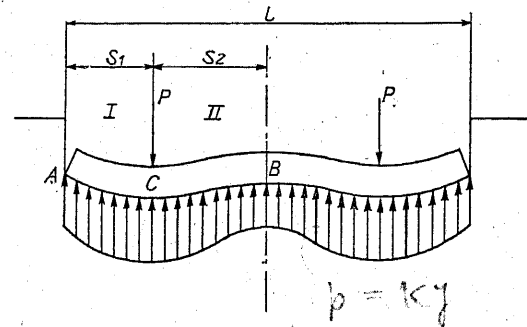
桁の傾斜  $\tan \theta$ , 曲げモーメント  $M$ , 剪断力  $Q$  等は次の式に(45)式を代入して求むることが出来る。

$$\left. \begin{aligned} \tan \theta &= \frac{dy}{dx} = \frac{1}{L} \frac{dy}{d\xi} \\ M &= -EJ \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{EJ}{L^2} \frac{d^2y}{d\xi^2} = -\frac{bKL^2}{4} \frac{d^2y}{d\xi^2} \\ Q &= -EJ \frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{EJ}{L^3} \frac{d^3y}{d\xi^3} = -\frac{bKL}{4} \frac{d^3y}{d\xi^3} \end{aligned} \right\} \dots\dots(46)$$

28 横枕木の沈下及び撓み

横枕木に於ては左右の軌條は對稱の位置に置かれ、軌條を通じて枕木上加へらるゝ荷重も左右相等しいものと見て大差ない。従つて枕木の撓みも左右對稱である(第 48

圖参照)。故にこの問題は對稱軸の一侧のみについて解けば十分である。なほ荷重の位置(即ち軌條の位置)を境としてその外側と内側とに分けて取扱ふを便とする。



第 48 圖

今第 48 圖に於て  $B$  を對稱軸,  $A$  を枕木の一端,  $C$  を荷重  $P$  の加へらるゝ位置とし,  $AC$  を區間 I,  $CB$  を區間 II とすれば, その各區間に對して(44)式が成立つ。即ち

區間 I に対しては

$$y^I = \frac{1}{2}[(A_1 e^{\xi} + A_2 e^{-\xi}) \cos \xi + (A_3 e^{\xi} + A_4 e^{-\xi}) \sin \xi] \dots\dots(47)$$

區間 II に対しては

$$y^{II} = \frac{1}{2}[(B_1 e^{\xi} + B_2 e^{-\xi}) \cos \xi + (B_3 e^{\xi} + B_4 e^{-\xi}) \sin \xi] \dots\dots(48)$$

この式中含まる 8 箇の常数は次の 8 箇の條件に適合するやうに定めればよい。

- (i) A に於て  $M=0$ ,           (ii) A に於て  $Q=0$ ,
- (iii) C に於て  $y^I = y^{II}$ ,       (iv) C に於て  $\tan \theta^I = \tan \theta^{II}$ ,
- (v) C に於て  $M^I = M^{II}$ ,       (vi) C に於て  $Q^I - P = Q^{II}$ ,
- (vii) B に於て  $\tan \theta^{II} = 0$ ,   (viii) B に於て  $Q^{II} = 0$ .

今

$$AC = s_1, \quad CB = s_2$$

とおけば、枕木の全長  $l$  は

$$l = 2(s_1 + s_2)$$

である。而して簡単のために

$$\frac{s_1}{L} = \sigma_1, \quad \frac{s_2}{L} = \sigma_2, \quad \frac{l}{L} = 2(\sigma_1 + \sigma_2) = \lambda$$

とおけば、上記の 8 箇の條件は夫々次の通りとなる。

- (i)  $M_{\xi=0}^I = 0 = \left(\frac{d^2 y^I}{d\xi^2}\right)_{\xi=0}$  即ち  $A_3 - A_4 = 0$  或は  $A_3 = A_4$ ,
- (ii)  $Q_{\xi=0}^I = 0 = \left(\frac{d^3 y^I}{d\xi^3}\right)_{\xi=0}$  即ち  $-A_1 + A_2 + 2A_3 = 0$ ,
- (iii)  $y_{\xi=\sigma_1}^I = y_{\xi=0}^{II}$  即ち  $(A_1 e^{\sigma_1} + A_2 e^{-\sigma_1}) \cos \sigma_1 + 2A_3 \cosh \sigma_1 \sin \sigma_1 = B_1 + B_2$ ,
- (iv)  $(\tan \theta^I)_{\xi=\sigma_1} = (\tan \theta^{II})_{\xi=0}$  即ち  

$$A_1 e^{\sigma_1} (\cos \sigma_1 - \sin \sigma_1) - A_2 e^{-\sigma_1} (\cos \sigma_1 + \sin \sigma_1)$$

$$+ 2A_3 (\cosh \sigma_1 \cos \sigma_1 + \sinh \sigma_1 \sin \sigma_1) = B_1 - B_2 + B_3 + B_4,$$

(v)  $M_{\xi=\sigma_1}^I = M_{\xi=0}^{II}$  即ち

$$(A_1 e^{\sigma_1} - A_2 e^{-\sigma_1}) \sin \sigma_1 - 2A_3 \sinh \sigma_1 \cos \sigma_1 = -B_2 + B_4,$$

(vi)  $Q_{\xi=\sigma_1}^I - P = Q_{\xi=0}^{II}$  即ち

$$A_1 e^{\sigma_1} (\cos \sigma_1 + \sin \sigma_1) - A_2 e^{-\sigma_1} (\cos \sigma_1 - \sin \sigma_1) - 2A_3 (\cosh \sigma_1 \cos \sigma_1 - \sinh \sigma_1 \sin \sigma_1) - \frac{4P}{bKL} = B_1 - B_2 - B_3 - B_4,$$

(vii)  $(\tan \theta^{II})_{\xi=\sigma_2} = 0$  即ち

$$B_1 e^{\sigma_2} (\cos \sigma_2 - \sin \sigma_2) - B_2 e^{-\sigma_2} (\cos \sigma_2 + \sin \sigma_2) + B_3 e^{\sigma_2} (\cos \sigma_2 + \sin \sigma_2) + B_4 e^{-\sigma_2} (\cos \sigma_2 - \sin \sigma_2) = 0,$$

(viii)  $Q_{\xi=\sigma_2}^{II} = 0$  即ち

$$B_1 e^{\sigma_2} (\cos \sigma_2 + \sin \sigma_2) - B_2 e^{-\sigma_2} (\cos \sigma_2 - \sin \sigma_2) - B_3 e^{\sigma_2} (\cos \sigma_2 - \sin \sigma_2) - B_4 e^{-\sigma_2} (\cos \sigma_2 + \sin \sigma_2) = 0.$$

以上 8 箇の聯立方程式を解いて次の結果が得られる。

$$A_1 = \frac{P}{bKL(\sinh \lambda + \sin \lambda)} [\cosh \sigma_1 \{ \cos(\lambda - \sigma_1) + \sin(\lambda - \sigma_1) \} + \cosh(\lambda - \sigma_1) (\cos \sigma_1 + \sin \sigma_1) + e^{-\sigma_1} \cos(\lambda - \sigma_1) + e^{-\lambda - \sigma_1} \cos \sigma_1],$$

$$A_2 = \frac{P}{bKL(\sinh \lambda + \sin \lambda)} [\cosh \sigma_1 \{ \cos(\lambda - \sigma_1) - \sin(\lambda - \sigma_1) \} + \cosh(\lambda - \sigma_1) (\cos \sigma_1 - \sin \sigma_1) + e^{\sigma_1} \cos(\lambda - \sigma_1) + e^{\lambda - \sigma_1} \cos \sigma_1],$$

$$A_3 = A_4 = \frac{P}{bKL(\sinh \lambda + \sin \lambda)} [\cosh \sigma_1 \sin(\lambda - \sigma_1) + \cosh(\lambda - \sigma_1) \sin \sigma_1 - \sinh \sigma_1 \cos(\lambda - \sigma_1) - \cos \sigma_1 \sinh(\lambda - \sigma_1)],$$

$$B_1 = A_1 e^{\sigma_1} \cos \sigma_1 + A_3 e^{\sigma_2} \sin \sigma_1 - \frac{P}{bKL},$$

$$B_2 = A_2 e^{-\sigma_1} \cos \sigma_1 + A_3 e^{-\sigma_2} \sin \sigma_1 + \frac{P}{bKL},$$

$$B_3 = -A_1 e^{\sigma_1} \sin \sigma_1 + A_3 e^{\sigma_2} \cos \sigma_1 + \frac{P}{bKL},$$

$$B_4 = -A_2 e^{-\sigma_1} \sin \sigma_1 + A_3 e^{-\sigma_2} \cos \sigma_1 + \frac{P}{bKL},$$

これ等の値を用ふれば、(47)、(48)式は次の通りとなる。

$$y^I = \frac{P}{bKL(\sinh \lambda + \sin \lambda)} [\cosh \sigma_1 \cosh \xi \cos(\lambda - \sigma_1 - \xi) + \cos \sigma_1 \cosh \xi \cosh(\lambda - \sigma_1 - \xi) + \cosh(\lambda - \sigma_1) \cosh \xi \cos(\sigma_1 - \xi) + \cos(\lambda - \sigma_1) \cos \xi \cosh(\sigma_1 - \xi) + \cosh \sigma_1 \sinh \xi \cos \xi \sin(\lambda - \sigma_1) - \cos \sigma_1 \sin \xi \cosh \xi \sinh(\lambda - \sigma_1) + \sin \sigma_1 \cos \xi \cosh(\lambda - \sigma_1) \sinh \xi - \sinh \sigma_1 \cosh \xi \cos(\lambda - \sigma_1) \sin \xi] \dots (49)$$

$$y^{II} = \frac{1}{2} [A_1 e^{\sigma_1 + \xi} + A_2 e^{-\sigma_1 - \xi}] \cos(\sigma_1 + \xi) + 2A_3 \cosh(\sigma_1 + \xi) \sin(\sigma_1 - \xi) - \frac{P}{bKL} [\sinh \xi \cos \xi - \sin \xi \cosh \xi] \dots (50)$$

枕木の撓みは軌條下附近に於て最大となり、実際には軌條下の撓みを以てその最大値としても大差ない。又鐵道軌道としては軌條の沈下を知ること、即ち荷重の位置  $C$  に於ける枕木の撓み  $y_C$  を求むることが必要である。又枕木の曲げモーメントも荷重の位置に於てほぼ最大値となる。而してこれ等の値は次の式によつて與へられる。

$$y_C = y_{\xi=\sigma_1}^I = \frac{P}{2bKL(\sinh \lambda + \sin \lambda)} [2(\cosh^2 \sigma_1 + \cos^2 \sigma_1)(\cosh 2\sigma_2 + \cos 2\sigma_2) + (\sinh 2\sigma_1 - \sin 2\sigma_1)(\sinh 2\sigma_2 + \sin 2\sigma_2)] \dots (51)$$

$$M_C = -\frac{EI}{L^2} \left( \frac{d^2 y^I}{d\xi^2} \right)_{\xi=\sigma_1} = -\frac{PL}{4(\sinh \lambda + \sin \lambda)} [2\{\cosh^2 \sigma_1 \cos 2\sigma_2$$

$$- \cos^2 \sigma_1 \cosh 2\sigma_2 \} + 2\{\cosh(\sigma_1 + 2\sigma_2) \cosh \sigma_1 - \cos(\sigma_1 + 2\sigma_2) \cos \sigma_1\} - \{\sinh 2\sigma_1 \sin 2\sigma_2 + \sin 2\sigma_1 \sinh 2\sigma_2\}] \dots (52)$$

【計算例】 枕木の寸法  $20 \times 14 \times 213$  cm, 道床係数  $K=8$  kg/cm<sup>3</sup>, 枕木用材の弾性係数  $E=100000$  kg/cm<sup>2</sup>, 枕木の中心から軌條中心までの距離  $s_2=56.5$  cm の場合軌條中心上に作用する荷重  $P(t)$  によつて生ずる枕木の軌條下に於ける沈下、道床壓力、及び曲げモーメントを求む。

この場合枕木断面の慣性モーメント  $J$  は

$$J = \frac{20 \times 14^3}{12} = 4573 \text{ cm}^4$$

故に

$$L = \sqrt[4]{\frac{4EJ}{bK}} = \sqrt[4]{\frac{4 \times 100000 \times 4573}{20 \times 8}} = 58.15 \text{ cm}$$

而して

$$s_1 = \frac{213}{2} - 56.5 = 50 \text{ cm}$$

従つて次の諸値が得られる。

$$\sigma_1 = \frac{50}{58.15} = 0.860, \quad 2\sigma_1 = 1.720,$$

$$\sigma_2 = \frac{56.5}{58.15} = 0.972, \quad 2\sigma_2 = 1.944,$$

$$\sigma_1 + 2\sigma_2 = 2.804, \quad \lambda = 2(\sigma_1 + \sigma_2) = 3.664,$$

三角函數及び双曲線函數の表を用ひて

$$\sinh \lambda = 19.49597, \quad \sin \lambda = -0.49896, \quad \sinh \lambda + \sin \lambda = 18.99701 \approx 19.$$

$$\cosh \sigma_1 = 1.39816, \quad \cos \sigma_1 = 0.65244,$$

$$\cosh^2 \sigma_1 = 1.94089, \quad \cos^2 \sigma_1 = 0.42568, \quad \cosh^2 \sigma_1 + \cos^2 \sigma_1 = 2.36657,$$

$$\sinh 2\sigma_1 = 2.70273, \quad \sin 2\sigma_1 = 0.98889, \quad \sinh 2\sigma_1 - \sin 2\sigma_1 = 1.71384,$$

$$\sinh 2\sigma_2 = 3.42176, \quad \sin 2\sigma_2 = 0.93116, \quad \sinh 2\sigma_2 + \sin 2\sigma_2 = 4.35292,$$

$$\cosh 2\sigma_2 = 3.56489, \quad \cos 2\sigma_2 = -0.36460, \quad \cosh 2\sigma_2 + \cos 2\sigma_2 = 3.20029,$$

$$\cosh(\sigma_1 + 2\sigma_2) = 8.28556, \quad \cos(\sigma_1 + 2\sigma_2) = -0.94355.$$

これ等の値を(51)式に用ふれば、軌條下の枕木沈下  $y_C$  (cm) は

$$y_c = \frac{1000 \times P}{2 \times 20 \times 8 \times 58.15 \times 18.99701} [2 \times 2.36657 \times 3.20029 + 1.71384 \times 4.35292]$$

$$= \frac{1000 \times P}{353496} [15.14742 + 7.46201]$$

$$= \frac{22607}{353496} P$$

$$= 0.06395P$$

従つて軌條下に於ける道床壓力  $p_c$  (kg/cm<sup>2</sup>) は

$$p_c = Ky_c = 8 \times 0.06395P = 0.51160P$$

又(52)式から軌條下に於ける曲げモーメント  $M_c$  (kgcm) を求めれば

$$M_c = \frac{1000 \times 58.15 \times P}{4 \times 18.99701} [2 \times \{1.94089 \times (-0.36460) - 0.42568 \times 3.56489\}$$

$$+ 2 \times (8.28556 \times 1.39316 + 0.94355 \times 0.65244)$$

$$- (2.70273 \times 0.93116 + 0.98889 \times 3.42176)]$$

$$= \frac{58150P}{75.98804} \times [-4.45030 + 24.31744 - 5.90041]$$

$$= \frac{812165}{75.98804} P = 10688P$$

〔註〕 横枕木に於ては第 48 圖に示すやうな波形の撓みを生ずるのであるが、その際枕木の両端又は中央が浮上ることがあれば、道床を擾亂して枕木の落つきを悪くし線路の保守上よろしくない。故に枕木の両端及び中央に於て枕木が浮上らないことが必要條件となる。この条件を式で示すと(49)及び(50)式から

$$y_{\xi=0}^I = \frac{2P}{bKL} \left[ \frac{\cosh \sigma_1 \cos(\lambda - \sigma_1) + \cos \sigma_1 \cosh(\lambda - \sigma_1)}{\sinh \lambda + \sin \lambda} \right] > 0,$$

$$y_{\xi=\sigma_2}^{II} = \frac{2P}{bKL(\sinh \lambda + \sin \lambda)} \left[ \cosh \sigma_1 \left( \cos \sigma_2 \cosh \frac{\lambda}{2} + \sin \sigma_2 \sinh \frac{\lambda}{2} \right) \right.$$

$$\left. + \cos \sigma_1 \left( \cos \frac{\lambda}{2} \cosh \sigma_2 - \sin \frac{\lambda}{2} \sinh \sigma_2 \right) \right] > 0$$

故に枕木の浮上りが起るか起らないかの限界は次の式で表はされる。

$$y_{\xi=0}^I = 0 \text{ から } \cosh \sigma_1 \cos(\lambda - \sigma_1) + \cos \sigma_1 \cosh(\lambda - \sigma_1) = 0 \dots \dots \dots (I)$$

$$y_{\xi=\sigma_2}^{II} = 0 \text{ から } \cosh \sigma_1 \left( \cos \sigma_2 \cosh \frac{\lambda}{2} + \sin \sigma_2 \sinh \frac{\lambda}{2} \right)$$

$$+ \cos \sigma_1 \left( \cosh \sigma_2 \cos \frac{\lambda}{2} + \sinh \sigma_2 \sin \frac{\lambda}{2} \right) = 0 \dots \dots \dots (II)$$

(I), (II) 式を満足する  $\sigma_1$  と  $\sigma_2$  との関係は次の通りである。

(I)		(II)	
$\sigma_2$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
0	$\pi/2$	0	$\pi/2$
0.3	1.355	0.2	1.614
0.5	1.310	0.5	1.785
1.0	1.430	1.0	2.252
1.3	1.530	$\pi/2$	2.355
1.8	1.596		
2.6	1.580		

又枕木が波形の撓みを起す際に、若し軌條下に於て枕木が幾分でも傾斜を生ずれば、それだけ軌條も亦傾斜を生じ、その結果軌間が廣まつたり狭まつたりすることとなる。この欠點を除くためには、軌條下に於ける枕木の傾斜が消滅することが必要である。このことを式で示すと

$$\tan \theta_c = \frac{1}{L} \left( \frac{dy^I}{d\xi} \right)_{\xi=\sigma_1} = \frac{2P}{bKL^2} \left[ \frac{\cosh^2 \sigma_1 \sin 2\sigma_2 - \cos^2 \sigma_1 \sinh 2\sigma_2}{\sinh \lambda + \sin \lambda} \right] = 0$$

従つて軌條下の枕木の傾斜が消滅する條件は

$$\cosh^2 \sigma_1 \sin 2\sigma_2 - \cos^2 \sigma_1 \sinh 2\sigma_2 = 0$$

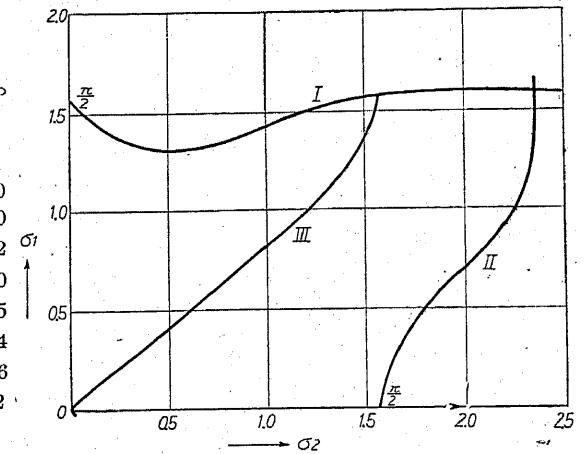
或は

$$\frac{\cosh \sigma_1}{\cos \sigma_1} = \sqrt{\frac{\sinh 2\sigma_2}{\sin 2\sigma_2}} \dots \dots \dots (III)$$

この式を満足する  $\sigma_1$  と  $\sigma_2$  との関係は次の通りである。

(III)	
$\sigma_2$	$\sigma_1$
0	0
0.05	0.050
0.10	0.082
0.20	0.160
0.50	0.405
1.00	0.824
1.40	1.196
$\pi/2$	$\pi/2$

これ等の結果を  
圖示すれば第49圖



第 49 圖

の通りである。而してこの圖から直に次のことが分る。即ち枕木がその兩端及び中央に於て浮上りを起さないためには、 $\sigma_1$  と  $\sigma_2$  との關係を示す點が  $\sigma_1$  軸と  $\sigma_2$  軸及び曲線 I と II によつて圍まる區域内になければならない。又軌條下に於て枕木が常に水平であるためには、 $\sigma_1$  と  $\sigma_2$  との關係が曲線 III 上にあることを要する。而して曲線 III は殆んど直線  $\sigma_1 = 0.82\sigma_2$  に等しいと見做しても大差ない。故にこれ等の條件を悉く満足する  $\sigma_1, \sigma_2$  の關係は次の通りである。

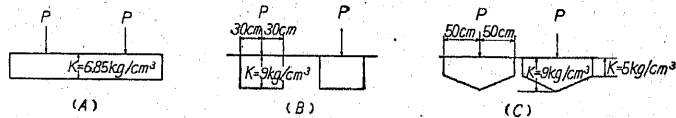
$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= 0.82\sigma_2 \\ \sigma_1 &< 1.3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (53)$$

之を書きかへると

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= 0.82\delta_2 \\ \delta_1 &< 1.3L \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (54)$$

以上述べたところに於ては、枕木はその全長を通じて一様な弾性支承上にあるものとしたのであるが、實際に於ては、枕木下の道床撞固めは之を軌條下の部分に於て特に入念に行ひ、枕木の中央部に於ては軽く撞くか又は單に道床を填充するに止めるのが普通である。而して道床係數  $K$  の値はほぼ撞固め量に比例して増加する(但し一定の限度があることはいふまでもない)ものであるから、實際の場合には道床係數  $K$  の値は枕木全長を通じて一様ではなく相當の變化を示すのである。このことを考慮に入れば計算は更に面倒となる。

〔註〕 我國鐵道省の研究によれば、道床係數  $K$  の値が第50圖 (A), (B), (C) に示すやうな變化を示す場合には枕木の最大沈下  $y_{max}$ 、並に軌條下に於ける枕木の曲げモーメント  $M_0$ 、及び沈下  $y_0$  は第 8 表に示す通りである。但し枕木の長さは 213.4cm、幅 20.3 cm、その慣性モーメントは  $J=4600 \text{ cm}^4$ 、枕木の弾性係數は  $E=100000 \text{ kg/cm}^2$ 、軌條の位置を示す  $\delta_1, \delta_2$  の値は  $\delta_1=50.7\text{cm}$ 、 $\delta_2=58\text{cm}$  である。



第 50 圖

第 8 表

	(A)	(B)	(C)
枕木の最大沈下 { cm 比	0.07376P 1	0.09351P 1.27	0.07555P 1.02
枕木の最大曲げモーメント (軌條下) { kg cm 比	10856P 1	7254P 0.67	10097P 0.93
軌條下に於ける枕木の沈下 { cm 比	0.07359P 1	0.09295P 1.26	0.07455P 1.01
軌條下の道床壓力 { kg/cm² 比	0.50407P 1	0.83651P 1.61	0.67091P 1.33

第 50 圖は最初枕木全長を通じて一様に  $K=4 \text{ kg/cm}^3$  なる道床係數を有する軌道に對し、ほぼ同量の撞固めを行つて得られた状態を示したものであるから、かやうな場合何れの撞固め方法を可とするかは第 8 表の比較によつてほぼ察知することが出来る。即ち枕木が餘り強くない場合には、軌條下の枕木の曲げモーメントが比較的少となる (B) を可とし、<sup>道床</sup>枕木の沈下を少なくするには (A) 又は (C) を可とする。又道床撞固めを軌條下に集中するほど軌條下の道床は大なる壓力を受くことが明かである。逆に道床撞固めの範圍を長くして (A) に近づぐれば、道床壓力は少となる。併しこの場合には枕木中央部の沈下量が比較的少く、その結果長い間には遂に枕木中央部が支點の様な状態となり、枕木の安定を悪くし且つ枕木の折損を招き易い缺點が生ずる。

29 枕木に加はる軌條壓力

軌條から枕木に加はる壓力  $P$  を軌條壓力といふ。その値が分れば、上述の計算法によつて枕木の應力、沈下等を算定することが出来る。然るに軌條壓力は、之を逆に見れば枕木が軌條に與へる反力であるから、軌條應力にも關

係あることいふまでもない。即ち軌條壓力の決定は、枕木應力の決定にも又軌條應力の決定にも重要なものである。

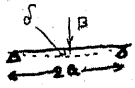
而して軌條壓力  $P$  の値は、實際に於ては結局車輪の重さが軌條を経て何挺の枕木に傳へられ支持せられるかによつて異り、このことは又軌條の強さと枕木以下道床路盤等の軌條支承體の強さとの關係値によつて異なるものである。而して、軌條壓力  $P$  の値は、次章の軌條應力の計算に於て自ら算定せられる。

### 第八章 軌條應力の計算

#### 30 軌條の強さと軌條支承體の強さ

軌條應力及び枕木應力の計算に必要な軌條壓力が、軌條の強さ及び軌條支承體の強さに關係あることは上述の通りである。故に軌條應力の計算に當つては先づ軌條の強さ及び軌條支承體の強さを與へて置かなければならない。

軌條の強さを表はす標準としては普通



$$B = \frac{6E_s J_s}{a^3} \dots \dots \dots (55)$$

が用ひられる。式中  $E_s$  は軌條鋼の彈性係數、 $J_s$  は軌條斷面の慣性モーメント、 $a$  は枕木間隔を示す。即ち  $B$  は恰も軌條が支間  $2a$  なる單桁として働く場合、支間の中央に於て單位の撓みを生ずるに必要な中心荷重に相當し、その値の大なるほど軌條は強いことを意味する。

枕木以下道床路盤等の軌條支承體の強さを表はすには、枕木が軌條下に於て單位の撓みを生ずるに必要な軌條壓力が用ひられ、之を  $D$  を以て表はす。即ち(51)式に於て  $y_0=1$  となるやうな  $P$  の値を以て軌條支承體の強さ  $D$

$$\delta = \frac{Pl^3}{48EI}$$

$$1 = \frac{B \cdot 2a^3}{48EI}$$

とするのである。故にその値は

$$D = \frac{2bKL(\sinh\lambda + \sin\lambda)}{2(\cosh^2\sigma_1 + \cos^2\sigma_1)(\cosh 2\sigma_2 + \cos 2\sigma_2) + (\sinh 2\sigma_1 - \sin 2\sigma_1)(\sinh 2\sigma_2 + \sin 2\sigma_2)} \dots \dots \dots (56)$$

となり、軌條支承體が強いほど  $D$  の値は大となる。

而して  $B$  と  $D$  との比

$$\gamma = \frac{B}{D} \dots \dots \dots (57)$$

は軌條應力及び枕木應力を決定する重要な數値で、之を軌道係數といふ。

[計算例] 51 頁の計算例に示したやうな枕木及び道床係數を有する線路の軌道係數を求む。但し軌條は 30 kg, 37 kg, 50 kg, の 3 種とし、枕木間隔は各々 75 cm, 70 cm, 65 cm の 3 種とする。

先づ軌條鋼の彈性係數を  $E_s=2100000 \text{ kg/cm}^2$  として、各軌條に對する  $B$  の値を(55)式から計算すれば第 9 表の値が得られる。

第 9 表

	30 kg 軌 條	37 kg 軌 條	50 kg 軌 條
$J_s$ (cm <sup>4</sup> )	607	952	1744
$a$ (cm)	75 70 65	75 70 65	75 70 65
$B$ (kg/cm)	18130 22300 27850	28430 34970 43680	52090 64070 80020

次に  $D$  の値は(56)式から計算するのであるが  $K=8 \text{ kg/cm}^3$  の場合には 51 頁の計算例に於ける  $y_0=0.06395P$  を用ひて直に次の如く算出することが出来る。即ち

$$y_0 = 1 = 0.06395D$$

$$\therefore D = 15.64 \text{ t/cm}$$

$$= 15640 \text{ kg/cm}$$

故に軌道係數  $\gamma$  の値は第 10 表の通りとなる。



第 10 表

枕木間隔(cm)	30 kg 軌 條			37 kg 軌 條			50 kg 軌 條		
	75	70	65	75	70	65	75	70	65
$\gamma$	1.16	1.43	1.78	1.82	2.24	2.79	3.33	4.10	5.12

又第 50 圖に示すやうな道床撞固めを行った場合の  $D$  の値は、第 8 表中の軌條下に於ける枕木沈下量から次の通りに算出される。

$$\text{第 50 圖(A)の場合} \quad D = \frac{1}{0.07359} = 13.59 \text{ t/cm} = 13590 \text{ kg/cm}$$

$$\text{第 50 圖(B)の場合} \quad D = \frac{1}{0.09295} = 10.76 \text{ t/cm} = 10760 \text{ kg/cm}$$

$$\text{第 50 圖(C)の場合} \quad D = \frac{1}{0.07455} = 13.41 \text{ t/cm} = 13410 \text{ kg/cm}$$

従つてこの場合の  $\gamma$  の値は第 11 表の通りとなる。

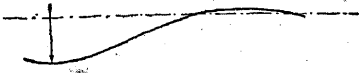
第 11 表

枕木間隔(cm)	30 kg 軌 條			37 kg 軌 條			50 kg 軌 條		
	75	70	65	75	70	65	75	70	65
第 50 圖(A)	1.33	1.64	2.05	2.09	2.57	3.21	3.83	4.71	5.89
第 50 圖(B)	1.69	2.07	2.59	2.64	3.25	4.06	4.84	5.96	7.44
第 50 圖(C)	1.35	1.66	2.08	2.12	2.61	3.26	3.88	4.78	5.97

### 31 軌條の波状撓み

列車の通過に際し、軌條の沈下は車輪下に於て大となることいふまでもないが、車輪の中間に於ては沈下少く時としては却つて浮上りの傾向さへ見られることがある。かくて軌條は列車の通過に際し波状形の撓みを繰返すのであるが、之を軌條の波状運動といふ。今車輪  $G$  が靜かに載せられた場合を考ふれば、軌條は第 51 圖のやうな撓みを示す。即ち荷重の直下に於て最大

の沈下を示す(この沈下量は普通 1.5~2.5 mm に達するが、若し 4 mm 以上にとれば、道床の攪亂さることが甚

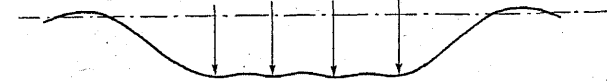


第 51 圖

しく線路保守上宜敷くない。故にかやうな場合には更に道床の撞固めが必要となる)。この沈下のために、荷重の前後に於て軌條の傾斜があらはれる。而してこの傾斜の終るところに於ては、軌條は逆に浮上りを生ずる。

軌條は荷重下の沈下の最も大なる部分に於て最も大なる曲げモーメントを受ける。之を正の曲げモーメントとすれば、軌條の浮上る部分に於ては負の曲げモーメントが起る。併し負の曲げモーメントは、浮上り部分よりも寧ろ荷重に近い部分(普通最大沈下と最大浮上りととの略中央)に於て最も大である(第 51 圖参照)。

多くの車輪が互に相接近して列をなして居る場合には、軌條は第 52 圖に示すやうな状態に撓みを生ずる。即ちこの場合には軌條の沈下は各車輪の下に於て最大となり、各車輪の中間に於ては僅かに小波状を呈するに過ぎな



第 52 圖

い。従つて軌條の正の曲げモーメントは最縁端の車輪下に於て最大となる。而してその前方の軌條浮上りの附近に於て最大の負の曲げモーメントが起る(小なる負の曲げモーメントは各車輪の中間にも起る)。

又軌條が浮上る部分に於ては、枕木も亦同時に浮上り、枕木と道床との摩擦は軌條及び枕木の重量と共に軌條の浮上りに對し抵抗を興へる。従つて軌條が浮上る部分に於ては、或る程度の負の反力は起り得るであらう。

軌條が沈下を起す部分に於ける各枕木の正の反力  $P$  は、その沈下量  $\gamma$  に

比例し

$$P = Dy \dots\dots\dots (58)$$

とすることが出来る。式中の  $D$  は(56)式によつて示されるもの、即ち軌條下に於て枕木の単位沈下  $y=1$  を起すに必要な軌條壓力である。

軌條が浮上りを起す部分に於ける枕木の負の反力に對しても、吾々は計算を容易ならしむる必要上、(58)式と同様の假定をする。この假定は、實際の線路に於て見らるゝ通り、軌條の浮上り量はその沈下量に比して極めて小さな範圍内に於ては、實用上差支ないであらう。

32 軌條應力計算法第一

軌條は多くの枕木上に支へらるゝ連続桁である。従つて軌條應力の計算は連続桁の解法を應用することによつてなされ得る筈であるが、之がためには支點の數が豫め與へられる必要がある。1 輪重の影響は、理論上は無數に多くの枕木に及ぶものと見るべきであらうが、實際に於てはその數を或る數に限定しても結果に於て大差なければ差支ないであらう。

我が國有鐵道に於て採用されて居る計算法に於ては、1 輪重を支持する枕木數をその輪重の前後各 10 挺として居る。實際に於ても 1 輪重の影響はその輪重から 10 挺目の枕木に於ては殆んど無視しても差支ない程度に過ぎないから、この計算結果は比較的正しいものである。この計算法を説明する前に従來行はれて居た略算法(枕木の負の反力を無視し、3~6 挺の正反力の枕木のみによつて 1 輪重を支持すると假定する)を示さう。

(a) 1 輪重を支持する枕木數を 3 と假定する場合 (第 53 圖)。

輪重を  $G$  とし、中央枕木の反力を  $P_1$ 、兩側の枕木の反力を何れも  $P_2$  とし、又中央の枕木の沈下を  $y_1$ 、兩側の枕木の沈下を  $y_2$  とすれば(58)式の假定により

$$P_1 = Dy_1 \dots\dots\dots (59)$$

$$P_2 = Dy_2 \dots\dots\dots (60)$$

然るに(55)式に就て述べたところにより

$$y_1 - y_2 = \frac{G - P_1}{B} \dots\dots\dots (61)$$

又平衡條件から

$$G = P_1 + 2P_2 \dots\dots\dots (62)$$

これ等の 4 式から  $P_1, P_2, y_1, y_2$  なる 4 未知數を定むることが出来る。即ち先づ(60)式及び(62)式から

$$P_2 = \frac{G - P_1}{2} = Dy_2$$

然るに(61)式から

$$y_2 = y_1 - \frac{G - P_1}{B}$$

之を上式に入れて

$$\frac{G - P_1}{2} = Dy_1 - \frac{D}{B}(G - P_1)$$

故に

$$Dy_1 = P_1 = \frac{G - P_1}{2} + \frac{D}{B}(G - P_1)$$

$\gamma = B/D$  を用ひて之を書きかへると

$$P_1 \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma} \right) = G \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma} \right)$$

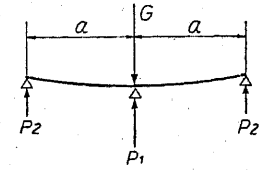
$$\therefore P_1 = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma}}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma}} G = \frac{\gamma + 2}{3\gamma + 2} G \dots\dots\dots (63)$$

従つて

$$P_2 = \frac{\gamma}{3\gamma + 2} G$$

(63)式の  $P_1$  が最大軌條壓力である。軌條の最大曲げモーメントは荷重下で起り、その値  $M_1$  は

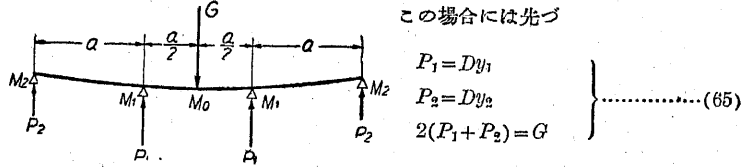
$$M_1 = P_2 a = \frac{\gamma}{3\gamma + 2} G a \dots\dots\dots (64)$$



第 53 圖

(63) 式及び (64) 式を Schwedler の公式といふ。而して假定により  $P_2 \geq 0$  即ち  $\gamma \geq 0$  である。

(b) 1 輪重が枕木 4 挺によつて支持される場合 (第 54 圖)。



第 54 圖

この場合には先づ

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= Dy_1 \\ P_2 &= Dy_2 \\ 2(P_1 + P_2) &= G \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (65)$$

次に 3 連モーメントの定理により

$$aM_2 + 4aM_1 + aM_1 = -6E_s J_s \left( \frac{y_1 - y_1}{a} - \frac{y_1 - y_2}{a} \right) - \frac{6}{a} \frac{Ga}{4} \frac{a}{2} \frac{a}{2}$$

之に於て  $M_2 = 0$  と置いて書きかへると

$$\begin{aligned} 5M_1 &= -\frac{6E_s J_s}{a^2} (y_2 - y_1) - \frac{3}{8} Ga \\ &= -\frac{Ba}{D} (P_2 - P_1) - \frac{3}{8} Ga \dots\dots\dots (66) \end{aligned}$$

又圖から直に分るやうに

$$M_1 = P_2 a \dots\dots\dots (67)$$

であるから上式は次の形となる。

$$5P_2 a = -\gamma a (P_2 - P_1) - \frac{3}{8} Ga$$

之に  $P_2 = \frac{G}{2} - P_1$  を代入すれば最大軌條應力  $P_1$  が得られる。即ち

$$\left. \begin{aligned} P_1(2\gamma + 5) &= \left( \frac{\gamma}{2} + \frac{23}{8} \right) G \\ \therefore P_1 &= \frac{1}{8} \left( \frac{4\gamma + 23}{2\gamma + 5} \right) G \\ \text{従つて(65)式から} \\ P_2 &= \frac{1}{8} \left( \frac{4\gamma - 3}{2\gamma + 5} \right) G \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (68)$$

又(67)式から

$$M_1 = \frac{1}{8} \left( \frac{4\gamma - 3}{2\gamma + 5} \right) Ga$$

最大曲げモーメントは輪重の直下に於て起り、之を  $M_0$  とすれば

$$\begin{aligned} M_0 &= P_2 \left( 1 + \frac{1}{2} \right) a + \frac{1}{2} P_1 a \\ &= \frac{1}{8} \left( \frac{8\gamma + 7}{2\gamma + 5} \right) Ga \dots\dots\dots (69) \end{aligned}$$

之を Zimmermann の公式といふ。

假定により  $P_2 \geq 0$  でなければならない。故に

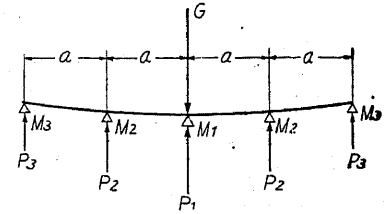
$$4\gamma - 3 \geq 0 \text{ 或は } \gamma \geq 0.75 \dots\dots\dots (70)$$

となる。

(c) 1 輪重が枕木 5 挺によつて支持される場合 (第 55 圖)。

この場合にも前と同様に

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= Dy_1 \\ P_2 &= Dy_2 \\ P_3 &= Dy_3 \\ P_1 + 2(P_2 + P_3) &= G \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (71)$$



第 55 圖

而して 3 連モーメントの方程式は、

この場合

$$\begin{aligned} M_3 + 4M_2 + M_1 &= -Ba(y_3 - 2y_2 + y_1) \\ M_2 + 4M_1 + M_2 &= -Ba(y_2 - 2y_1 + y_2) \end{aligned}$$

となり、之に各支點の曲げモーメント

$$M_3 = 0, \quad M_2 = y_3 a D, \quad M_1 = (2y_3 + y_2) a D \dots\dots\dots (72)$$

を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} 6y_3 + y_2 &= -\gamma(y_3 - 2y_2 + y_1) \\ 5y_3 + 2y_2 &= -\gamma(y_2 - y_1) \\ \text{となり、又(71)式の最後の式から} \\ y_1 + 2y_2 + 2y_3 &= \frac{G}{D} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (73)$$

が得られる。(73)式から  $y_1, y_2, y_3$  を求めれば

$$\left. \begin{aligned} y_3 &= \frac{-\gamma^2 - 3\gamma}{5\gamma^2 + 34\gamma + 7} \frac{G}{D} \\ y_2 &= \frac{\gamma^2 + 11\gamma}{5\gamma^2 + 34\gamma + 7} \frac{G}{D} \\ y_1 &= \frac{\gamma^2 + 18\gamma + 7}{5\gamma^2 + 34\gamma + 7} \frac{G}{D} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (74)$$

従つて最大曲げモーメント  $M_1$  は(72)式から

$$M_1 = \frac{3\gamma^2 + 5\gamma}{5\gamma^2 + 34\gamma + 7} Ga \dots\dots\dots (75)$$

又最大軌條圧力は  $P_1$  で、その値は

$$P_1 = Dy_1 = \frac{\gamma^2 + 18\gamma + 7}{5\gamma^2 + 34\gamma + 7} Ga \dots\dots\dots (76)$$

尙假定により  $P_3 = Dy_3 \geq 0$  であるから、(74)式により  $\gamma^2 - 3\gamma \geq 0$  即ち

$$\gamma \geq 3 \dots\dots\dots (77)$$

となる。

(d) 1 輪重が枕木 6 挺によつて支持される場合 (第56圖)。

前と同様に、先づ

$$P_1 = Dy_1$$

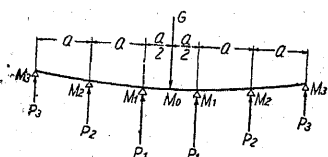
$$P_2 = Dy_2$$

$$P_3 = Dy_3$$

従つて

$$2(y_1 + y_2 + y_3) = \frac{G}{D} \dots\dots\dots (78)$$

第 56 圖



次に 3 連モーメントの方程式は

$$M_3 + 4M_2 + M_1 = -Ba(y_3 - 2y_2 + y_1)$$

$$M_2 + 4M_1 + M_0 = -Ba(y_2 - 2y_1 + y_0) - \frac{3}{8} Ga$$

然るに各支點に於ける曲げモーメントは(72)式と同様

$$M_3 = 0, \quad M_2 = y_3 a D, \quad M_1 = (2y_3 + y_2) a D$$

であるから、3 連モーメントの方程式は次の形となる。

$$\left. \begin{aligned} (6 + \gamma)y_3 + (1 - 2\gamma)y_2 + \gamma y_1 &= 0 \\ 11y_3 + (5 + \gamma)y_2 - \gamma y_1 &= -\frac{3}{8} \frac{G}{D} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (79)$$

(78)式及び(79)式から  $y_1, y_2, y_3$  を求めれば

$$\left. \begin{aligned} y_3 &= \frac{4\gamma^2 - 33\gamma + 3}{3\gamma^2 + 44\gamma + 19} \frac{G}{8D} \\ y_2 &= \frac{4\gamma^2 + 68\gamma - 18}{3\gamma^2 + 44\gamma + 19} \frac{G}{8D} \\ y_1 &= \frac{4\gamma^2 + 141\gamma + 91}{3\gamma^2 + 44\gamma + 19} \frac{G}{8D} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (80)$$

故に最大軌條圧力  $P_1$  は

$$P_1 = y_1 D = \frac{4\gamma^2 + 141\gamma + 91}{3\gamma^2 + 44\gamma + 19} \frac{G}{8} \dots\dots\dots (81)$$

又最大曲げモーメント  $M_0$  は輪重直下に於て起り、その値は

$$\begin{aligned} M_0 &= \left( \frac{5}{2} y_3 + \frac{3}{2} y_2 + \frac{1}{2} y_1 \right) D a \\ &= \frac{18\gamma^2 + 90\gamma + 26}{3\gamma^2 + 44\gamma + 19} \frac{G a}{8} \dots\dots\dots (82) \end{aligned}$$

で與へられる。但しこの場合には  $P_3 = Dy_3 \geq 0$  の條件から

$$\begin{aligned} 4\gamma^2 - 33\gamma + 3 &\geq 0 \\ \therefore \gamma &\geq 8.158 \dots\dots\dots (83) \end{aligned}$$

でなければならない。

以上 (a)~(d) に於ける計算の結果を綜合すれば第12表の通りである。

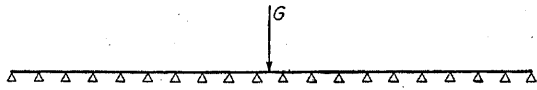
第 12 表

1 輪重を支持する枕木数	軌道係数	最大曲げモーメント	最大軌條圧力
3	$\gamma \geq 0$	$\frac{\gamma}{3\gamma + 2} Ga$	$\frac{\gamma + 2}{3\gamma + 2} G$
4	$\gamma \geq 0.75$	$\frac{1}{8} \left( \frac{8\gamma + 7}{2\gamma + 5} \right) Ga$	$\frac{1}{8} \left( \frac{4\gamma + 23}{2\gamma + 5} \right) G$
5	$\gamma \geq 3$	$\frac{3\gamma^2 + 5\gamma}{5\gamma^2 + 34\gamma + 7} Ga$	$\frac{\gamma^2 + 18\gamma + 7}{5\gamma^2 + 34\gamma + 7} G$
6	$\gamma \geq 8.158$	$\frac{1}{8} \left( \frac{18\gamma^2 + 90\gamma + 26}{3\gamma^2 + 44\gamma + 19} \right) Ga$	$\frac{1}{8} \left( \frac{4\gamma^2 + 141\gamma + 91}{3\gamma^2 + 44\gamma + 19} \right) G$

かやうな略算法も、1 輪重を支持する枕木の数を十分大にとれば、比較的實際に近い結果を與へるであらう。故に我國有鐵道に於ては、1 輪重の前後各 10 挺の枕木を考慮する計算法を採用して居る。但しこの場合負の反力は最早無視する譯に行かない。

第 57 圖に示すやうに 1 輪重  $G$  が其前後各 10 挺の枕木によつて支持せられて居るものとすれば、各枕木に於ける沈下と反力との關係は前と同様に

$$P_1=Dy_1, P_2=Dy_2, \dots, P_{10}=Dy_{10} \dots\dots\dots(84)$$



第 57 圖

然るに  $2(P_1+P_2+\dots+P_{10})=G$  であるから

$$2(y_{10}+y_9+\dots+y_1)=\frac{G}{D} \dots\dots\dots(85)$$

次に両端の枕木に於ける曲げモーメントを  $M_{10}=0$  と假定すれば、各支點の曲げモーメントは

$$\left. \begin{aligned} M_9 &= \alpha Dy_{10} \\ M_8 &= (2y_{10} + y_9) \alpha D \\ \dots\dots\dots \\ M_1 &= (9y_{10} + 8y_9 + 7y_8 + \dots + 2y_5 + y_2) \alpha D \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(86)$$

次に 3 連モーメントの方程式は

$$\left. \begin{aligned} 4M_9 + M_8 &= -Ba(y_{10} - 2y_9 + y_8) \\ M_9 + 4M_8 + M_7 &= -Ba(y_9 - 2y_8 + y_7) \\ \dots\dots\dots \\ M_3 + 4M_2 + M_1 &= -Ba(y_3 - 2y_2 + y_1) \\ M_2 + 5M_1 &= -Ba(y_2 - y_1) - \frac{3}{8}Ga \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(87)$$

(85), (86), (87)式は總數 19 の方程式で、 $M_1, M_2, \dots, M_9$  及び  $y_1, y_2, \dots, y_{10}$  の 19 箇の未知數を含んで居る。故に之を解けば各支點に於ける曲げモーメント及び沈下を知ることが出來、従つて(84)式から各枕木の軌條壓力を求むることが出来る。その結果は上述の略算法に於けると同様  $P_n, M_n$  と  $\gamma$  の函數で表はされる。今

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= F_1^I G, & M_1 &= F_1^{II} Ga \\ P_2 &= F_2^I G, & M_2 &= F_2^{II} Ga \\ \dots\dots\dots \\ P_{10} &= F_{10}^I G, & M_9 &= F_9^{II} Ga \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(88)$$

と置けば、輪重直下に於て起る最大曲げモーメント  $M_0$  は

$$\begin{aligned} M_0 &= (9.5y_{10} + 8.5y_9 + \dots + 2.5y_3 + 1.5y_2 + 0.5y_1) Da \\ &= F_0^{II} Ga \dots\dots\dots(89) \end{aligned}$$

となる。 $F_1^I, F_2^I, \dots, F_{10}^I, F_1^{II}, \dots$  等は何れも  $\gamma$  のみに關係ある係數で、その値は第 13 表の通りである。

以上は輪重が枕木間隔の中央にある場合であるが、若し輪重が枕木直上にあつてその前後各 10 挺の枕木によつて支持される場合には (第 58 圖参照)、前の(84)式及び(86)式はそのまゝ成立し、(85)式の代りに次の式が成立する。

$$2y_{10} + 2y_9 + \dots + 2y_2 + y_1 = \frac{G}{D} \dots\dots\dots(90)$$



第 58 圖

又 3 連モーメントの方程式は、この場合、次の如く書きかへられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{10} + 4M_9 + M_8 &= -Ba(y_{10} - 2y_9 + y_8) \\ \dots\dots\dots \\ M_3 + 4M_2 + M_1 &= -Ba(y_3 - 2y_2 + y_1) \\ M_2 + 2M_1 &= -Ba(y_2 - y_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(91)$$

これ等の方程式を解けば、前と同様に  $P_n, M_n$  は  $\gamma$  の函數を係數とする式を以て表はされる。即ち

第 13 表 の 1

$\gamma$	$F_1^I$	$F_2^I$	$F_3^I$	$F_4^I$	$F_5^I$	$F_6^I$	$F_7^I$	$F_8^I$	$F_9^I$	$F_{10}^I$
0	0.600481	-0.127405	0.084138	-0.009147	0.002451	-0.000657	0.000176	-0.000047	0.000012	-0.000002
0.1	0.560727	-0.067553	-0.004929	0.001913	-0.000140	0.000024	0.000006	-0.000000	0.000000	0.000000
0.5	0.485651	0.048962	-0.028846	-0.007513	0.001086	0.000697	0.000016	-0.000049	0.000008	0.000004
1	0.441099	0.096411	-0.019870	-0.016521	-0.002727	0.001007	0.000599	0.000066	-0.000048	-0.000016
2	0.398468	0.134191	0.002004	-0.019973	-0.009741	-0.001484	0.000824	0.000633	0.000172	-0.000094
3	0.365572	0.150174	0.018368	-0.017404	-0.013445	-0.004497	0.000070	0.000821	0.000485	-0.000074
4	0.346023	0.158639	0.080570	-0.013372	-0.015077	-0.006982	0.001364	0.000597	0.000679	0.000237
5	0.331133	0.163708	0.089966	-0.009100	-0.015525	-0.008874	0.002720	0.000113	0.000732	0.000547
6	0.319186	0.168827	0.047483	-0.004969	-0.015284	-0.010269	-0.004004	-0.000507	0.000670	0.000867
7	0.309260	0.168809	0.053604	-0.001098	-0.014632	-0.011274	0.005167	-0.001187	0.000523	0.001162
8	0.300803	0.170065	0.058702	0.002486	-0.013734	-0.011974	0.006195	-0.001880	0.000315	0.001412
9	0.293458	0.170834	0.063017	0.005792	-0.012689	-0.012433	0.007091	-0.002559	0.000066	0.001610
10	0.286981	0.171267	0.066716	0.008339	-0.011558	-0.012716	0.007865	-0.003208	0.000211	0.001755
11	0.281204	0.171458	0.069923	0.011650	-0.010383	-0.012847	0.008527	-0.003820	0.000506	0.001847
12	0.275996	0.171476	0.072729	0.014250	-0.009189	-0.012861	0.009090	-0.004391	0.000811	0.001891
13	0.271264	0.171564	0.075204	0.016660	-0.007994	-0.012781	0.009564	-0.004927	0.001122	0.001889
14	0.266932	0.171156	0.077402	0.018900	-0.006808	-0.012626	0.009959	-0.005407	0.001436	0.001846
15	0.262943	0.170875	0.079365	0.021988	-0.005640	-0.012410	0.010285	-0.005855	0.001748	0.001767
16	0.259251	0.170539	0.081129	0.022937	-0.004493	-0.012146	0.010550	-0.006265	0.002059	0.001656
17	0.255616	0.170161	0.082721	0.024763	-0.003372	-0.011839	0.010780	-0.006640	0.002365	0.001515
18	0.252608	0.169752	0.084163	0.026477	-0.002377	-0.011501	0.010923	-0.006983	0.002666	0.001350
19	0.249600	0.169319	0.085476	0.028089	-0.001210	-0.011136	0.011043	-0.007295	0.002961	0.001161
20	0.246772	0.168868	0.086674	0.029678	-0.000171	-0.010750	0.011125	-0.007579	0.003251	0.000954

第 13 表 の 2

$\gamma$	$F_0^{II}$	$F_1^{II}$	$F_2^{II}$	$F_3^{II}$	$F_4^{II}$	$F_5^{II}$	$F_6^{II}$	$F_7^{II}$	$F_8^{II}$	$F_9^{II}$	$R$
0	0.170753	-0.079247	0.021234	-0.005690	0.001625	-0.000408	0.000109	-0.000029	0.000008	-0.000002	0.000000
0.1	0.187684	-0.062316	-0.001590	0.015355	-0.000171	-0.000013	0.000005	-0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.5	0.226286	-0.023718	-0.038067	-0.008454	0.002313	-0.000563	-0.000092	-0.000054	-0.000001	0.000004	0.000000
1	0.264765	0.004765	-0.054136	-0.016627	0.001013	-0.002131	0.000522	-0.000079	-0.000031	-0.000016	0.000001
2	0.291803	0.041803	-0.064729	-0.037070	-0.007408	0.002282	0.002231	0.000696	-0.000016	-0.000094	-0.000003
3	0.317594	0.067594	-0.066834	-0.051088	-0.016973	-0.002263	0.003011	0.001779	0.000477	-0.000004	-0.000025
4	0.338052	0.088052	-0.065925	-0.061213	-0.025930	-0.004020	0.002814	0.002666	0.001163	0.000237	-0.000033
5	0.355165	0.105165	-0.063703	-0.068861	-0.034035	-0.008303	0.001893	0.003220	0.001827	0.000547	-0.000026
6	0.369995	0.119995	-0.060819	-0.074806	-0.041309	-0.012782	0.000461	0.003435	0.002405	0.000868	0.000006
7	0.383150	0.133150	-0.057590	-0.079520	-0.047846	-0.017270	-0.001327	0.003343	0.002846	0.001162	0.000055
8	0.395018	0.145018	-0.054179	-0.083312	-0.053742	-0.021685	-0.003363	0.002985	0.003139	0.001412	0.000122
9	0.405800	0.155800	-0.050683	-0.086391	-0.059082	-0.025932	-0.005570	0.002404	0.003257	0.001610	0.000206
10	0.415866	0.165866	-0.047154	-0.088906	-0.063942	-0.030139	-0.007894	0.001635	0.003299	0.001755	0.000298
11	0.425167	0.175167	-0.043629	-0.090967	-0.068332	-0.034147	-0.010295	0.000711	0.003189	0.001847	0.000401
12	0.433876	0.183876	-0.040128	-0.092656	-0.072455	-0.038004	-0.012742	-0.000341	0.002970	0.001891	0.000509
13	0.442072	0.192072	-0.036664	-0.094036	-0.076204	-0.041712	-0.015214	-0.001497	0.002656	0.001889	0.000621
14	0.449823	0.199823	-0.033245	-0.095157	-0.079667	-0.045276	-0.017694	-0.002739	0.002257	0.001847	0.000735
15	0.457181	0.207181	-0.029876	-0.096057	-0.082874	-0.048702	-0.020171	-0.004049	0.001786	0.001767	0.000849
16	0.464189	0.214189	-0.026560	-0.096771	-0.085832	-0.051996	-0.022633	-0.005415	0.001253	0.001656	0.000963
17	0.470895	0.220895	-0.023299	-0.097322	-0.088624	-0.055163	-0.025074	-0.006824	0.000666	0.001515	0.001074
18	0.477299	0.227299	-0.020093	-0.097734	-0.091211	-0.058211	-0.027388	-0.008266	0.000033	0.001349	0.001182
19	0.483458	0.233458	-0.016942	-0.098023	-0.093628	-0.061145	-0.029871	-0.009733	-0.000639	0.001161	0.001286
20	0.489334	0.239334	-0.013845	-0.098205	-0.095832	-0.063971	-0.032220	-0.011219	-0.001343	0.000954	0.001386

第 14 表 の 1

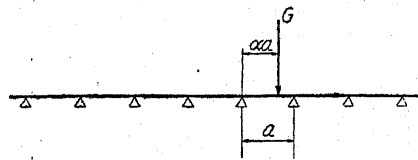
$\gamma$	$f_1^1$	$f_2^1$	$f_3^1$	$f_4^1$	$f_5^1$	$f_6^1$	$f_7^1$	$f_8^1$	$f_9^1$	$f_{10}^1$
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.842462	0.109369	0	0.001843	0.000487	0.000104	0.000003	0.000002	0.000000	0.000000
0.5	0.685866	0.217072	-0.016918	-0.018182	-0.001241	0.001160	0.000249	-0.000051	-0.000026	0.000004
1	0.544432	0.245024	0.12962	-0.023112	-0.008301	0.000075	0.000936	0.000270	-0.000023	-0.000042
2	0.461800	0.2566017	0.048857	-0.016849	-0.015570	0.004722	0.000207	0.000855	0.000377	-0.000072
3	0.418438	0.255470	0.069157	-0.007774	-0.017363	0.006548	-0.001674	0.000653	0.000696	0.000169
4	0.389902	0.152517	0.082281	0.000552	-0.016863	0.011062	0.003650	-0.000044	0.000765	0.000553
5	0.369030	0.248994	0.091478	0.007775	-0.015360	0.012615	0.005420	-0.000959	0.000636	0.000956
6	0.352764	0.245430	0.098273	0.014004	-0.013415	0.013504	0.006922	0.001935	0.000375	0.001312
7	0.339548	0.241999	0.103480	0.019404	-0.011293	0.013932	0.008162	0.002894	0.000033	0.001591
8	0.328436	0.233753	0.107582	0.024123	-0.009127	0.014035	0.009171	0.003796	0.000358	0.001786
9	0.319024	0.235703	0.110880	0.028279	-0.006985	0.013908	0.009980	0.004626	0.000774	0.001899
10	0.310784	0.232842	0.113574	0.031968	-0.004901	0.013612	0.010619	0.005378	0.001201	0.001935
11	0.303510	0.230156	0.115805	0.035266	-0.002893	0.013194	0.011113	0.006754	0.001631	0.001903
12	0.297014	0.227630	0.117671	0.038234	-0.000967	0.012687	0.011485	0.006657	0.002356	0.001810
13	0.291160	0.225250	0.119246	0.040919	0.000874	0.012114	0.011794	0.007193	0.002474	0.001666
14	0.285840	0.223003	0.120584	0.043361	0.000233	0.011483	0.011935	0.007667	0.002882	0.001476
15	0.280974	0.220876	0.121727	0.045593	0.004311	-0.010837	0.012042	0.008036	0.003278	0.001249
16	0.276496	0.218859	0.122709	0.047641	0.005915	-0.010158	0.012386	0.008454	0.003662	0.000988
17	0.272352	0.216941	0.123555	0.049527	0.007446	-0.009462	0.012075	0.008776	0.004033	0.000701
18	0.268502	0.215116	0.124287	0.051271	0.008909	-0.008756	0.012019	0.009058	0.004391	0.000390
19	0.264908	0.213373	0.124920	0.052889	0.010309	-0.008044	0.011923	0.009303	0.004736	0.000061
20	0.261542	0.211709	0.125470	0.054393	0.011649	-0.007331	0.011793	0.009515	0.005069	0.000284

第 14 表 の 2

$\gamma$	$f_1^I$	$f_2^I$	$f_3^I$	$f_4^I$	$f_5^I$	$f_6^I$	$f_7^I$	$f_8^I$	$f_9^I$	$R'$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.050693	0.028077	0.002524	0.000293	-0.000094	0.000006	-0.000001	-0.000000	0.000000	0.000000
0.5	0.130488	-0.051579	-0.016574	0.001513	0.001418	0.000083	0.000092	-0.000019	0.000004	0.000000
1	0.175729	-0.052060	-0.034825	-0.004629	0.002456	0.001240	0.000098	-0.000107	0.000042	0.000000
2	0.226889	-0.042211	-0.055294	-0.019520	-0.000595	0.002760	0.001393	0.000233	-0.000072	-0.000015
3	0.259886	-0.030901	-0.066217	-0.032376	-0.006398	0.002396	0.002552	0.001034	0.000169	0.000031
4	0.284863	-0.020186	-0.072718	-0.042968	-0.012667	0.000770	0.008146	0.001872	0.000553	0.000025
5	0.305220	-0.010265	-0.076757	-0.051769	-0.019007	0.001605	0.003181	0.002548	0.000956	0.000011
6	0.322538	-0.001080	-0.079268	-0.059183	-0.025094	0.004421	0.002750	0.002998	0.001312	0.000076
7	0.337690	0.007464	-0.080763	-0.065510	-0.030852	0.007488	0.001945	0.003215	0.001591	0.000163
8	0.351217	0.015460	-0.081545	-0.070967	-0.036266	0.010692	0.000847	0.003215	0.001786	0.000269
9	0.363459	0.022971	-0.081814	-0.075720	-0.041346	0.013958	0.000477	0.003024	0.001899	0.000389
10	0.374677	0.030066	-0.081698	-0.079890	-0.046114	0.017238	-0.001975	0.002669	0.001935	0.000516
11	0.385046	0.036801	-0.081269	-0.083573	-0.050591	-0.020502	-0.003607	0.002175	0.001903	0.000649
12	0.394702	0.043209	-0.080654	-0.086845	-0.054802	-0.023727	-0.005339	0.001564	0.001810	0.000782
13	0.403749	0.049329	-0.079841	-0.089765	-0.058769	-0.026900	-0.007144	0.000857	0.001636	0.000915
14	0.412269	0.055189	-0.078838	-0.092381	-0.062512	-0.030011	-0.009302	0.000071	0.001476	0.001045
15	0.420327	0.060814	-0.077823	-0.094732	-0.066749	-0.033034	-0.010896	-0.000781	0.001249	0.001169
16	0.427978	0.066226	-0.076668	-0.096853	-0.069395	-0.036725	-0.012812	0.001685	0.000988	0.001288
17	0.435266	0.071442	-0.075441	-0.098768	-0.072668	-0.038923	-0.014739	0.002631	0.000701	0.001399
18	0.442267	0.076478	-0.074156	-0.100503	-0.075579	-0.041746	-0.016668	0.003610	0.000390	0.001503
19	0.448896	0.081350	-0.072823	-0.102076	-0.078439	-0.044494	-0.018593	0.004614	0.000061	0.001598
20	0.455297	0.086067	-0.071463	-0.103503	-0.081160	-0.047107	-0.020506	0.005638	-0.000284	0.001684

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= f_1^I G, & M_1 &= f_1^{II} G a, \\ P_2 &= f_2^I G, & M_2 &= f_2^{II} G a, \\ \dots\dots\dots, & \dots\dots\dots, & & \\ P_{10} &= f_{10}^I G, & M_{10} &= f_{10}^{II} G. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (92)$$

係数  $f_1^I, f_2^I, \dots, f_{10}^I$  及び  $f_1^{II}, f_2^{II}, \dots, f_{10}^{II}$  の値は第 14 表の通りである。



第 59 圖

次に第 59 圖の如く輪重が枕木の間任意の位置 (左の枕木から  $\alpha a$  の位置) にある場合、各支點に於ける反力及び曲げモーメントを

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \phi_1^I G, & M_0 &= \phi_0^{II} G a, \\ P_2 &= \phi_2^I G, & M_1 &= \phi_1^{II} G a, \\ \dots\dots\dots, & \dots\dots\dots, & & \\ P_{10} &= \phi_{10}^I G, & M_{10} &= \phi_{10}^{II} G a. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (93)$$

と置けば、 $\phi_n^I$  及び  $\phi_n^{II}$  は

$\alpha < \frac{1}{2}a$  に對しては

$$\left. \begin{aligned} \phi_n^I &= f_n^I - 2\alpha \{ f_n^I - F_n^I \} \\ \phi_n^{II} &= f_n^{II} - 2\alpha \{ f_n^{II} - F_n^{II} \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (94)$$

$\alpha > \frac{1}{2}a$  に對しては

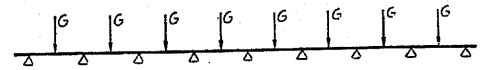
$$\left. \begin{aligned} \phi_n^I &= f_{n+1}^I - 2(1-\alpha) \{ f_{n+1}^I - F_n^I \} \\ \phi_n^{II} &= f_{n+1}^{II} - 2(1-\alpha) \{ f_{n+1}^{II} - F_n^{II} \} \end{aligned} \right\}$$

とすることが出来る。

以上の計算に於ては、最初兩端の支點 (枕木) の上に於ける軌條の曲げモ

ーメントを  $M_{10}=0$  と假定したのであるが、この計算法の誤差を成るべく少くするための一便法として、 $M_{10}$  に或る値を與へることも出来る。即ち軌條の曲げモーメントが明かに分つて居る既知の場合に、この計算法を適用して算出した曲げモーメントの値と既知の値とを比較し、その兩者が一致するやうに  $M_{10}$  の値を定めるのである。

例へば輪重が枕木の間にあつて軌條の曲げモーメントが明かに分つて居る場合は第 60 圖に示す如く同じ輪重が各支點の中央にある場合で、この場合の軌條は恰も枕木間隔を支間とする兩端固定桁と同様であつて、各支點上の曲



第 60 圖

げモーメントは明かに  $-\frac{Ga}{8}$  でなければならない。

第 60 圖の 1 支點を A とし、A 斷面に於ける曲げモーメントを上述の計算法によつて算出すれば次の通りである。

支點 A の兩側の輪重から起る曲げモーメント	$2M_1$
その次の兩側の輪重から起る曲げモーメント	$2M_2$
.....	.....
A の兩側 9 番目の輪重から起る曲げモーメント	$2M_9$

故に全輪重から受ける A の曲げモーメントは  $2(M_1 + M_2 + \dots + M_9)$  である。之は  $M_{10}=0$  と置いた場合であるが、若し  $M_{10} \neq 0$  として A に於ける曲げモーメントを求めれば

$$2(M_1 + M_2 + \dots + M_9 + M_{10}) = -\frac{Ga}{8}$$

でなければならない。而して

$$M_1 = a(9P_{10} + 8P_9 + \dots + 2P_3 + P_2) + M_{10}$$



$$\left. \begin{aligned} M_2 &= a(8P_{10} + 7P_9 + \dots + 2P_4 + P_3) + M_{10} \\ \dots\dots\dots \\ M_9 &= aP_{10} + M_{10} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (95)$$

となるから、之を上式に入れて  $M_{10}$  を求むれば

$$M_{10} = -\frac{Ga}{160} - \frac{2a}{20} (45P_{10} + 36P_9 + 28P_8 + 21P_7 + 15P_6 + 10P_5 + 6P_4 + 3P_3 + P_2)$$

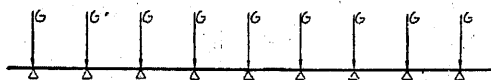
この式に於て  $P_n = F_n^I G$  ((88)式参照) であるから

$$M_{10} = R Ga$$

と置くことが出来る。但し  $R$  は  $\gamma$  のみを含む係数である。之を用ひて前に求めた曲げモーメント(88)式及び(89)式に修正を施せば

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= (F_0^{II} + R) Ga \\ M_1 &= (F_1^{II} + R) Ga \\ \dots\dots\dots \\ M_9 &= (F_9^{II} + R) Ga \\ M_{10} &= F_{10}^{II} Ga = R Ga \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (96)$$

又輪重が枕木上にあつて軌條の曲げモーメントが明かに分つて居る場合は



第 61 圖

第 61 圖に示す如く各枕木上に輪重がある場合である。即ちこの場合には

軌條は少しも曲げモーメントを受けない。然るに上述の計算法によつて算出した 1 支點  $A$  に於ける曲げモーメントは  $M_1 + 2(M_2 + M_3 + \dots + M_9)$  で、之に  $M_{10} \neq 0$  として修正を加ふれば

$$M_1 + 2(M_2 + M_3 + \dots + M_9 + M_{10}) = 0$$

でなければならない。之に(95)式を代入して  $M_{10}$  を求むれば

$$M_{10} = -\frac{a}{19} (81P_{10} + 64P_9 + 49P_8 + 36P_7 + 25P_6 + 16P_5 + 9P_4 + 4P_3 + P_2) = R' Ga$$

$R'$  は  $\gamma$  のみを含む係数である。之を用ひて前に求めた(92)式に修正を施せば

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= (f_1^{II} + R') Ga \\ M_2 &= (f_2^{II} + R') Ga \\ \dots\dots\dots \\ M_9 &= (f_9^{II} + R') Ga \\ M_{10} &= f_{10}^{II} Ga = R' Ga \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (97)$$

$R$  及び  $R'$  の値は第 13 表及び第 14 表の最後の欄に示す通りである。

以上の修正は各支點の反力についても施されなければならないが、その影響は曲げモーメントの場合ほど大でないから、こゝには省略する(詳細は鐵道大臣官房研究所発行の業務研究資料第 19 卷第 33 號参照)。

### 33 軌條應力計算法第二

上述の軌條應力計算法に於ては、枕木を簡々獨立した彈性支點とし、軌條をその上に支へられた連続桁としたのであるが、アメリカの土木學會及び鐵道技術協會に於て採用して居る計算法に於ては、枕木道床路盤を一括して一つの連続せる彈性支承體と假定して居る。この假定は輪重の影響の及ぶ範圍が枕木間隔に比し相當大なる場合、即ち枕木の配置が比較的密で且つ大なる軌條が使用せらるゝ線路に於ては、實際上差支ないものである。

かやうに枕木道床路盤を一括して連続せる彈性支承體と考ふれば、軌條はその彈性支承體に支持さるゝ桁であつて、その計算は彈性基礎上にある枕木

の計算と全く同様である。ただ軌條の沈下  $y$  (cm) に對し彈性支承體の興ふる反力  $p$  (kg/cm) が異なるのみである。即ちこの場合には

$$p = K_s y \dots\dots\dots (98)$$

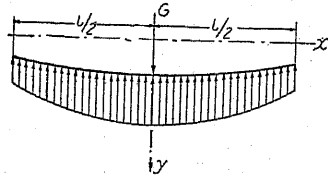
と假定される。こゝに  $K_s$  は彈性支承體の強さを表はす係數で之を彈性支承體の彈性係數といふ。その單位は  $\text{kg/cm}^2$  である。

而して

$$\left. \begin{aligned} L_s &= \sqrt{\frac{4E_s J_s}{K_s}} \\ \xi &= \frac{x}{L_s} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (99)$$

と置けば、前の第 24 節に於けると全く同様に次の式が成立つ((44)式参照)

$$y = \frac{1}{2} [(A_1 e^\xi + A_2 e^{-\xi}) \cos \xi + (A_3 e^\xi + A_4 e^{-\xi}) \sin \xi] \dots (100)$$



第 62 圖

今假りに軌條の全長を  $l$  とし、その中央に輪重  $G$  がある場合を考へる(第 62 圖参照)。且つ

$$l = \lambda L_s \dots\dots\dots (101)$$

と置けば、(100)式中の積分常數を定むべき條件は

(i)  $\xi=0$  に於て  $\frac{dy}{d\xi} = 0$ , 故に  $A_1 - A_2 + A_3 + A_4 = 0$

(ii)  $\xi = \frac{\lambda}{2}$  に於て  $\frac{d^2 y}{d\xi^2} = 0$ , 故に  $(A_1 e^{\frac{\lambda}{2}} - A_2 e^{-\frac{\lambda}{2}}) \sin \frac{\lambda}{2} - (A_3 e^{\frac{\lambda}{2}} - A_4 e^{-\frac{\lambda}{2}}) \cos \frac{\lambda}{2} = 0$ ,

(iii)  $\xi = \frac{\lambda}{2}$  に於て  $\frac{d^2 y}{d\xi^2} = 0$ , 故に  $A_1 e^{\frac{\lambda}{2}} (\cos \frac{\lambda}{2} + \sin \frac{\lambda}{2})$

$$-A_2 e^{-\frac{\lambda}{2}} (\cos \frac{\lambda}{2} - \sin \frac{\lambda}{2}) - A_3 e^{\frac{\lambda}{2}} (\cos \frac{\lambda}{2} - \sin \frac{\lambda}{2})$$

$$-A_4 e^{-\frac{\lambda}{2}} (\cos \frac{\lambda}{2} + \sin \frac{\lambda}{2}) = 0,$$

(iv)  $G = 2 \int_0^{l/2} p dx = 2 K_s L_s \int_0^{\lambda/2} y l d\xi$ , 故に  $A_1 - A_2 - A_3 - A_4 = \frac{-2G}{K_s L_s}$

これ等の條件方程式を解いて次の結果が得られる。

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{G}{2K_s L_s} V_1, & A_2 &= \frac{G}{2K_s L_s} (2 + V_1), \\ A_3 &= \frac{G}{2K_s L_s} V_2, & A_4 &= \frac{G}{2K_s L_s} (2 - V_2). \end{aligned} \right\} \dots\dots (102)$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{2 + \cos \lambda - \sin \lambda + e^{-\lambda}}{\sinh \lambda + \sin \lambda}, \\ V_2 &= \frac{\cos \lambda + \sin \lambda - e^{-\lambda}}{\sinh \lambda + \sin \lambda}. \end{aligned} \right\}$$

但し

而して簡單のために

$$\eta = e^{-\xi} (\cos \xi + \sin \xi),$$

$$\mu = e^{-\xi} (\cos \xi - \sin \xi)$$

$$\mu' = e^{-\xi} \cos \xi$$

と置けば、次の結果となる。

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{G}{2K_s L_s} \{ \eta + V_1 \cosh \xi \cos \xi + V_2 \sinh \xi \sin \xi \} \\ p &= \frac{G}{2L_s} \{ \eta + V_1 \cosh \xi \cos \xi + V_2 \sinh \xi \sin \xi \} \\ M &= \frac{G L_s}{4} \{ \mu - V_2 \cosh \xi \cos \xi + V_1 \sinh \xi \sin \xi \} \\ Q &= \frac{G}{4} \{ -2\mu' + (V_1 - V_2) \sinh \xi \cos \xi \\ &\quad + (V_1 + V_2) \cosh \xi \sin \xi \} \end{aligned} \right\} \dots (103)$$

若し軌條を無限に長いものと考えれば

$$l = \infty \text{ 従つて } \lambda = \infty$$

故に(102)式中

$$V_1=0, \quad V_2=0$$

となり, (103)式は次の如く簡単となる。

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{G\eta}{2K_s L_s} \\ p &= \frac{G\eta}{2L_s} \\ M &= \frac{GL_s}{4} \mu \\ Q &= -\frac{G}{2} \mu' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (104)$$

而して輪重の直下  $\xi=0$  に於ては  $\eta=1, \mu=1, \mu'=1$  であるから。

$$\left. \begin{aligned} y_0 = y_{\xi=0} &= \frac{G}{2K_s L_s} \\ p_0 = p_{\xi=0} &= \frac{G}{2L_s} \\ M_0 = M_{\xi=0} &= \frac{GL_s}{4} \\ Q_0 = Q_{\xi=0} &= -\frac{G}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (105)$$

軌條の最大曲げモーメントは(105)式の  $M_0$  で與へられ、枕木に加はる最大軌條壓力  $P_0$  は

$$P_0 = p_0 a = \frac{Ga}{2L_s} \dots\dots\dots (106)$$

で與へられる。

(104)式から分る通り  $\eta, \mu, \mu'$  は無限に長い軌條の上に輪重がある場合、輪重から任意の距離に於ける軌條の沈下並に軌條の受ける曲げモーメント及び剪斷力を與ふるに必要な數値である。今その値を示せば第 15 表の通りである。

第 15 表 の 1

$\xi$	$\eta$	$\mu$	$\mu'$	$\xi$	$\eta$	$\mu$	$\mu'$
0	1	1	1	0.50	0.8230670	0.2414944	0.5322807
0.01	0.9999007	0.9801000	0.9900003	0.51	0.8172275	0.2309309	0.5240792
0.02	0.9998053	0.9604000	0.9800026	0.52	0.8113418	0.2205309	0.5159383
0.03	0.9991179	0.9408999	0.9700089	0.53	0.8054120	0.2102931	0.5078525
0.04	0.9984422	0.9215996	0.9600209	0.54	0.7994401	0.2002164	0.4998282
0.05	0.9975823	0.9024990	0.9500406	0.55	0.7934282	0.1902996	0.4918639
0.06	0.9967581	0.8837901	0.9402695	0.56	0.7873782	0.1805414	0.4839598
0.07	0.9953247	0.8648961	0.9301104	0.57	0.7812921	0.1709408	0.4761164
0.08	0.9939345	0.8463934	0.9201639	0.58	0.7751718	0.1614964	0.4683341
0.09	0.9923751	0.8280895	0.9102323	0.59	0.7690192	0.1522070	0.4606131
0.10	0.9906500	0.8099840	0.9003170	0.60	0.7628361	0.1430714	0.4529538
0.11	0.9887630	0.7920767	0.8904198	0.61	0.7566245	0.1340884	0.4453565
0.12	0.9867175	0.7743671	0.8805423	0.62	0.7503860	0.1252568	0.4378214
0.13	0.9845171	0.7568548	0.8706860	0.63	0.7441225	0.1165752	0.4303488
0.14	0.9821654	0.7395395	0.8608524	0.64	0.7378356	0.1080424	0.4229390
0.15	0.9796657	0.7224206	0.8510432	0.65	0.7315272	0.0996672	0.4155922
0.16	0.9770216	0.7054976	0.8412596	0.66	0.7251988	0.0914183	0.4083085
0.17	0.9742364	0.6887700	0.8315032	0.67	0.7188521	0.0833244	0.4010883
0.18	0.9713134	0.6722373	0.8217753	0.68	0.7124888	0.0753743	0.3939316
0.19	0.9682660	0.6558988	0.8120774	0.69	0.7061104	0.0675667	0.3868385
0.20	0.9650673	0.6397540	0.8024106	0.70	0.6997184	0.0599004	0.3798094
0.21	0.9617508	0.6238021	0.7927765	0.71	0.6933145	0.0523739	0.3728442
0.22	0.9583094	0.6080427	0.7831780	0.72	0.6869001	0.0449862	0.3659431
0.23	0.9547465	0.5924749	0.7736107	0.73	0.6804767	0.0377358	0.3591062
0.24	0.9510650	0.5770980	0.7640815	0.74	0.6740458	0.0306215	0.3523336
0.25	0.9472682	0.5619114	0.7545898	0.75	0.6676087	0.0236420	0.3456253
0.26	0.9433589	0.5469142	0.7451365	0.76	0.6611669	0.0167960	0.3389815
0.27	0.9393402	0.5321056	0.7357229	0.77	0.6547217	0.0100823	0.3324020
0.28	0.9352152	0.5174850	0.7263501	0.78	0.6482746	0.0034995	0.3258870
0.29	0.9309866	0.5030513	0.7170190	$\pi/4$	0.6418267	0	0.3223969
				0.79	0.6418267	-0.0029536	0.3194365
0.30	0.9266574	0.4888039	0.7077307	0.80	0.6353794	-0.0092784	0.3130505
0.31	0.9222305	0.4747418	0.6984862	0.81	0.6289339	-0.0154761	0.3067289
0.32	0.9177086	0.4608642	0.6899760	0.82	0.6224916	-0.0215480	0.3004718
0.33	0.9130945	0.4471701	0.6801323	0.83	0.6160535	-0.0274954	0.2942791
0.34	0.9083910	0.4336586	0.6710248	0.84	0.6096210	-0.0333195	0.2881507
0.35	0.9036008	0.4203288	0.6619648	0.85	0.6031951	-0.0390218	0.2820867
0.36	0.8987265	0.4071797	0.6529531	0.86	0.5967770	-0.0446934	0.2760868
0.37	0.8937707	0.3942103	0.6439905	0.87	0.5903679	-0.0503657	0.2701511
0.38	0.8887361	0.3814197	0.6350779	0.88	0.5839687	-0.0559499	0.2642794
0.39	0.8836252	0.3688069	0.6262160	0.89	0.5775807	-0.0609373	0.2584717
0.40	0.8784406	0.3563707	0.6174056	0.90	0.5712047	-0.0657492	0.2527278
0.41	0.8731846	0.3441103	0.6086475	0.91	0.5648463	-0.0704699	0.2468818
0.42	0.8678599	0.3320245	0.5999422	0.92	0.5584933	-0.0750315	0.2414309
0.43	0.8624687	0.3201122	0.5912905	0.93	0.5521597	-0.0804045	0.2357876
0.44	0.8570136	0.3083725	0.5826930	0.94	0.5458423	-0.0855071	0.2300376
0.45	0.8514967	0.2968042	0.5741504	0.95	0.5395419	-0.0899204	0.2249607
0.46	0.8459205	0.2854061	0.5656633	0.96	0.5332593	-0.0940659	0.2195967
0.47	0.8402872	0.2741772	0.5572322	0.97	0.5269956	-0.0980407	0.2142955
0.48	0.8345990	0.2631164	0.5488577	0.98	0.5207516	-0.1020331	0.2090567
0.49	0.8288582	0.2522226	0.5405404	0.99	0.5145281	-0.1067674	0.2038804











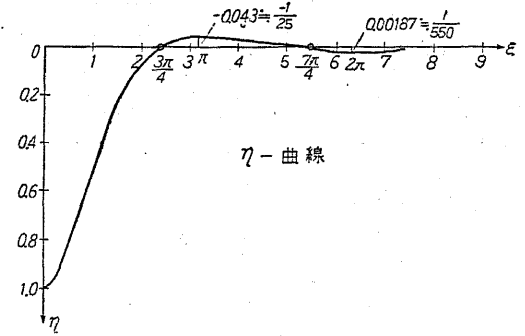
第 15 表 の 10

$\xi$	$\eta$	$\mu$	$\mu'$	$\xi$	$\eta$	$\mu$	$\mu'$
9.00	-0.0000616	-0.0001633	-0.0001124	9.50	-0.0000803	-0.0000690	-0.0000746
9.01	-0.0000626	-0.0001611	-0.0001118	9.51	-0.0000801	-0.0000675	-0.0000738
9.02	-0.0000636	-0.0001588	-0.0001112	9.52	-0.0000800	-0.0000661	-0.0000730
9.03	-0.0000645	-0.0001566	-0.0001106	9.53	-0.0000799	-0.0000646	-0.0000722
9.04	-0.0000654	-0.0001544	-0.0001099	9.54	-0.0000797	-0.0000632	-0.0000714
9.05	-0.0000663	-0.0001522	-0.0001092	9.55	-0.0000795	-0.0000618	-0.0000706
9.06	-0.0000671	-0.0001500	-0.0001086	9.56	-0.0000794	-0.0000603	-0.0000698
9.07	-0.0000679	-0.0001479	-0.0001079	9.57	-0.0000792	-0.0000590	-0.0000691
9.08	-0.0000687	-0.0001457	-0.0001072	9.58	-0.0000789	-0.0000576	-0.0000683
9.09	-0.0000695	-0.0001436	-0.0001065	9.59	-0.0000787	-0.0000562	-0.0000675
9.10	-0.0000702	-0.0001415	-0.0001058	9.60	-0.0000785	-0.0000549	-0.0000667
9.11	-0.0000709	-0.0001394	-0.0001051	9.61	-0.0000783	-0.0000536	-0.0000659
9.12	-0.0000716	-0.0001373	-0.0001044	9.62	-0.0000780	-0.0000522	-0.0000651
9.13	-0.0000722	-0.0001352	-0.0001037	9.63	-0.0000777	-0.0000510	-0.0000643
9.14	-0.0000728	-0.0001331	-0.0001030	9.64	-0.0000775	-0.0000497	-0.0000636
9.15	-0.0000734	-0.0001311	-0.0001022	9.65	-0.0000772	-0.0000484	-0.0000628
9.16	-0.0000740	-0.0001290	-0.0001015	9.66	-0.0000769	-0.0000472	-0.0000620
9.17	-0.0000745	-0.0001270	-0.0001008	9.67	-0.0000766	-0.0000459	-0.0000613
9.18	-0.0000750	-0.0001250	-0.0001000	9.68	-0.0000763	-0.0000447	-0.0000605
9.19	-0.0000755	-0.0001230	-0.0000993	9.69	-0.0000760	-0.0000435	-0.0000597
9.20	-0.0000760	-0.0001210	-0.0000985	9.70	-0.0000756	-0.0000423	-0.0000590
9.21	-0.0000764	-0.0001191	-0.0000977	9.71	-0.0000753	-0.0000412	-0.0000582
9.22	-0.0000768	-0.0001171	-0.0000970	9.72	-0.0000749	-0.0000400	-0.0000575
9.23	-0.0000772	-0.0001152	-0.0000962	9.73	-0.0000746	-0.0000389	-0.0000567
9.24	-0.0000776	-0.0001133	-0.0000954	9.74	-0.0000742	-0.0000377	-0.0000560
9.25	-0.0000779	-0.0001114	-0.0000946	9.75	-0.0000739	-0.0000366	-0.0000552
9.26	-0.0000783	-0.0001095	-0.0000939	9.76	-0.0000735	-0.0000355	-0.0000545
9.27	-0.0000786	-0.0001076	-0.0000931	9.77	-0.0000731	-0.0000344	-0.0000538
9.28	-0.0000788	-0.0001058	-0.0000923	9.78	-0.0000727	-0.0000334	-0.0000530
9.29	-0.0000791	-0.0001039	-0.0000915	9.79	-0.0000723	-0.0000323	-0.0000523
9.30	-0.0000793	-0.0001021	-0.0000907	9.80	-0.0000719	-0.0000313	-0.0000516
9.31	-0.0000796	-0.0001003	-0.0000899	9.81	-0.0000715	-0.0000302	-0.0000509
9.32	-0.0000798	-0.0000985	-0.0000891	9.82	-0.0000711	-0.0000292	-0.0000502
9.33	-0.0000799	-0.0000967	-0.0000883	9.83	-0.0000707	-0.0000282	-0.0000495
9.34	-0.0000801	-0.0000950	-0.0000875	9.84	-0.0000702	-0.0000273	-0.0000488
9.35	-0.0000802	-0.0000932	-0.0000867	9.85	-0.0000698	-0.0000263	-0.0000480
9.36	-0.0000803	-0.0000915	-0.0000859	9.86	-0.0000694	-0.0000253	-0.0000474
9.37	-0.0000804	-0.0000898	-0.0000851	9.87	-0.0000689	-0.0000244	-0.0000467
9.38	-0.0000805	-0.0000881	-0.0000843	9.88	-0.0000685	-0.0000235	-0.0000460
9.39	-0.0000806	-0.0000864	-0.0000835	9.89	-0.0000680	-0.0000226	-0.0000453
9.40	-0.0000807	-0.0000848	-0.0000827	9.90	-0.0000676	-0.0000217	-0.0000446
9.41	-0.0000807	-0.0000831	-0.0000819	9.91	-0.0000671	-0.0000208	-0.0000439
9.42	-0.0000807	-0.0000815	-0.0000811	9.92	-0.0000666	-0.0000199	-0.0000432
9.43	-0.0000807	-0.0000800	-0.0000803	9.93	-0.0000662	-0.0000190	-0.0000426
9.44	-0.0000807	-0.0000783	-0.0000795	9.94	-0.0000657	-0.0000182	-0.0000419
9.45	-0.0000808	-0.0000767	-0.0000787	9.95	-0.0000652	-0.0000174	-0.0000413
9.46	-0.0000808	-0.0000751	-0.0000779	9.96	-0.0000647	-0.0000165	-0.0000406
9.47	-0.0000808	-0.0000736	-0.0000771	9.97	-0.0000643	-0.0000157	-0.0000400
9.48	-0.0000808	-0.0000720	-0.0000762	9.98	-0.0000638	-0.0000149	-0.0000393
9.49	-0.0000804	-0.0000705	-0.0000754	9.99	-0.0000633	-0.0000142	-0.0000387
				10.00	-0.0000628	-0.0000134	-0.0000381

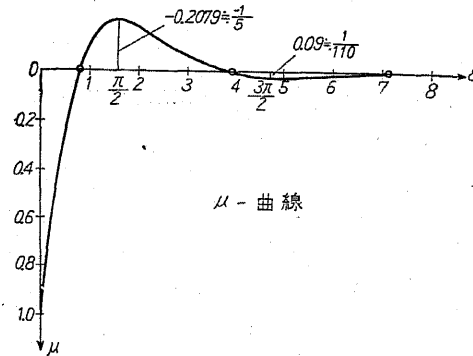
尙第 63 圖及び第 64

圖は  $\eta$  及び  $\mu$  の値を圖示したもので、之により次のことが分る。

(1)  $\xi > 7$  に於ては、 $\eta$  も  $\mu$  も共に極めて小となる。故に實際に於ては輪重の影響は  $\xi=7$  以上には及ばないものと見做しても大差ない。



第 63 圖



第 64 圖

(2)  $\eta$  の正の最大値は輪重の直下にあつて  $\eta=1$  であるが、負の最大値は  $\xi=\pi$  の位置にあつて  $\eta=-0.043$  である。故に軌條の浮上りの最大量は沈下の最大量の約  $1/23$  に相當する。

(3)  $\mu$  の正の最大値は輪重の直下にあつて  $\mu=1$  であるが、負の最大値は  $\mu=-0.2079$  で  $\xi=\pi/2$  の位置にある。故に軌條の負の曲げモーメントは正の曲げモーメントの約  $1/5$  である。

次に軌條支承體の弾性係數  $K_s$  は、枕木間隔が相當に密である場合には、 $D$  との間に次の關係がある。



$$K_s = \frac{D}{a} \dots\dots\dots(107)$$

故に若し枕木間隔の粗密に拘はらず道床撞固めの効果が常に同様であるならば、 $K_s$  の値は枕木間隔の密なるほど大である。

$K_s$  及び  $D$  は實驗的にもその値を決めることが出来る。即ち1輪重  $G$  を線路上に載せ、その前後の枕木の沈下  $y_1, y_2, \dots$  を測定すれば

$$P_1 = D y_1 = a K_s y_1$$

$$P_2 = D y_2 = a K_s y_2$$

.....

故に

$$G = D(y_1 + y_2 + \dots) = a K_s (y_1 + y_2 + \dots)$$

従つて

$$D = \frac{G}{y_1 + y_2 + \dots}, \quad K_s = \frac{G}{a(y_1 + y_2 + \dots)} \dots\dots(108)$$

から  $D, K_s$  を算定することが出来る。

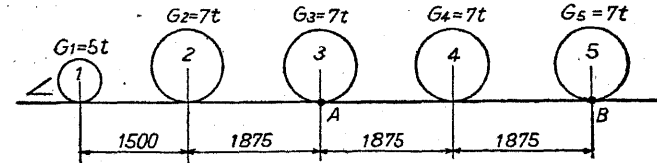
かやうな實驗の結果から定めた  $K_s$  の値は、路盤の強弱、道床の良否により 100~300 kg/cm<sup>2</sup> の範囲にある。

例へば 57 頁の計算例について  $K_s$  の値を求めれば第 16 表の通りである。

第 16 表

	枕木間隔 (cm)	$K_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )		枕木間隔 (cm)	$K_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )
(I)	75	209	(III)	75	143
$D=15640\text{kg/cm}$	70	223	$D=10760\text{kg/cm}$	70	154
( $K=8\text{kg/cm}^3$ )	65	241	(第50圖(B)の場合)	65	166
(II)	75	181	(IV)	75	179
$D=13590\text{kg/cm}$	70	194	$D=13410\text{kg/cm}$	70	192
(第50圖(A)の場合)	65	206	(第50圖(C)の場合)	65	206

〔計算例〕 第65 圖に示す如き5輪重が載つた場合、中央及び後端の輪重下に於ける軌條の曲げモーメント及び軌條應力を求む。但し軌條は 37 kg/m ( $J_s=952\text{ cm}^4, W_s=163\text{ cm}^3$ ) とし、枕木間隔  $a=75\text{ cm}$ 、道床係数  $K=8\text{ kg/cm}^3$  ( $D=15640\text{ kg/cm}$ ) とする。



第 65 圖

先づ軌條應力計算法第二によることゝすれば

$$K_s = \frac{D}{a} = \frac{15640}{75} = 209 \div 210\text{ kg/cm}^2$$

而して  $E_s=2100000\text{ kg/cm}^2$  とすれば

$$L_s = \sqrt[4]{\frac{4 \times 2100000 \times 952}{210}} = 78.56\text{ cm}$$

故に中央の輪重下 A について計算すれば第 17 表の通りである。

第 17 表

	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$	$G_5$	備 考
$G(\text{kg})$	3000	7000	7000	7000	7000	
$x(\text{cm})$	337.5	187.5	0	187.5	375	
$\xi = x/L_s$	4.3	2.4	0	2.4	4.8	
$\eta$	-0.0179	-0.0056	1	-0.0056	-0.0075	第 15 表参照
$\mu$	0.0070	-0.1282	1	-0.1282	0.0089	第 15 表参照
$G\eta$	-53.7	-39.2	7000	-39.2	-52.5	$\Sigma G\eta = 6815.4$
$G\mu$	21.0	-897.4	7000	-897.4	62.3	$\Sigma G\mu = 5288.5$

故に中央輪重下の曲げモーメントは (104) 式により

$$M_A = \frac{L_s}{4} \Sigma G\mu = \frac{78.56}{4} \times 5288.5 = 103900\text{ kgcm}$$

で軌條の曲げ應力  $\sigma_A$  は

$$\sigma_A = \frac{103900}{163} = 640 \text{ kg/cm}^2$$

又中央輪重下 A の沈下は

$$y_A = \frac{\Sigma G \eta}{2K_s L_s} = \frac{6815.4}{2 \times 210 \times 78.56} = 0.207 \text{ cm}$$

従つて

$$p_A = K_s y_A = 210 \times 0.207 = 43.47 \text{ kg/cm}$$

故に中央輪重下の枕木に及ぼす軌條壓力は

$$P_A = a p_A = 75 \times 43.47 = 3260 \text{ kg} = 3.26 \text{ t}$$

従つて枕木の曲げモーメントは 51 頁の計算例に於て得られた結果を用ひて次のやうに計算される。

$$M = 10688 P = 10688 \times 3.26 = 34840 \text{ kgcm}$$

故に枕木應力は (枕木の断面係数は  $\frac{20 \times 14^2}{6} = 653 \text{ cm}^2$ )

$$\sigma = \frac{34840}{653} = 53 \text{ kg/cm}^2$$

となる。

同様の計算を後端の輪重下 B について行へば第 18 表の通りである。

第 18 表

	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$	$G_5$	備 考
$G(\text{kg})$	3000	7000	7000	7000	7000	
$x(\text{cm})$	712.5	562.5	375	187.5	0	
$\xi = x/L_s$	9.1	7.2	4.8	2.4	0	
$\eta$	-0.0001	0.0010	-0.0075	-0.0056	1	第 15 表参照
$\mu$	-0.0001	-0.0001	0.0089	-0.1282	1	第 15 表参照
$G\eta$	-0.3	7	-52.5	-39.2	7000	$\Sigma G\eta = 6915$
$G\mu$	-0.3	-0.7	62.3	-897.4	7000	$\Sigma G\mu = 6165$

故に後端輪重下 B の曲げモーメント及び軌條應力は

$$M_B = \frac{78.56}{4} \times 6165 = 121100 \text{ kgcm}$$

$$\sigma_B = \frac{121100}{163} = 743 \text{ kg/cm}^2$$

又軌條の沈下、道床壓力、軌條壓力等は

$$y_B = \frac{6915}{2 \times 210 \times 78.56} = 0.21 \text{ cm}$$

$$p_B = 210 \times 0.21 = 44.1 \text{ kg/cm}$$

$$P_B = 75 \times 44.1 = 3310 \text{ kg} = 3.31 \text{ t}$$

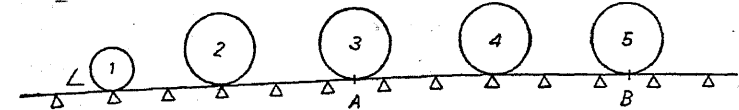
故に枕木應力は

$$M = 10688 \times 3.31 = 35380 \text{ kgcm}$$

$$\sigma = \frac{35380}{653} = 54 \text{ kg/cm}^2$$

以上は軌條應力計算法第二によつたのであるが、比較のために、軌條應力計算法第一を用ふれば次の通りである。

先づ中央及び後端の輪重が枕木間隔の中央にある場合について (第 66 圖参照)。



第 66 圖

中央輪重下 A 點に於ける曲げモーメントに對する各輪重の影響を考ふるに次の通りである。即ち輪重  $G_1, G_2, \dots, G_5$  によつて A 點に生ずる曲げモーメントは夫々

$$G_1: (R' + 4.5f_{10}^I + 3.5f_9^I + 2.5f_8^I + 1.5f_7^I + 0.5f_6^I) G_1 a = m_1 G_1 a$$

$$G_2: (R' + 6.5f_{10}^I + 5.5f_9^I + 4.5f_8^I + 3.5f_7^I + 2.5f_6^I + 1.5f_5^I + 0.5f_4^I) G_2 a = m_2 G_2 a$$

$$G_3: (F_0^{II} + R) G_3 a = m_3 G_3 a$$

$$G_4: (R' + 6.5f_{10}^I + 5.5f_9^I + 4.5f_8^I + 3.5f_7^I + 2.5f_6^I + 1.5f_5^I + 0.5f_4^I) G_4 a = m_4 G_4 a$$

$$G_5: (R + 4.5f_{10}^I + 3.5f_9^I + 2.5f_8^I + 1.5f_7^I + 0.5f_6^I) G_5 a = m_5 G_5 a$$

然るにこの場合の  $\gamma$  の値は 57 頁の計算例で求めたやうに 1.82, 今假りに  $\gamma = 2$  とすれば、第 13 表及び第 14 表を使つて

$$G_1: (-0.000015 - 4.5 \times 0.000072 + 3.5 \times 0.000877 + 2.5 \times 0.000855 + 1.5 \times 0.000207 - 0.5 \times 0.004722) \times 8000 \times 75 = 240 \text{ kgcm}$$

$$G_2: (-0.000015 - 6.5 \times 0.000072 + 5.5 \times 0.000877 + 4.5 \times 0.000855 + 3.5 \times 0.000207 - 2.5 \times 0.004722 - 1.5 \times 0.015570 - 0.5 \times 0.016849) \times 7000 \times 75 = -19647 \text{ kgcm}$$

$$G_3: (0.291803 - 0.000008) \times 7000 \times 75 = 153192 \text{ kgcm}$$

$$G_4: -19647 \text{ kgcm} \cdot (G_2 \text{ に同じ})$$

$$G_5: (-0.000008 - 4.5 \times 0.000094 + 3.5 \times 0.000172 + 2.5 \times 0.000633 + 1.5 \times 0.000824 - 0.5 \times 0.001484) \times 7000 \times 75 = 1180 \text{ kgcm}$$

中央輪重下 A に於ける軌條の曲げモーメント  $M_A$  はこれ等の總和である。故に  $M_A = 115300 \text{ kgcm}$

又この場合後端の輪重下 B 点について同様の計算を行へば、先づ輪重  $G_1, G_2, \dots, G_5$  から生ずる B 点に於ける曲げモーメントは夫々

$$G_1: R'G_1a$$

$$G_2: (R' + 1.5f_{10}^I + 0.5f_9^I)G_2a$$

$$G_3: (R + 4.5f_{10}^I + 3.5f_9^I + 2.5f_8^I + 1.5f_7^I + 0.5f_6^I)G_3a$$

$$G_4: (R' + 6.5f_{10}^I + 5.5f_9^I + 4.5f_8^I + 3.5f_7^I + 2.5f_6^I + 1.5f_5^I + 0.5f_4^I)G_4a$$

$$G_5: (F_0^I + R)G_5a$$

故に第 13 表及び第 14 表を用ひて

$$G_1: -0.000015 \times 3000 \times 75 = -3 \text{ kgcm}$$

$$G_2: (-0.000015 - 1.5 \times 0.000072 + 0.5 \times 0.000377) \times 7000 \times 75 = 34 \text{ kgcm}$$

$$G_3: (-0.000008 - 4.5 \times 0.000094 + 3.5 \times 0.000172 + 2.5 \times 0.000633 + 1.5 \times 0.000824 - 0.5 \times 0.001484) \times 7000 \times 75 = 1180 \text{ kgcm}$$

$$G_4: (-0.000015 - 6.5 \times 0.000072 + 5.5 \times 0.000377 + 4.5 \times 0.000855 + 3.5 \times 0.000207 - 2.5 \times 0.004722 - 1.5 \times 0.015570 - 0.5 \times 0.016849) \times 7000 \times 75 = -19647 \text{ kgcm}$$

$$G_5: (0.291803 - 0.000008) \times 7000 \times 75 = 153192 \text{ kgcm}$$

故に後端輪重下 B に於ける軌條の曲げモーメント  $M_B$  は

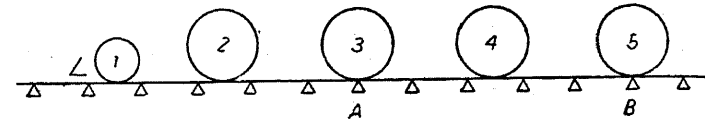
$$M_B = 134800 \text{ kgcm}$$

今第一及び第二計算法による結果を比較すれば

	$M_A$		$M_B$	
	kgcm	比	kgcm	比
第一計算法	115300	1	134800	1
第二計算法	103900	0.9	121100	0.9

となり、第二計算法によるものが約 10% 小である。

次に第 67 圖に示す如く中央及び後端の輪重が枕木上にある場合について、その輪重下の軌條應力を求めれば次の通りである。



第 67 圖

先づ中央輪重下の A 点に於て各輪重  $G_1, G_2, \dots, G_5$  から生ずる軌條應力は夫々

$$G_1: F_5^I G_1 = -0.009741 \times 3000 = -29 \text{ kg}$$

$$G_2: F_3^I G_2 = 0.002004 \times 7000 = 14 \text{ kg}$$

$$G_3: f_1^I G_3 = 0.461800 \times 7000 = 3230 \text{ kg}$$

$$G_4: F_3^I G_4 = 0.002004 \times 7000 = 14 \text{ kg}$$

$$G_5: f_6^I G_5 = -0.004722 \times 7000 = -33 \text{ kg}$$

$$\text{計 } P = 3196 \text{ kg} = 3.20 \text{ t}$$

又後端の輪重下 B 点について軌條應力を求めれば

$$G_1: F_{10}^I G_1 = -0.000094 \times 3000 = -0.3 \text{ kg}$$

$$G_2: F_8^I G_2 = 0.000633 \times 7000 = 4 \text{ kg}$$

$$G_3: f_6^I G_3 = -0.004722 \times 7000 = -33 \text{ kg}$$

$$G_4: F_3^I G_4 = 0.002004 \times 7000 = 14 \text{ kg}$$

$$G_5: f_1^I G_5 = 0.461800 \times 7000 = 3233 \text{ kg}$$

$$\text{計 } P = 3218 \text{ kg} = 3.22 \text{ t}$$

この結果を前の結果と比較するに、第一計算法によるもまた第二計算法によるも軌條應力には殆んど差違がない。

以上の計算例に於て示したやうに、軌條應力及び枕木應力の計算は第一法第二法の何れによるも大差なく、ただ軌條の曲げモーメントが第一法による場合第二法による場合より稍大となるが、この差違は第一法に於ては枕木を箇々の支點と考へ且つ輪重が特に支點の中間にある場合をとるのに對し、第二法に於ては箇々の枕木を一括して連続支承體と假定し従つて輪重が枕木の上にあるか或は枕木と枕木との中間にあるかの區別をなし得ないことに基因

する當然の結果であらう。而して枕木の間隔が密になるほど第一法と第二法との差は小となるであらう。若し單に計算の難易のみによつて比較すれば、第一法は第二法の容易なるには遙かに及ばない。

34 軌條應力略算公式

上述の軌條應力計算法は第一法第二法とも相當複雑面倒であるが、第二法の結果を利用して次の様な簡単な略算式を導くことが出来る。

先づ軌條の曲げモーメントに對しては第 68 圖 (第 64 圖と同じ) の様な影響線が得られ、輪重  $P_0$  の位置に對しては、 $A$  點 ( $\xi=3.75$ ) 以上の距離にある輪重の影響は殆んど無視するも差支なく、 $A$  と  $B$  ( $\xi=1.57$ ) との間にある輪重は常に負の曲げモーメントを與へ  $B$  に於ける最大値は  $\mu=0.208$  である。而して  $A, B$  間の影響線を圖中の鎖線で示す様な直線で置きかへると、その間の任意の距離  $a$  に於ける輪重  $P_1$  が  $P_0$  の位置に與ふる  $\mu$  の値は

$$a=3.75L \text{ のとき } \mu=0$$

$$a=1.57L \text{ のとき } \mu=0.208$$

となるべきことから、次の式で與へることが出来る。

$$\mu = \frac{3.75L - a}{10.5L}$$

故に  $P_0, P_1$  によつて  $P_0$  の位置に起る曲げモーメントは

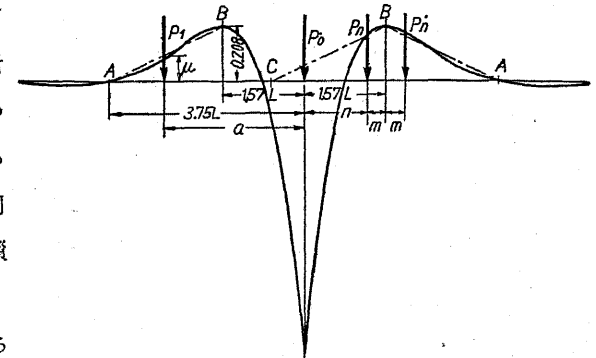
$$M = \frac{P_0 L}{4} - \frac{P_1 L}{4} \mu = \frac{P_0 L}{4} - \frac{P_1 (3.75L - a)}{42}$$

となる。若し更に多くの輪重  $P_1, P_2, P_3, \dots$  が  $P_0$  から夫々  $a, b, c, \dots$  の距離にある場合には  $P_0$  に於ける曲げモーメント  $M_0$  は次の式で與へられる。

$$M_0 = \frac{P_0 L}{4} - \frac{1}{42} [P_1 (3.75L - a) + P_2 (3.75L - b) + P_3 (3.75L - c) + \dots] \dots \dots (109)$$

この式は  $P_1, P_2, P_3, \dots$  が  $A, B$  間にある場合に適用される。若し輪重が  $B$  點より  $P_0$  に近い場合には (實際の輪重間隔に於てはかやうなことは極めて稀で、且つ之によつて  $P_0$  に正の曲げモーメントを起すことは全くないから)  $P_0$  と  $B$  との間の影響線を直線  $AB$  に平行な直線  $CB$  を以て置きかへて差支ない。従つて圖中の輪重  $P_n$  に對してはその  $P_0$  からの距離の代りに  $n+2m$  (但し  $m=1.57L-n$ ) を用ふればよい。

次に軌條の沈下であるが、之に對しては第 69 圖の如き影響線がある (第 68 圖と同じ)。之を圖中の鎖線の如き直線  $CB$  を以て置きかへると



第 68 圖

$$\eta = 1 - \frac{a}{2L}$$

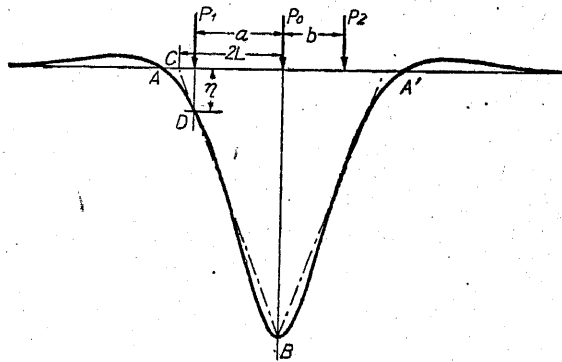
となる。故に  $P_0$  に於ける軌條の沈下  $y_0$  は ( $C$  より外方にある輪重の影響を無視して)

$$y_0 = \frac{1}{2bKL} \sum P = \frac{1}{2bKL} [P_0 + P_1 (1 - \frac{a}{2L}) + P_2 (1 - \frac{b}{2L}) + \dots]$$

$$= \frac{1}{2bKL} \left[ P_0 + P_1 + P_2 + \dots - \frac{1}{2L} (P_1 a + P_2 b + \dots) \right] \dots\dots(110)$$

従つて軌條支承體に加はる壓力は

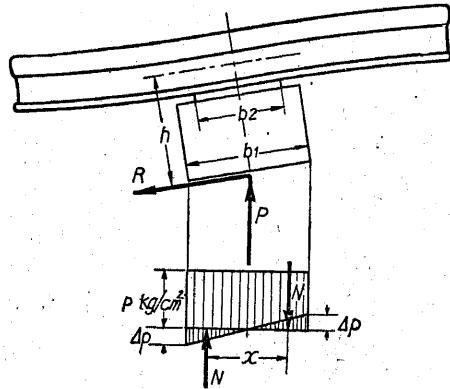
$$p_0 = \frac{1}{2bL} \left[ P_0 + P_1 + P_2 + \dots - \frac{1}{2L} (P_1 a + P_2 b + \dots) \right] \dots\dots(111)$$



第 69 圖

これ等の式は軌條應力の略算式として極めて便利で、その結果も比較的正確、實用的價值あるものである。

〔註〕本章に述べた軌條應力計算法に於ては、枕木を一點と見做し、その沈下のみを考へたのであるが、若し實際に即して枕木の幅を考慮に入れば、枕木の沈下のみならず、枕木の廻轉による抵抗も考慮しなければならない(第70圖参照)。その結果として、軌條の受ける曲げモーメントは上述の計算結果よりも幾分割引せられなければならないが、その割引率は普通10%以内と見られて居る。



第 70 圖

## 第九章 衝擊 應力

### 35 衝擊の原因

鐵道車輛の如く高速度を以て運轉する荷重は、之が靜かに加へられた場合に比し、著しく大なる應力を軌道の各部に與へるものである。これ即ち衝擊の影響である。

鐵道軌道に對する衝擊の原因は種々あるが、その主なるものは次の通りである。

1. 機關車働輪に於けるオーバーバランシング(上卷第六章19参照)及び機關車のコンネクティングロッドのアンギュラリティー(コンネクティングロッドが水平となす角度)——この影響は高速度で運轉する蒸汽機關車に於ては 20~30% に達するものと考へられて居る。
2. バネの作用によつて起る機關車の動搖——之がための影響は高速度で運轉する場合約 12% に達するものと考へられて居る。
3. 軌道の不整齊——之による影響も高速度の場合 15~25% に達するものと考へられて居る。
4. 其他軌條の接目、分岐等に於ける間隙、曲線及び勾配の變化等軌道に於ける不均齊、並に車輪の扁平磨耗、バネ及び連結器の不良等車輛に於ける缺點。

かやうに衝擊の原因は車輛及び軌道自身に内在するものであるから、その影響は車輛及び線路の構造上の缺點並にその保守状態の良否により相當の差異がある。而して一般に運轉速度の増加と共に大となるものである。

36 衝 撃 係 數

列車が  $V$  なる速度を以て運轉する場合に生ずる軌條應力を  $M_V$  とすれば列車が停止して居る場合に生ずる軌條應力  $M$  との間に次の關係がある。

$$M_V = (1+i)M \dots\dots\dots(112)$$

$i$  は衝撃の影響を表はす係數で之を衝撃係數といふ(その値が速度に關係があるため之を速度係數といふこともある)。

衝撃係數は實驗によつて定められる。我國有鐵道に於てはその實驗結果から次の衝撃係數を適當として居る。

$$\text{軌條應力に對し } i = \frac{V}{100} \quad \text{但し } V = \text{速度 (km/h)} \dots\dots\dots(113)$$

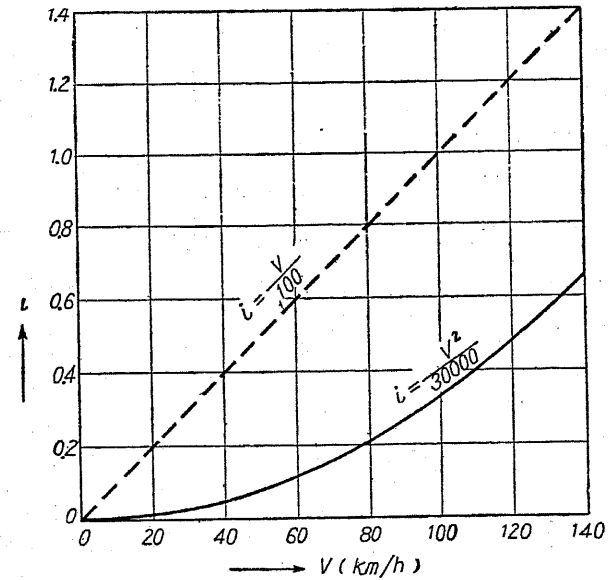
而して軌條支承體に對しては(113)式の 60% をとる。

之によれば衝撃の影響は速度の 1 乘に比例するのであるが、一般に軌條接目に於ける衝撃や遠心力の影響は速度の 2 乘に比例するものと考へられ、獨逸の鐵道では次の係數が最も實驗結果に適合せるものとして用ひられて居る。

$$\text{軌條應力に對し } i = \frac{V^2}{30000} \dots\dots\dots(114)$$

(113) 式と (114) 式とを比較すれば第 71 圖に示す通りで、獨逸の鐵道の衝撃係數が著しく小であること(速度 100 km/h に於ては我國のもの  $\frac{1}{3}$  に過ぎない)は大いに注目すべきである。

〔註〕獨逸の實驗によれば、軌條應力は靜荷重の場合が速度 5 km/h の場合よりも却つて 15% 大で、速度が約 40 km/h に達したとき初めて靜荷重の場合と同様となることから、枕木の沈下や軌條の携みが十分現はれるまでには相當の時間を要するものとされて居る。従つて完全な線路、完全な車輛の場合に於ては大なる速度は却つて有利となるべきであるが、實際には線路及び車輛の種々の缺點から惹起される衝撃のため逆の結果となるのであるとされて居る。



第 71 圖

37 許 容 應 力

許容應力は新線計畫に對する場合には將來の荷重の増加及び線路の抵抗力の損耗を考慮して比較的低くとるが、現在の線路の負擔力を檢するが如き場合には比較的高くとるを普通とする。今普通に用ひられて居る標準を示せば次の通りである。

新線計畫の場合

軌條の曲げ應力	1000~1200 kg/cm <sup>2</sup>
枕木の曲げ應力	50~60 kg/cm <sup>2</sup>
枕木上面の軌條壓力	15~20 kg/cm <sup>2</sup>

道床壓力	1.5~2.5 kg/cm <sup>2</sup>
軌條沈下	2~3 mm
在來線の負擔力を檢する場合	
軌條の曲げ應力	1700~2000 kg/cm <sup>2</sup>
枕木の曲げ應力	100~120 kg/cm <sup>2</sup>
枕木上面の軌條壓力	20~25 kg/cm <sup>2</sup>
道床壓力	3~4.5 kg/cm <sup>2</sup>
軌條沈下	3~5 mm