

2020 年度 情報理工学域 特別編入学試験

数 学

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 受験番号を、すべての解答用紙の受験番号欄に記入しなさい。
4. 試験時間は 120 分です。
5. 問題用紙は 2 枚、解答用紙は 4 枚です。
6. 問題は全部で 5 問あります。合計 4 問選択し、その 4 問を解答しなさい。
なお、5 問全部について解答することはできません。
7. 解答用紙の左上の枠に、選択した問題の番号を正しく記入しなさい。
8. 1 問につき 1 枚の解答用紙に書きなさい。
必要なら解答用紙の裏面を使用してもよいが、その時には表面に「裏面に続く」と記入しなさい。
9. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

数 学

1

a を実数とし, 行列 $A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & -1 & 8 & -3 \\ 3 & 3 & -3 & 1 & -8 \\ 1 & 3 & 1 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 5 & -1 & a \end{bmatrix}$ とする.

線形写像 $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$ を $f(x) = Ax$ ($x \in \mathbb{R}^5$) で定義する. 以下の問いに答えよ.

(配点 30)

- (1) f の像 $\text{Im } f$ について, $\text{Im } f \neq \mathbb{R}^4$ となるための a の値を求めよ.
- (2) a が (1) で求めた値のとき, f の核 $\text{Ker } f$ の次元 $\dim \text{Ker } f$ を求め, その基底を 1 組求めよ.

- (3) a が (1) で求めた値のとき, $v = \begin{bmatrix} -8 \\ 16 \\ 7 \\ b \end{bmatrix} \in \text{Im } f$ となる b の条件を求めよ.

2

3 次正方行列 A と $\mathbb{R}^3$ のベクトル v を次の通りとする. 以下の問いに答えよ.

(配点 30)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

- (1) 行列 A の実数の固有値と, それに対応する固有ベクトルを求めよ.
- (2) v, Av, A^2v が 1 次独立でないことを示せ.
- (3) A^3v, A^4v をそれぞれ v と Av の 1 次結合で表せ.

3

関数

$$f(x, y) = \frac{\pi}{4} - \tan^{-1} \sqrt{x^2 + y^2}$$

に対して, xyz 空間内の曲面 $S: z = f(x, y)$ を考える. 以下の問いに答えよ.

ただし, $y = \tan^{-1} x$ は $x = \tan y$ ($-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$) の逆関数を表す. (配点 30)

- (1) $(x, y) \neq (0, 0)$ に対して, 偏導関数 $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$ をそれぞれ求めよ.
- (2) 曲面 S 上の点 $\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}, f\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)\right)$ における S の接平面の方程式を求めよ.
- (3) 曲面 S と平面 $z = 0$ で囲まれる立体の体積 V を求めよ.

4

次の重積分の値をそれぞれ計算せよ.

(配点 30)

$$(1) \iint_D xy \, dx dy, \quad D = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 1\}$$

$$(2) \iint_D \sin(x^2) \, dx dy, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x \leq \sqrt{\pi}\}$$

5

以下の各問いに答えよ.

(配点 30)

- (1) $z^4 + 1 = 0$ となる複素数 z を求めよ.
- (2) $x = \sqrt{\tan \theta}$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) に対して, 導関数 $\frac{dx}{d\theta}$ を x の式で表せ.
- (3) 広義積分 $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\tan \theta} \, d\theta$ を求めよ.

2020 年度 情報理工学域 特別編入学試験

物 理 学・化 学

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題用紙は 6 枚で、問題は物理学 3 問、化学 3 問あります。
物理学又は化学のいずれかを選択し、選択した科目の全問に解答しなさい。
3. 解答用紙は物理学 3 枚（～），化学 3 枚（～）あります。
4. 受験番号を、すべての解答用紙の受験番号欄に記入しなさい。
5. 解答用紙の「科目の選択」欄には、選択した科目の 3 枚すべてに○印を、
選択しない科目の 3 枚すべてに×印を付けなさい。
6. 解答は、選択した科目の解答用紙（○印を付けた解答用紙）に記入しなさい。
必要なら解答用紙の裏面を使用してもよいが、そのときには表面に「裏面に続く」と記入しなさい。
7. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に
気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 試験時間は 90 分です。
9. 試験終了時に、監督者の指示に従って、すべての解答用紙を提出しなさい。
10. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

物 理 学

1

図1のように、水平で滑らかな床の上に一端が固定され、他端に質量 M の小物体 A がつながれた軽いばねがある。ばねには速さに比例する内部摩擦があり、ばねを縮めてから小物体 A を静かに離すと減衰振動した。ばね定数を k 、速さに比例する内部摩擦の係数を正の定数 λ 、ばねの伸びの向きに x 軸をとり、自然長での小物体 A の位置を $x = 0$ として、以下の問に答えよ。(配点 30)

- (1) 小物体 A の運動方程式を位置 $x(t)$ を用いて示せ。
- (2) 減衰振動の条件を k , λ , M を用いて表せ。
- (3) ばねを x_0 だけ縮めて、時刻 $t = 0$ で小物体 A を静かに離した。時刻 t での位置 $x(t)$ を求めよ。

次に、図2のように、質量 m の小物体 B を小物体 A の右側に置き、ばねを x_0 だけ縮めた位置から静かに離した。はじめ、2つの小物体は一体となって運動し、ばねが伸びる途中で小物体 B が小物体 A から離れて $+x$ 方向に運動した。以下の問に答えよ。

- (4) 小物体 B が離れるときの位置 x_a と速度 v_a の関係を求めよ。
- (5) 小物体 B が離れる位置 x_a は正か負か、理由とともに答えよ。

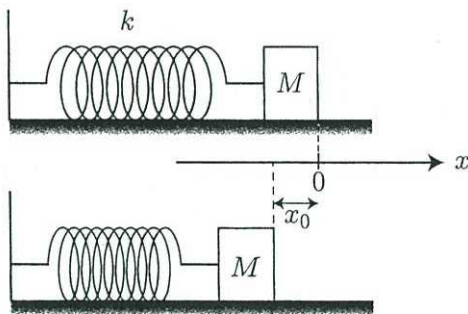


図 1

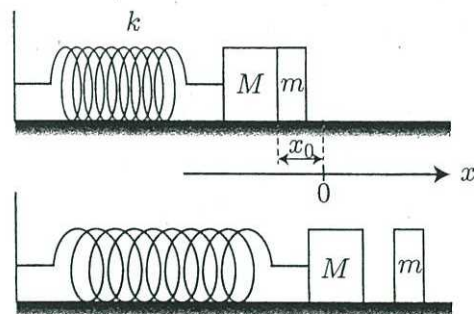
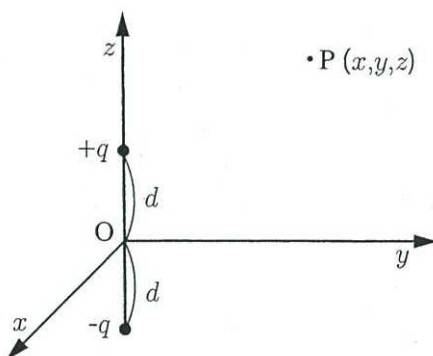


図 2

2

下図のように 1 対の点電荷 $+q$ と $-q$ をそれぞれ点 $(0, 0, d)$ および $(0, 0, -d)$ におく. この点電荷の対が作る電位ならびに電場について以下の問に答えよ. ただし, 電気定数 (真空の誘電率) は ϵ_0 とし, 電位の基準点は無限遠にとること. (配点 30)

- (1) $\pm q$ の点電荷の対による点 $P(x, y, z)$ での電位 $\phi(x, y, z)$ を求めよ.
- (2) 原点 O から点 P までの距離 $r (= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$ に比べ, 点電荷の間隔 $2d$ が十分小さいとして, 上の電位 $\phi(x, y, z)$ を d の 1 次までの形で表せ. ただし, r を用いて簡潔に表すこと.
- (3) 点電荷対が作る電場の等電位線を y - z 平面上についてのみ解答用紙に図示せよ. ただし, 原点 O , 点電荷の位置を明記し, 特徴が分かる様に, $d \ll r$ としてよい範囲で描くこと.
- (4) (2) の場合の電場 E の各成分を d の 1 次までの形で求めよ.



3

実在する気体の性質を近似的に取り入れた 1 モルの気体に対する状態方程式 (ファン・デル・ワールスの状態方程式)

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

を考える。ここで、 T は温度、 p は圧力、 V は体積、 a と b は定数、 R は気体定数として、以下の問に答えよ。(配点 30)

- (1) 上記の式は実在気体のどんな性質を考慮したか。理想気体の状態方程式との違いを二点答えよ。
- (2) 臨界点における臨界温度 T_c 、臨界圧力 p_c 、臨界体積 V_c をそれぞれ求めよ。ただし、臨界点では $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T = 0$ の関係を満たすものとする。
- (3) 臨界圧力 2.3×10^5 Pa、臨界体積 $63 \text{ cm}^3/\text{mol}$ の物質の臨界温度は何 K か。ただし、気体定数は $R = 8.3 \text{ J}/(\text{K}\cdot\text{mol})$ とする。
- (4) 臨界温度 T_c よりわずかに低温で液相と気相が共存した。このときの等温曲線の概形を、縦軸に圧力 p 、横軸に体積 V をとり、描け。さらに、液相と気相が共存する範囲を横軸に示せ。

化 学

1

原子の構造に関する以下の問に答えよ。計算を要する問では計算過程も記すこと。(配点 30)

(1) 原子の軌道電子の配置は量子数を使って示される。以下の問に答えよ。

- (a) 主量子数 $n = 2$ がとり得るすべての方位量子数 l , 磁気量子数 m の組み合わせを, 例にならって記せ。

例: $(n, l, m) = (1, 0, 0)$

- (b) 主量子数 $n = 5$ の殻には最大何個まで電子が入るか。
 (c) 主量子数 n は数字を用いて表すが, 方位量子数 l には対応するアルファベットの記号がある。下の表の方位量子数 l に対応する適切な記号(i)~(iii)を記せ。

l	0	1	2	3
記号	(i)	(ii)	(iii)	f

- (d) 原子番号 16 の硫黄について, その中性原子および S^{2-} イオンの電子配置を主量子数と前問(c)のアルファベット記号を用いて記せ。

(2) 水素型原子またはイオン (水素原子と同様に 1 個の電子をもつ) における主量子数 n の電子がもつエネルギー [J] は,

$$E_n = -\frac{hcRZ^2}{n^2}$$

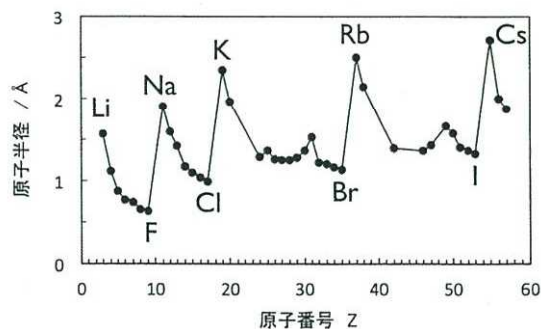
で与えられる。ここで, h は プランク定数 6.6×10^{-34} Js, c は真空中の光の速度 3.0×10^8 m s $^{-1}$, R はリュードベリ定数 1.1×10^7 m $^{-1}$, Z は原子番号である。以下の問に答えよ。

- (a) 水素原子の基底状態のエネルギー [J] を求めよ。
 (b) 水素原子から 1 個の電子を完全に取り除くのに必要なエネルギー (イオン化エネルギー) を eV 単位 で求めよ。ただし, $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ とする。
 (c) 前問(b)の結果を参考にして, Li^{2+} のイオン化エネルギー [eV] を求めよ。

(3) 原子番号 Z が 57 番までの主な元素の原子半径 (固体中の隣接原子の中心との間の距離の半分) を Å 単位で右図に示した。

以下の問に答えよ。

- (a) 第 3 周期までの同一周期内では, 原子番号が大きくなると原子半径が減少するのはなぜか。その理由を説明せよ。
 (b) 同族元素では, 原子番号が大きいくほど原子半径が大きくなるのはなぜか。その理由を説明せよ。

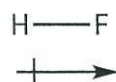


化学結合に関する以下の問に答えよ。計算を要する問には計算式も記すこと。(配点 30)

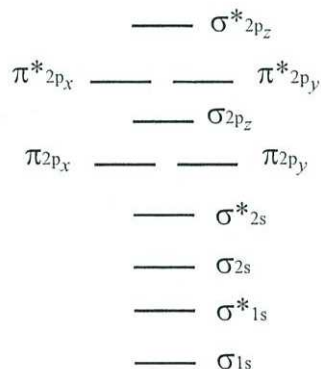
(1) 以下の化合物について問に答えよ。

二酸化硫黄 四塩化炭素 エチレン 硫化水素 三フッ化窒素
 ベンゼン アンモニア 二酸化炭素 *o*-ジクロロベンゼン
m-ジクロロベンゼン *p*-ジクロロベンゼン

- (a) 永久双極子モーメントがゼロでないものをすべて選べ。ただし、いずれも気体状態であるとする。
- (b) 前問(a)で選んだすべての化合物の分子構造を書き、それぞれの永久双極子モーメントの方向を例にならって図示せよ。例：



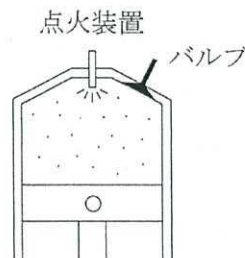
(2) 窒素分子 N_2 の分子軌道のエネルギー準位の概略は右図のように表される。これに関して以下の問に答えよ。



- (a) 解答用紙にこの図を書いて N_2 の電子配置を記せ。電子のスピンを矢印で記すこと。
- (b) N_2 とその陽イオン N_2^+ 、陰イオン N_2^- の結合次数をそれぞれ求めよ。これらのうち最も結合の強いものはどれか、結合次数をもとに述べよ。ただし N_2^+ 、 N_2^- の分子軌道のエネルギー準位は N_2 のものと同じであるとする。
- (3) ハロゲン 2 原子分子 Br_2 、 Cl_2 、 F_2 、 I_2 を結合距離の大きい順に並べよ。その理由も述べよ。
- (4) 三フッ化ホウ素 BF_3 および、 BF_3 とアンモニアとの錯体 F_3BNH_3 の電子式をそれぞれ記せ。電荷を表す符号 (+, -) は書かなくてよい。さらに、それぞれの立体構造を書け。
- (5) ナフタレン C_{10}H_8 の分子構造を炭素の混成軌道にもとづいて説明せよ。また、ナフタレンを形成する σ 結合、 π 結合についても説明せよ。さらに、ナフタレンの共鳴構造を記せ。

熱力学に関する次の問に答えよ。気体はすべて理想気体とし、計算を要する間では導出過程も記すこと。(配点 30)

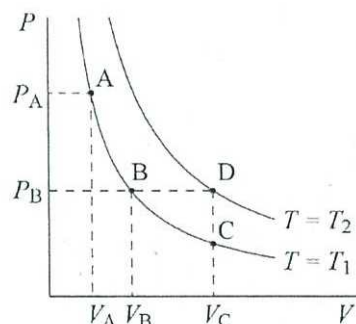
- (1) 右図のようなピストンを考える。1 mol の炭化水素 C_8H_{18} とある量の酸素の混合気体を、バルブから瞬時に封入し、点火装置で完全燃焼した。生成物はすべて気体とする。



- C_8H_{18} の完全燃焼の化学反応式を書け。
- C_8H_{18} (気体)、二酸化炭素 (気体)、水 (気体) の標準生成エンタルピーはそれぞれ -220 kJ mol^{-1} , -390 kJ mol^{-1} , -240 kJ mol^{-1} である。標準状態における完全燃焼のエンタルピー変化を求めよ。
- 完全燃焼後の混合気体は、体積一定のまま温度 T から T' に変化した。内部エネルギー変化 ΔU を求めよ。ただし混合気体の定積熱容量を C_V とする。
- 前問 (c) の過程を経た混合気体は、下記 (i) または (ii) の変化をする。それぞれについて、体積 V に対する圧力 P の関係を、一つのグラフとして図示せよ。ただし、断熱変化の関係式 $PV^\gamma = \text{一定}$ ($\gamma = C_P/C_V > 1$, C_P : 定圧熱容量) を用いてよい。
 - 温度 T' に保ちながら体積 V_1 から V_2 に膨張した。
 - 熱の出入りが無い条件で体積 V_1 から V_2 に膨張した。

- (2) 右図は、ある気体 1 mol の温度 T_1 および T_2 での可逆的な等温変化を表す。経路 I ($A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$) のエントロピー変化 ΔS_I は次式で表される。ただし、定積モル熱容量 C_V 、定圧モル熱容量 C_P 、気体定数 R とする。

$$\Delta S_I = R \ln \frac{V_C}{V_A} + C_V \ln \frac{T_2}{T_1}$$



- C_V と C_P の関係を式で記せ。
 - 経路 II ($A \rightarrow B \rightarrow D$) のエントロピー変化 ΔS_{II} を式で表せ。
 - $T_2/T_1 = V_C/V_B$ であることを使って、 $\Delta S_I = \Delta S_{II}$ を示せ。
- (3) ある化学反応 $A \rightarrow B + C$ について、標準エンタルピー変化 $\Delta H^\circ = 150 \text{ kJ mol}^{-1}$ 、標準エントロピー変化 $\Delta S^\circ = 300 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ である。この反応の標準ギブズ自由エネルギー変化 ΔG° を求めよ。また、この反応は標準状態で自発的に進行するか。

2020 年度 情報理工学域 特別編入学試験

英 語

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 受験番号を、すべての解答用紙の受験番号欄に記入しなさい。
4. 試験時間は 90 分です。
5. 問題用紙は 6 枚、解答用紙は 2 枚です。解答用紙の該当欄に解答しなさい。
6. 問題は 2 問あります。両方とも解答しなさい。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

- I 次の英文について、250 字以内の日本語で要約しなさい。英数字は 1 マスに 2 文字を記入すること。

例：UEC →

UE	C
----	---

 1234 →

12	34
----	----

*のついた語には文末に注釈があります。下書き用紙が問題の後にあります。(配点 50)

著作権上の都合により、掲載いたしません。

著作権上の都合により、掲載いたしません。

著作権上の都合により、掲載いたしません。

注 *probe 探査機
 *asteroid 小惑星

出典：AFP-JIJI, Kyodo. (2019, February 22). *The Japan Times*. Retrieved from
<https://www.japantimes.co.jp/news/> (問題作成のため題名を省略しました。)

I 下書き用紙

注意：答えは必ず解答用紙に書きなさい。英数字は1マスに2文字を記入すること。

例：UEC →

UE	C
----	---

1234 $\rightarrow$

12	34
----	----

A blank graph paper with a grid. The horizontal axis is labeled '250' at the bottom left, and the vertical axis is labeled '100' and '200' on the right side.

II

次の二つの質問から一つだけ選んで、少なくとも二つの理由を挙げて英語で具体的に答えなさい。選んだ質問の番号を解答用紙の [] の中に書きなさい。
(配点 40)

1. In your opinion, should the television be turned off when you eat breakfast?
Why or why not?

OR

2. Japan has many earthquakes, typhoons, and other natural disasters. With the possibility of these happening, is Tokyo a safe place to live in? Why or why not?

下書き用紙が次のページについています。

Ⅱ 下書き用紙

注意：答えは必ず解答用紙に書きなさい。