

### 第3章 誘電体および도체表面での反射、屈折、透過減衰の法則

光を電磁波として考え、電磁場の誘電体界面での連続性を考慮することで二つの媒質の界面を通過する光の反射率および透過率が求められる。ここでは媒質の界面を単純に誘電率、透磁率、および電気伝導度が不連続的に変化する面として考える。厳密には、境界面はバルクとは異なる物質定数を有し、表面科学のパラダイムを形成している。しかし、ここでは表面単原子層に係わる電磁気現象には立ち入らない。古典的で大雑把な理論立てでも十分に高精度な結果をもたらすことが示されている。

#### 3.1 電磁場の誘電体界面における連続則

光が異なる誘電率の媒質へ入射する際の反射と屈折の問題を電磁波光学の立場で考える。まず、2つの媒質の境界で成り立つ法則を列挙する。そのために、マクスウェルの電磁場についての関係式を積分形で与える。

$$\oint_{\ell} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \iint_S \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad (3.1)$$

$$\oint_{\ell} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (3.2)$$

ここで、媒質 1 と 2 の境界面に対し、図 3.1 のような矩形の閉じた積分路  $\ell$  を取り、矢印で示す方向に線積分をおこなう。この積分路で囲われた面を  $S$  とする。 $n_1$  および  $n_2$  を各媒質の屈折率とする。

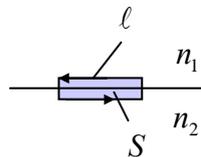


図 3.1 誘電体界面におけるストークスループ

この矩形の界面に沿った辺の長さを  $\Delta\ell$  とし、界面に垂直な辺を限りなく短くすると、面積がゼロに近づくために、(3.1) および (3.2) 式の右辺はゼロに近づき、磁場と電場それぞれの経路積分は、

$$\text{磁場: } (H_t)_1 \Delta\ell - (H_t)_2 \Delta\ell = 0 \quad \text{つまり} \quad (H_t)_1 = (H_t)_2 \quad (3.3)$$

$$\text{電場: } (E_t)_1 \Delta\ell - (E_t)_2 \Delta\ell = 0 \quad (E_t)_1 = (E_t)_2 \quad (3.4)$$

となる。

ここで、 $(H_t)_1$  および  $(E_t)_1$  などは磁場および電場の界面に沿う方向の成分であり、添え字 1、2 はそれぞれ媒質 1 および 2 における値である。図中の矢印で示したように積分路をたどる

方向があるため、上式の左側の式で第2項にマイナスの符号が付く。この結果から**磁場と電場の界面方向成分が境界面の上下で保存する（連続である）**ことが分かる。

次に、電束密度および磁束密度についての式を図 3.2 のガウス面で囲われた体積に適用する。

$$\iint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \iiint_V \sigma dV \quad (3.5)$$

$$\iint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0 \quad (3.6)$$

ここで、境界面に平行な面の面積を  $\Delta S$  とすると、積分(3.5)および(3.6)は

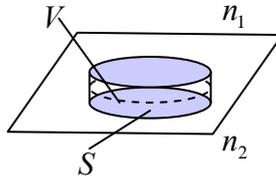


図 3.2 誘電体界面でのガウス面

円柱の高さを限りなく短くすることで側面からの積分への寄与はゼロとなり、

$$(D_n)_1 \Delta S - (D_n)_2 \Delta S = total(\sigma) \quad \text{および} \quad (B_n)_1 \Delta S - (B_n)_2 \Delta S = 0$$

となる。ここで、 $total(\sigma)$  は体積  $V$  に含まれる全電荷（真電荷）である。円柱下面の面積ベクトルは下を向くので上式左辺の第2項にマイナスが現れる。ここで、媒質が誘電体の場合、真電荷はゼロであり、また、導体の場合でも電荷中和性（Charge Neutrality）のため、真電荷をゼロとでき、結局、

$$(D_n)_1 = (D_n)_2 \quad (3.7) \quad \text{および} \quad (B_n)_1 = (B_n)_2 \quad (3.8)$$

が得られる。この結果は、**電束密度ベクトルと磁束密度ベクトルの法線成分が界面を通して連続している**ことを示す。上記の連続に関する結論は電磁波のように、電場と磁場が時間変動する場合も成り立ち、時間の瞬間瞬間で電場と磁場の接線成分が、および電束密度と磁束密度の法線成分が連続している。電磁波が媒質 1 から 2 へ入るとき、これらの条件を満たすようにして入っていく。以下に、電磁波の反射率と透過率を導く。

### 3.2 誘電体界面を透過する光波の $k$ ベクトルの変化

ここからは、媒質として誘電体を考える。図 3.3 に示すように光を媒質 1 の上方から媒質

2 へ入射させたとする。ここで、入射光線と界面の法線を含む面を**入射面**という。電磁波の電気ベクトルが入射面と同じ方向を持つ場合は、この直線偏光を **p 偏光** (parallel、別名 **TM 波**) と呼んでいる。

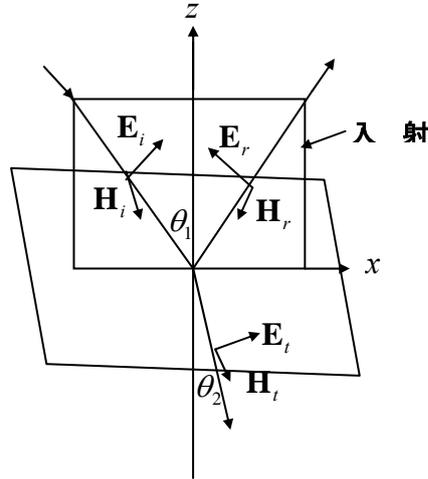


図 3.3 誘電体境界面での入射、反射、および透過波の電気ベクトルと磁気ベクトルの配置 (p 偏光で入射の場合)

もし電気ベクトルが入射面と垂直であれば s 偏光 (別名 **TE 波**) とよぶ。まずは、角周波数  $\omega$  の p 偏光を媒質 1 上方から界面へ入射した場合における波動伝播の仕方を調べ、反射率を求めよう。

媒質 1 を伝播し、界面へ入射あるいは界面から反射する電磁波の電場ベクトルは

$$\mathbf{E}_i \exp i(k_{1x}x + k_{1z}z - \omega t) \quad (3.9) \quad \text{および} \quad \mathbf{E}_r \exp i(k_{1x}x - k_{1z}z - \omega t) \quad (3.10)$$

と現せる。ここに、  $k_1 = \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \omega$ 、(3.11)

$$k_{1x} = k_1 \sin \theta_1, \quad (3.12) \quad k_{1z} = -k_1 \cos \theta_1 \quad (3.13)$$

である。電場の(3.9)式は入射光を、(3.10)式は反射光を与える。(3.13)式でマイナスを入れたのは、入射波は下方へ進むために波数ベクトルの z 成分は負の値になるからである。また、透過光についても

$$\mathbf{E}_t \exp i(k_{2x}x + k_{2z}z - \omega t) \quad (3.14)$$

$$k_2 = \sqrt{\epsilon_2 \mu_2} \omega \quad (15) \quad k_2^2 = k_{2x}^2 + k_{2z}^2 \quad (3.16)$$

と表せる。ここで、式(3.15)および(3.16)は波動場(3.14)が媒質 2 における波動方程式の解である要件から導かれる。ここで、波動についての境界面における連続性を適用する。界面において媒質 1 における波動の山と谷の間隔が媒質 2 に於ける波動の山と谷の間隔と等しくなっていなければならない。媒質 1 と 2 でこの間隔が異なれば、界面を介して両方の波動がずれてくる。これでは波動場の連続性が満たされない。したがって、**波数ベクトルの  $x$  成分が媒質 1 と 2 で連続 (等しい)** であることが要求される。つまり、

$$k_{2x} = k_{1x} = k_1 \sin \theta_1 \quad (3.17)$$

である。この状況は図 3.4 から理解できる。

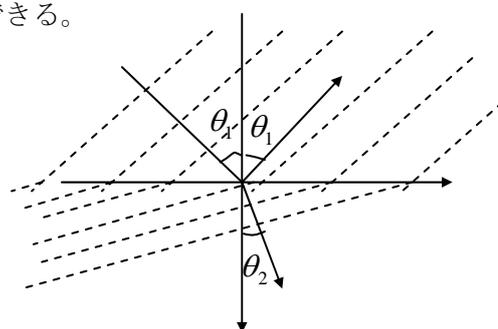


図 3.4 入射波と透過波の波面

(3.17)式の  $k_{2x}$  を(3.16)式に代入し、(3.15)式を用いると  $k_{2z}$  が求まる。

$$k_{2z}^2 = k_2^2 - k_{2x}^2 = \varepsilon_2 \mu_2 \omega^2 - (k_1 \sin \theta_1)^2 = \varepsilon_2 \mu_2 \omega^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \omega^2 \sin^2 \theta_1 \quad (3.18)$$

また、
$$\varepsilon_1 \mu_1 = \left( \frac{n_1}{c} \right)^2 \quad \text{および} \quad \varepsilon_2 \mu_2 = \left( \frac{n_2}{c} \right)^2 \quad (3.19)$$

であることを用いると、

$$k_{2z}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1) \quad (3.20)$$

が得られる。

ここで、2つの場合が生じる。

### (1) $n_1 < n_2$ の場合

この場合は例えば空気からガラスへ光が進む場合であり、 $\theta_1$  がいかなる角度 ( $0 \leq \theta_1 \leq \pi/2$ ) でも  $n_2 > n_1 \sin \theta_1$  であるので、 $k_{2z}$  は実数として定まり、

$$k_{2z} = \pm \frac{\omega}{c} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1} \quad (3.21)$$

で与えられる。ここで、波動は下方へ伝わるので(3.21)式でマイナスの符号を取る。つまり、

$$k_{2z} = -\frac{\omega}{c} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1} \quad (3.22)$$

とする。

この場合、 $k_{2x}$  と  $k_{2z}$  は共に実数なので、屈折角が  $\tan \theta_2 = |k_{2x}|/|k_{2z}|$  として定まる。あるいは、波数ベクトルの  $x$  成分の連続性から

$$k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2 \quad (3.23) \quad \text{より、} \quad n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (3.24)$$

が導かれる。(3.24)式は屈折の法則 (Snell の法則) に他ならない。

## (2) $n_1 > n_2$ の場合

この場合は例えばガラスから空気中へ光が進む場合などであり、入射角  $\theta_1$  が  $n_2 > n_1 \sin \theta_1$  を満たす角度であるならば、つまり

$$\theta_1 < \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (3.25)$$

であれば、実数の  $k_{2z}$  が存在し、屈折角が定まる。式の形は同じで、

$$k_{2z} = -\frac{\omega}{c} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1} \quad (3.26)$$

である。屈折における Snell の法則も同様に成り立つ。

ところで、もし入射角  $\theta_1$  が条件(3.25)式を満たさない場合、つまり、

$$\theta_1 > \theta_{cr} \quad (3.27) \quad \text{ここで、} \quad \theta_{cr} = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (3.28)$$

である場合では波動場はどのようなになるだろうか。ここで、

$$\theta_{cr} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

を全反射の臨界角という。

この場合は式(3.26)で与えられる  $k_{2z}$  は純虚数になる。 $k_{2z}$  が純虚数になることに違和感を覚えるかもしれないが、透過波を(3.14)式の形で求めたわけで、 $k_{2z}$  は式(3.16)を満たすものであればなんでも良く、 $k_{2z}$  を実数に限るとした議論は行っていない。ここで、

$$k_{2z} = -\frac{\omega}{c} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2} i \quad (3.29)$$

と置いて；ここで  $i$  は虚数単位である、透過波の波動関数(3.14)に代入すると、透過波として

$$\mathbf{E}_t e^{\frac{\omega}{c} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2} z} \exp i(k_{2x} x - \omega t) \quad (3.30)$$

を得る。

この式の意味は、実部を取ってみれば明らかで、

$$\mathbf{E}_t e^{\frac{\omega}{c} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2} z} \cos(k_{2x} x - \omega t) \quad (3.31)$$

となり、 $x$  方向へは角周波数  $\omega$  で波数が  $k_{2x}$  である平面波として伝わるが、 $z$  方向へは波動としては伝わらない。この波動場はあくまでも  $x$  方向へ伝播し、その振幅が  $z < 0$  方向で減少するのである。つまり、振幅が  $z$  に依存して界面から遠ざかるにしたがって減少する。このような波を**不均一波**という。このように、屈折率が大きい媒質から小さい媒質へ光が進むとき、臨界角が定義でき、臨界角より大きな入射角では媒質内部へと進んでいく波は存在しない。媒質 2 での光波は界面に沿って伝播する。これが**全反射**特有の現象である。

### 3.3 入射光が P 偏光の振幅反射率と透過率

それでは、以上の議論に基づき、反射および透過率を求めてみよう。

まず、 $n_1 < n_2$  の場合、あるいは  $n_1 > n_2$  であっても、入射角  $\theta_1$  が臨界角より小さい場合について考える。これは、すなわち  $k_{2z}$  が実数の場合である。この場合は屈折角  $\theta_2$  が Snell の法則で与えられる。媒質 1 と 2 の境界における電場と磁場の連続性を利用して反射波と透過波の電場と磁場が求まる。

まず、電場  $x$  成分の連続性は

$$E_i \cos \theta_1 - E_r \cos \theta_1 = E_{tx} \quad (3.32)$$

と書ける。媒質 1 では入射波と反射波の電場の合計が用いられることに注意する。 $E_{tx}$  は透過波の電場  $x$  成分である。ここで、電場は時間とともにプラスになったりマイナスになったりの振動を示すが、波の進む方向を見て電場ベクトルが上を向いているなら正とする。

次に、磁場の  $y$  成分の連続性は

$$H_i + H_r = H_{ty} \quad (3.33)$$

と表せる。

ここで、電場と磁場の大きさの関係  $H_i = \sqrt{\varepsilon_1/\mu_1} E_i$  (3.34)

などを使って、(3.33) を電場だけで表すと、

$$-\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}(E_i + E_r) = \frac{1}{\mu_2 \omega} (k_{2z} E_{tx} - k_{2x} E_{tz}) \quad (3.35)$$

となる。ここで、右辺 (媒質 2 での電磁場) を  $\text{rot} \mathbf{E}_t = -\frac{\partial \mathbf{B}_t}{\partial t}$  より  $i \mathbf{k}_2 \times \mathbf{E}_t = i \omega \mu_2 \mathbf{H}_t$  であることを用いて電場成分で表した。また、左辺のマイナスは、磁場が  $y$  軸負方向を向くと電場  $x$  成分は正で、磁場の  $y$  成分が正方向なら電場  $x$  成分は負であることを考慮したことによる。

次に、(3.32)  $\times \sqrt{\varepsilon_1/\mu_1}$  - (3.35)  $\times \cos \theta_1$  により  $E_r$  を消去すると、

$$2\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} E_i \cos \theta_1 = \left( \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} - \frac{\cos \theta_1}{\omega \mu_2} k_{2z} \right) E_{tx} + \frac{\cos \theta_1}{\omega \mu_2} k_{2x} E_{tz} \quad (3.36)$$

となるが、媒質 2 でガウスの法則を適用し、

$$\text{div} \mathbf{D}_t = \varepsilon_2 \text{div} \mathbf{E}_t = 0 \quad \text{より、} \quad k_{2x} E_{tx} + k_{2z} E_{tz} = 0, \quad \text{そして} \quad E_{tz} = -\frac{k_{2x}}{k_{2z}} E_{tx} \quad (3.37)$$

を用いることで、(3.36) 式の右辺を  $E_{tx}$  だけで表せる。これから、透過波の  $x$  成分が求まる。

$$E_{tx} = \frac{2\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_1}{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} - \left( \frac{k_{2z}}{\omega \mu_2} + \frac{k_{2x}^2}{\omega \mu_2 k_{2z}} \right) \cos \theta_1} E_i = \frac{2\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_1}{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} - \frac{k_2^2}{\omega \mu_2 k_{2z}} \cos \theta_1} E_i \quad (3.38)$$

ここで、 $k_2^2 = k_{2x}^2 + k_{2z}^2$  を用いた。

この結果から、界面における透過電場  $E_t = E_{tx} / \cos \theta_2$  が求まる。

$$E_t = \frac{2\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_1}{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_2 - \frac{k_2^2}{\omega \mu_2 k_{2z}} \cos \theta_1 \cos \theta_2} E_i = \frac{2\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_1}{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_2 + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_1} E_i$$

$$= \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} E_i \quad (3.39)$$

が得られる。ここで、第一式から第二式へ移行する際に、 $-k_2 \cos \theta_2 = k_{2z}$ 、および  $k_2 = \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} \omega$  を用い、第二式から第三式へ移行する際に、 $\mu_1 \approx \mu_2 \approx \mu_0$  であることを用いて透磁率を払い、 $n_1 \approx \sqrt{\varepsilon_1 / \varepsilon_0}$  および  $n_2 \approx \sqrt{\varepsilon_2 / \varepsilon_0}$  であることを用いて屈折率を導入した。

(3.39) 式は透過波電場振幅を入射波の電場振幅であらわしたもので、 $E_t/E_i = t_p$  として振幅透過率が得られる。

$$t_p = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} = \frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)} \quad (3.40)$$

第二式は Snell の法則を用いて屈折率を入射および屈折角で表すことで得られる。反射波については、(3.32) 式に (3.38) 式を代入することで  $E_r$  を求め、反射波にたいする振幅反射率が次のように求まる。

$$r_p = \frac{E_r}{E_i} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} \quad (3.41)$$

ここで得られた結果についていくつかの重要なポイントを指摘しておく。まず、反射率について、入射角と屈折角の和  $\theta_1 + \theta_2$  が  $\pi/2$  となるとき、振幅反射率はゼロとなる。このとき、しかしながら振幅透過率は 1 にはならないことを注意する。この条件を満たす入射角  $\theta_B$  をブリュースター角と呼ぶ。ブリュースター角は

$$\tan \theta_B = \frac{\sin \theta_B}{\cos \theta_B} = \frac{\sin \theta_B}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_2\right)} = \frac{\sin \theta_B}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (3.42)$$

という条件を満たす  $\tan \theta_B$  の角として求めることができる。この角度は単純に 2 つの媒質の屈折率比から求められる。ブリュースター角は  $n_1 < n_2$  でも  $n_1 > n_2$  の場合でも存在し、この角度では **p 偏光の光が反射しない**ので、反射光が邪魔な場合や、直線偏光の偏光方向を精密に求めることに利用される。また、入射角がブリュースター角を超えると反射電場の

符号が反転する (位相が  $\pi$  ずれる)。

### 3.4 入射光が S 偏光の振幅反射率と透過率

以上の議論は入射光が p 偏光の場合の取り扱い方法である。電場ベクトルが界面に平行である場合、つまり s 偏光の場合では、電場が y 軸方向を向いているとする。このとき、磁場ベクトルは入射面内にある。この場合、振幅反射率資料と振幅透過率が次のように求まる。(詳細は参考資料)

$$r_s = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (3.47) \quad (3.43)$$

$$t_s = \frac{E_{ty}}{E_i} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} = \frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (3.48) \quad (3.45)$$

ここで、一つ注意すべきことがある。それは振幅透過率と反射率の和は 1 にならないことである。その理由は媒質 1 と 2 で誘電率および透磁率が異なり、光速が異なるからであり、以下に述べるパワー反射率とパワー透過率の和は 1 になることが示される。

### 3.5 パワー反射率と透過率

これまでは、電場振幅の反射率と透過率を求めた。磁場振幅の反射率は同様の方法で求められる。しかし、透過率の場合、2つの媒質で誘電率および磁気透磁率が異なるので電場から磁場を求めるときの特性インピーダンスが異なるために、透過率の表式が違ったものになる。

このような考えが必要となるのは、光強度の反射率と透過率である。光強度は単位面積を単位時間を通してエネルギー、つまりパワーの密度である。光強度はポインティングベクトル  $\bar{\mathbf{S}} = \bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}$  で与えられるが、その大きさを電場の大きさを表すなら

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E^2 \quad \text{である。ここに、} E \text{ は電場の振幅である。このポインティングベクトルの}$$

大きさを入射光と反射光について求め、その比をとれば光強度の反射率が求まる。入射光と反射光に同じ  $\epsilon_1$  と  $\mu_1$  を用いるため、強度反射率は振幅反射率  $r_p$  あるいは  $r_s$  に対して

$$R_s = |r_s|^2 \quad \text{および} \quad R_p = |r_p|^2 \quad \text{で与えられる。}$$

$$R_p = |r_p|^2 = \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (3.46)$$

$$R_s = |r_s|^2 = \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (3.47)$$

透過率については、媒質 1 と 2 で特性インピーダンスが異なるのでポインティングベクトルの比で求める。入射光と透過光のポインティングベクトルの大きさは、それぞれ

$$S_i = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} E_i^2 \quad \text{および} \quad S_t = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} E_t^2 \quad \text{であり、その比は} \quad \frac{S_t}{S_i} = \frac{n_2}{n_1} |t|^2 \quad \text{である。こ}$$

こに  $t$  は s および p 偏光の振幅透過率である。強度透過率（つまりパワー密度の比）はこれで求まるが、透過光のパワー透過率を求めるにはこれだけでは不十分で、入射角と屈折角が異なることによるビーム断面積の変化を考慮し、

$$T = \frac{S_t \cos \theta_2}{S_i \cos \theta_1} \quad \text{としてパワー透$$

過率を求めなければならない。P 偏光と s 偏光についてパワー透過率を求めると次のようになる。

$$T_p = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} t_p^2 = \frac{\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \quad (3.48)$$

$$T_s = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} t_s^2 = \frac{n_2 \sin 2\theta_1 \sin 2\theta_2}{n_1 \sin^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (3.49)$$

これらの結果から、

$$T_p + R_p = 1 \quad (3.50) \quad \text{および} \quad T_s + R_s = 1 \quad (3.51)$$

が確認できる。

また、特に、垂直入射 ( $\theta_1 = 0$ 、 $\theta_2 = 0$ ) の場合にはパワー反射率は s 偏光も p 偏光も同じで (3.41) および (3.47) 式の振幅反射率の 2 乗を計算すると、

$$R_s = R_p = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad (3.52)$$

パワー透過率も求まり、

$$T_s = T_p = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \quad (3.53)$$

が得られる。例えば、空気中 ( $n_1 = 1$ ) におかれたガラス ( $n_2 = 1.5$ ) 表面での振幅反射率

は 0.2 であるが、強度反射率は 0.04 となる。これはなじみ深い値である。ところが、半導体レーザーの光増幅部分は  $n=2.8$  程度なので、強度反射率は 0.2 くらいにもなり、レーザーとしての共振器ミラーとして機能する。

図 3.5a~b に  $n_1=1, n_2=1.4$  の場合の振幅反射率、パワー反射率、振幅透過率、およびパワー透過率の入射角依存性を示す。

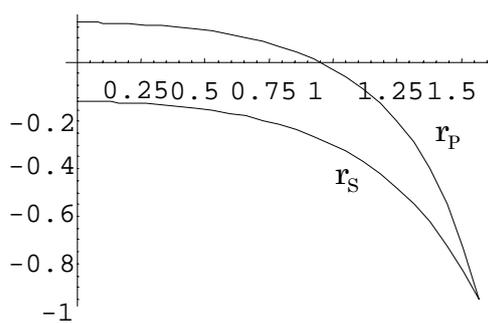


図3.5a 振幅反射率

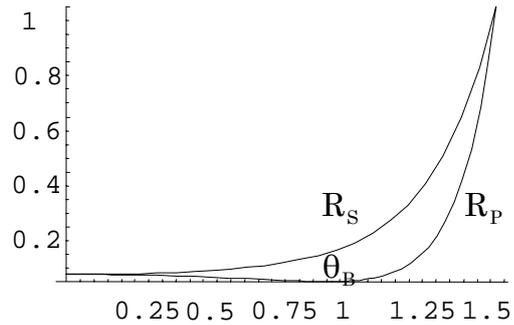


図3.5b パワー反射率

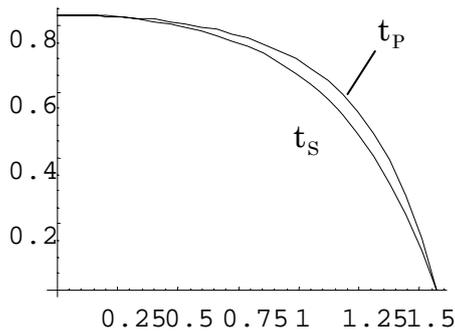


図3.5c 振幅透過率

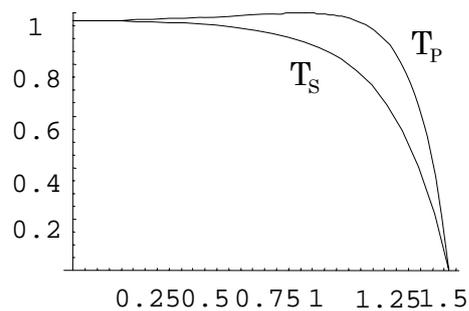


図3.5d パワー透過率

また、 $n_1=1.4, n_2=1$  の場合の反射率を図 3.6a~b に示す。この反射率カーブから全反射が生じる状況が分かる。

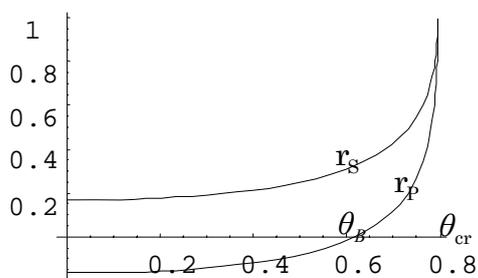


図3.6a 振幅反射率

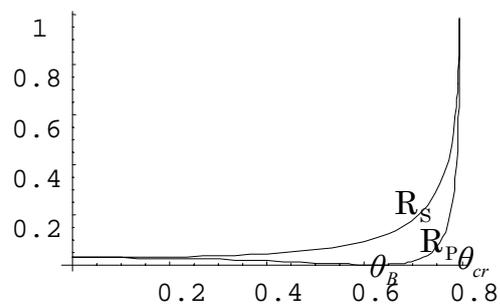


図3.6b パワー反射率

### 3.6 全反射とエヴァネッセント波

さて、全反射の場合、媒質 2 で光波はどのように振舞うであろうか。詳細な説明は「参考資料」に譲るが、入射光が p 偏光の場合、媒質 2 の界面近くでは電気ベクトルは入射面内で反時計回りの楕円を描く。この電場ベクトルの動きは通常の楕円偏光と全く異なるものであることを注意しておく。全反射現象におけるエヴァネッセント波のイメージを図 3.7 に示す。

媒質 II における磁場ベクトルは媒質 II でも y 方向を向き、時間と x 座標値に依存した  $\exp i(k_x x - \omega t)$  の形で進む。

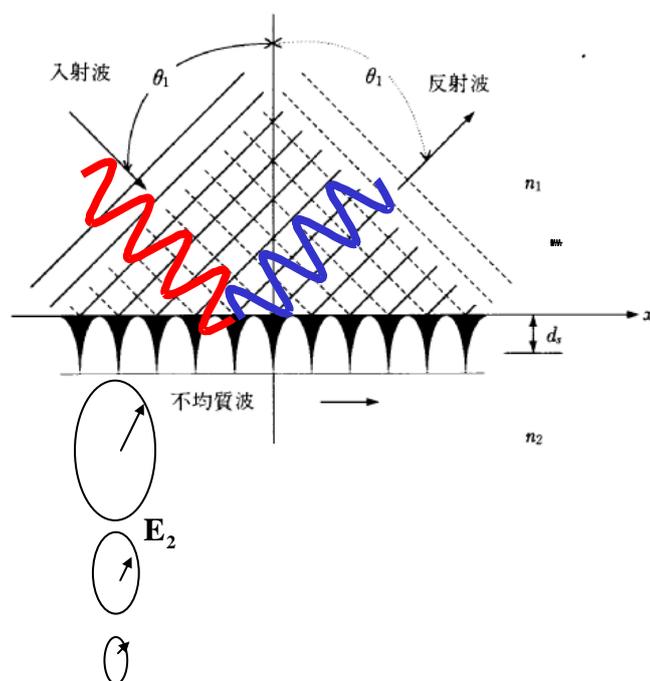


図 3.7 全反射現象に伴うエヴァネッセント波

である。他方、入射波が s 偏光である場合、媒質 2 における界面近傍での電場は y 成分のみであり、磁場は楕円を描くことを示すことが出来る。媒質 II におけるポインティングベクトルの平均は x 方向である。

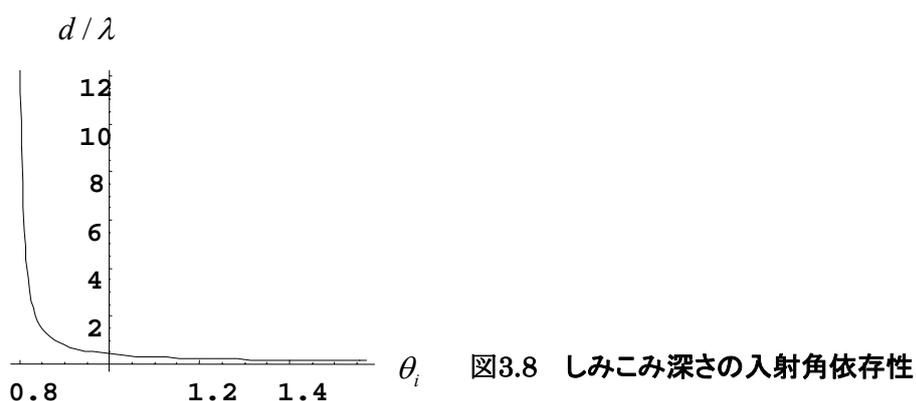
全反射の場合、p 偏光でも s 偏光でも式 (3.30) および (3.31) が示すように、媒質 2 における波動場の振幅は z の負方向へ

$$e^{\frac{\omega}{c} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2} z} \quad (3.54)$$

のように減衰する。振幅が $1/e$ まで減衰する深さを全反射におけるしみ込み深さと呼ぶ。しみ込み深さは、

$$d = \frac{c}{\omega \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}} \quad (3.55)$$

で与えられる。図 3.8 に、(3.55) 式で求めたしみ込み深さの入射角依存性を示す。



### 3.7 導体境界面における光の反射と屈折

誘電体から電気伝導度を有する物質、たとえば導体などへ光が入射するとき、電気伝導度に伴う電磁波の減衰が波動の伝播に影響を与える。電磁波の減衰は現象論的には媒質のジュール加熱として現れる。導体表面での電磁波の反射、屈折、および導体内部での電磁波の伝播などについての詳細な議論は「資料」に譲る。ここでは、導体表面における反射率の表現を証明無しで与える。

振幅反射率は、

$$r_p = \frac{E_r}{E_i} = \left( \frac{\hat{n}_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \hat{\theta}_2}{\hat{n}_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \hat{\theta}_2} \right) \quad (3.56)$$

この表式は第3章で導いた誘電体表面でのp偏光の反射率を与える(3-41)式と形式的に同じ形をしている。

入射光がs偏光の場合の振幅反射率 $r_s$ は以下のように求められる。

$$r_s = \left( \frac{n_1 \cos \theta_1 - \hat{n}_2 \cos \hat{\theta}_2}{n_1 \cos \theta_1 + \hat{n}_2 \cos \hat{\theta}_2} \right) \quad (3.57)$$

ここで、

$$\hat{n}_2 = n_2 + i\kappa_2 \quad (3.58)$$

は複素屈折率である。

ここで、

$$\frac{n_1 \sin \theta_1}{\hat{n}_2} = \sin \hat{\theta}_2 \quad (3.59)$$

と形式的に表すことが出来る。

ここで現れた  $\hat{\theta}_2$  は複素数であり、通常の意味を意味しない。このように、任意の複素数

$z = x + iy$  を変数とするサインおよびコサイン関数は

$$\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i} \quad (4.49) \quad (3.60) \quad \text{および} \quad \cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2} \quad (3.61)$$

で定義され、

$$\sin^2 z + \cos^2 z = 1 \quad (3.62)$$

が成り立つ。

ここで、パワー反射率  $R_p$ 、 $R_s$  はそれぞれ、

$$R_p = |r_p|^2 = r_p r_p^* \quad (3.63)$$

$$R_s = |r_s|^2 = r_s r_s^* \quad (3.64)$$

から求められ、誘電体同士の界面における反射率の表式において屈折角  $\theta_2$  を複素数  $\hat{\theta}_2$  で置き換えることで表現形式が得られる。使用頻度が高い垂直入射の場合について具体的な形を求めておこう。

(3.59)式から、 $\theta_1 = 0$  であれば  $\hat{\theta}_2 = 0$  であり、(3.47)式から

$$r_p = \frac{\hat{n}_2 - n_1}{\hat{n}_2 + n_1} \quad (3.65)$$

$$\text{および、} \quad R_s = R_p = \left( \frac{\hat{n}_2 - n_1}{\hat{n}_2 + n_1} \right) \left( \frac{\hat{n}_2^* - n_1}{\hat{n}_2^* + n_1} \right) = \frac{(n_2 - n_1 + i\kappa_2)(n_2 - n_1 - i\kappa_2)}{(n_2 + n_1 + i\kappa_2)(n_2 + n_1 - i\kappa_2)}$$

$$= \frac{(n_2 - n_1)^2 + \kappa_2^2}{(n_2 + n_1)^2 + \kappa_2^2} \quad (3.66)$$

導体表面での反射および導体薄膜を透過する光を調べることで、導体の物性、特に光などの高周波電磁波に対する物質の応答についての研究（表面物性論）が進行している。