Solución Actividades Tema 5 MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS Y CIRCULARES. CINEMÁTICA.

Pág. 117	nº 4 y **5**
Pág. 118	nº **7**
Pág. 119	nº **9**
Pág. 120	nº **10** y 11
Pág. 121	nº **13**
Pág. 122	nº **18**
Pág. 123	nº **20**
Pág. 124	nº 21 y **22**
Pág. 125	nº **23** y **25**
Pág. 127	nº **30**
Pág. 128	nº **33**

PRACTICA

Pág. 131	nº **39**, 44, **46**, **49** y **50**
Pág. 132	nº **53**, **56**, **61**, 62 y **63**
Pág. 133	nº **65**, **67**, 69 y **71**

APLICA LO APRENDIDO

Pág. 133	nº **73**

En **clase** se corregirán preferentemente las actividades **subrayadas** y en **negrita**.

Actividades Unidad

4. Calcula, en cada caso, la velocidad media de los siguientes móviles asignándole el signo que le corresponda según los datos que se dan:

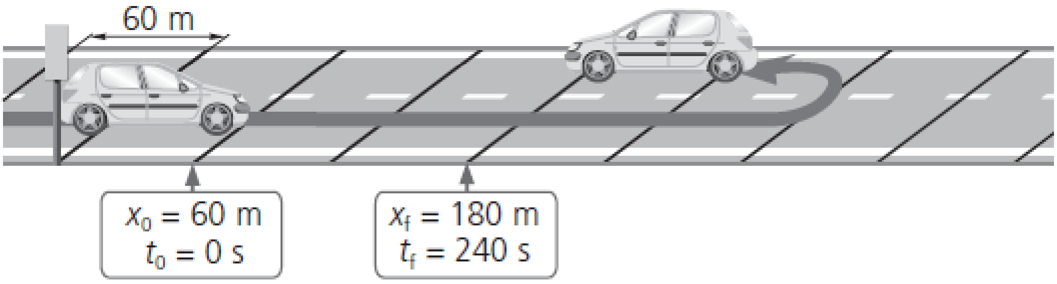
a) El móvil se ha movido 600 m hacia la izquierda y ha invertido 2 min.

$$a)\quad v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-600\ \text{m}}{120\ \text{s}} = -5\ \text{m/s}$$

b) El móvil se encuentra 30 m a la izquierda del punto de referencia en el instante *t* = 2 s, mientras que su posición es de 90 m a la derecha de dicho punto en el instante *t* = 10 s.

$$b)\quad v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{90\ \text{m} - (-30\ \text{m})}{10\ \text{s} - 2\ \text{s}} = 15\ \text{m/s}$$

5. Un coche describe este movimiento:



a) Calcula el valor del desplazamiento y el espacio recorrido por el coche.

$$\Delta x = x_f - x_0 = 180\ \text{m} - 60\ \text{m} = 120\ \text{m}$$

El desplazamiento del móvil ha sido de 120 m hacia la derecha, mientras que el espacio recorrido, *s*, ha sido de 360 m.

b) Halla el valor de la velocidad media del coche. ¿Se obtiene el mismo valor si utilizamos el espacio recorrido? Justifícalo.

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{180\ \text{m} - 60\ \text{m}}{240\ \text{s}} = 0{,}5\ \text{m/s}$$

Si utilizamos el espacio recorrido, en lugar del desplazamiento, la velocidad calculada es diferente, pues el móvil ha cambiado de sentido.

7. Un galgo corre en línea recta por el campo persiguiendo a una liebre. Con un árbol como referencia, se han obtenido los siguientes datos de posición y tiempo:

x (m)	–200	–50	0	125	225
t (s)	0	30	40	65	85

Realiza los cálculos necesarios para averiguar qué tipo de movimiento es.

Si calculamos la velocidad para cada dos instantes de tiempo consecutivos, tenemos:

- Desde t_0 = 0 s hasta t_1 = 30 s:

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-50\text{ m} - (-200\text{ m})}{30\text{ s} - 0\text{ s}} = \frac{150\text{ m}}{30\text{ s}} = 5\text{ m/s}$$

- Desde t_1 = 30 s hasta t_2 = 40 s:

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0\text{ m} - (-50\text{ m})}{40\text{ s} - 30\text{ s}} = \frac{50\text{ m}}{10\text{ s}} = 5\text{ m/s}$$

- Desde t_2 = 40 s hasta t_3= 65 s:

$$v_3 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{125\text{ m} - 0\text{ m}}{65\text{ s} - 40\text{ s}} = \frac{125\text{ m}}{25\text{ s}} = 5\text{ m/s}$$

- Desde t_3 = 65 s hasta t_4 = 85 s:

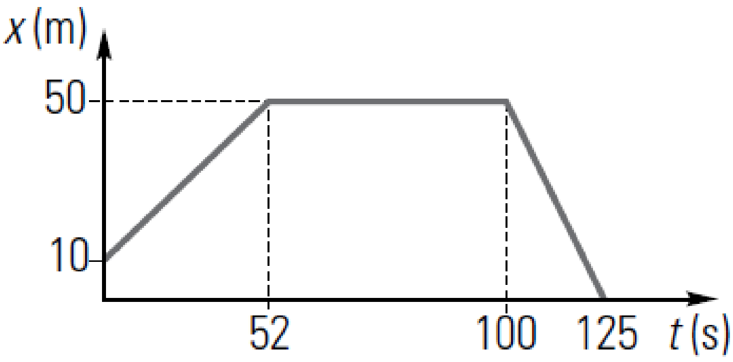
$$v_4 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{225\text{ m} - 125\text{ m}}{85\text{ s} - 65\text{ s}} = \frac{100\text{ m}}{20\text{ s}} = 5\text{ m/s}$$

El movimiento es uniforme, pues la velocidad es constante y vale 5 m/s. Si calculamos la velocidad media de todo el intervalo de tiempo considerado, también debe valer 5 m/s, lo cual confirma que se trata de un movimiento uniforme:

Desde t_0 = 0 s hasta t_4 = 85 s:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{225\ \text{m} - (-200\ \text{m})}{85\ \text{s} - 0\ \text{s}} = \frac{425\ \text{m}}{85\ \text{s}} = 5\ \text{m/s}$$

9. Una persona pasea por una avenida recta en la que hay un quiosco de prensa que se toma como referencia. Interpreta esta gráfica en sus distintos tramos, que describe los movimientos de la persona:



En la gráfica se distinguen tres tramos:

Tramo A: la persona, que inicialmente se encuentra en un punto situado 10 m a la derecha del punto de referencia, se desplaza con movimiento uniforme hacia la derecha (línea recta ascendente), con velocidad constante igual a:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50\ \text{m} - 10\ \text{m}}{52\ \text{s} - 0\ \text{s}} = \frac{40\ \text{m}}{52\ \text{s}} = 0{,}77\ \text{m/s}$$

Tramo B: la persona se detiene en la posición x = 50 m, es decir, en un punto situado a 50 m a la derecha del punto de referencia, y permanece en esa posición durante 48 s, desde el instante t = 52 s hasta el instante t = 100 s.

Tramo C: la persona se desplaza con movimiento uniforme (gráfica línea recta), hacia la izquierda (descendente), desde la posición x = 50 m hasta el punto de referencia (x = 0 m), con velocidad constante igual a:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0\ \text{m} - 50\ \text{m}}{125\ \text{s} - 100\ \text{s}} = \frac{-50\ \text{m}}{25\ \text{s}} = -2\ \text{m/s}$$

10. Interpreta las siguientes ecuaciones de movimiento, indicando para cada una la posición inicial, la velocidad del móvil y el sentido del movimiento:

a) $x = 40 + 10 \cdot t$
b) $x = -50 + 10 \cdot t$
c) $x = -25 - 2 \cdot t$

En todos los casos se trata de ecuaciones de posición de movimientos uniformes, porque aparecen relacionados la posición y el tiempo, y la dependencia es de tipo lineal (t está elevado a 1).

Teniendo en cuenta la expresión general de la ecuación del mru:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

a) Posición inicial del móvil: $x_0 = 40$ m. Por tanto, el móvil se encuentra en un punto situado a 40 m a la derecha del punto de referencia en el instante en que comenzamos a contar el tiempo.
Velocidad: $v = 10$ m/s. Por tanto, el móvil recorre 10 m en cada segundo, con velocidad constante, moviéndose hacia la derecha ($v > 0$).
El móvil no pasará por el punto de referencia.

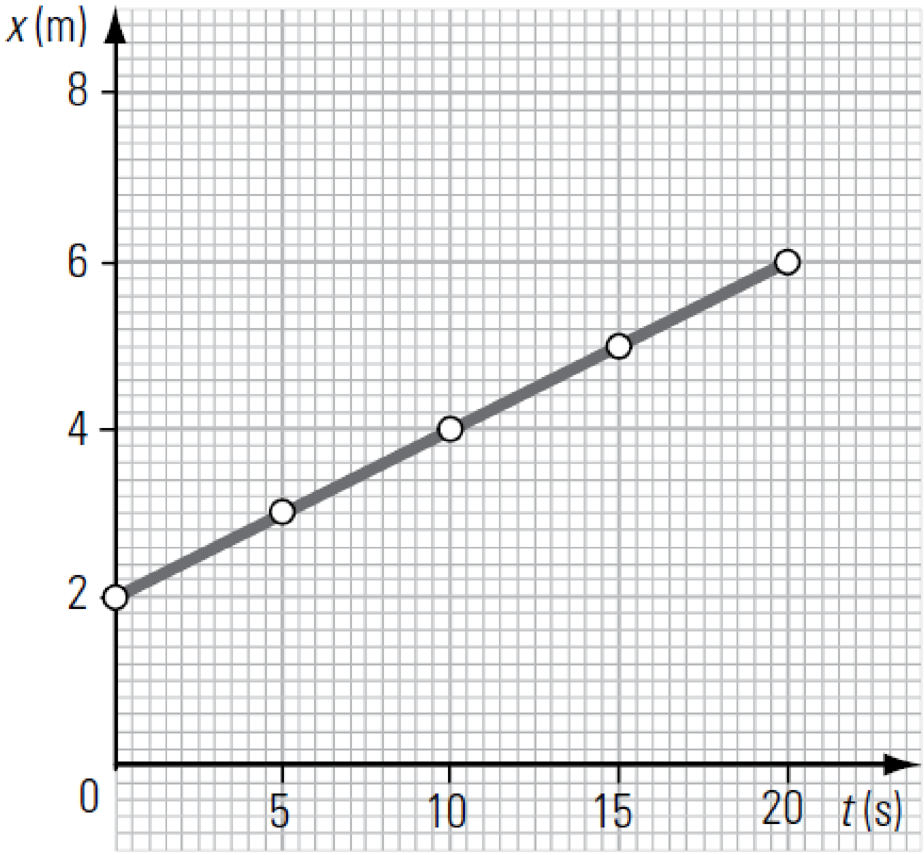
b) Posición inicial del móvil: $x_0 = -50$ m. Por tanto, el móvil se encuentra en un punto situado a 50 m a la izquierda del punto de referencia en el instante en que comenzamos a contar el tiempo.
Velocidad: $v = 10$ m/s. Por tanto, el móvil recorre 10 m en cada segundo, con velocidad constante, moviéndose hacia la derecha ($v > 0$).
El móvil pasará por el punto de referencia.

c) Posición inicial del móvil: $x_0 = -25$ m. Por tanto, el móvil se encuentra en un punto situado a 25 m a la izquierda del punto de referencia en el instante en que comenzamos a contar el tiempo.
Velocidad: $v = -2$ m/s. Por tanto, el móvil recorre 2 m en cada segundo, con velocidad constante, moviéndose hacia la izquierda ($v < 0$).
El móvil no pasará por el punto de referencia.

11. La ecuación que describe el movimiento de un objeto en una cinta transportadora es $x = 2 + 0{,}2 \cdot t$. Construye una tabla de datos de posición y tiempo y representa la gráfica correspondiente. ¿Qué tipo de movimiento describe el objeto?

Es una ecuación de movimiento uniforme: aparecen las variables posición y tiempo relacionadas mediante una igualdad, y el tiempo está elevado a la unidad. La posición en el instante inicial es $x_o = 2$ m (2 m a la derecha del punto de referencia) y la velocidad es $v = 0{,}2$ m/s (el móvil recorre 0,2 m en cada segundo, hacia la derecha, $v > 0$). Si construimos una tabla de valores, y representamos los datos, obtendremos una gráfica lineal, cuya pendiente es la velocidad del movimiento.

t **(s)**	0	5	10	15	20
x **(m)**	2	3	4	5	6



13. Imagina que pretendemos cruzar de una orilla a otra de un río con una barca que desarrolla una velocidad de 12 km/h. Teniendo en cuenta que la separación entre ambas orillas es de 240 m y que la corriente nos desplaza a 4 km/h, ¿cuánto tiempo invertiremos?, ¿qué distancia total habremos recorrido?

Para realizar los cálculos en unidades del SI, convertimos los datos de velocidad en m/s: 12 km/h = 3,33 m/s; 4 km/h = 1,11 m/s.

Las ecuaciones de los dos movimientos son entonces:

x = 1,11 t (corriente) y = 3,33 t (avance barca)

Vamos a calcular el tiempo que tarda en cruzar el río la barca:

$$240 \text{ m} = 3{,}33 \text{ m/s} \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = 240 \text{ m}/3{,}33 \text{ m/s} = 72 \text{ s}$$

Durante ese intervalo de tiempo, el desplazamiento por la corriente será:

$$x = 1{,}11 \text{ m/s} \cdot 72 \text{ s} = 80 \text{ m}$$

La distancia total recorrida por la barca viene dada por la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos catetos son la perpendicular que une ambas orillas y el desplazamiento en el sentido de la corriente, resultando ser de 253 m.

18. Señala el error de estos enunciados y vuelve a escribirlos de forma que sean correctos:

a) La aceleración es el cociente del espacio recorrido y el tiempo empleado. La aceleración es el cociente entre la variación de velocidad experimentada por el móvil y el intervalo de tiempo empleado en ello.

b) La velocidad de un mru es cero. La velocidad de un mru es constante.

20. Un móvil parte del reposo e incrementa su velocidad en 0,53 m/s cada 4 s.

a) ¿Qué tipo de movimiento tiene el móvil? ¿Cuánto vale su aceleración?

b) Elabora una tabla, tomando los valores de tiempo adecuados, y construye la gráfica velocidad- tiempo para este movimiento.

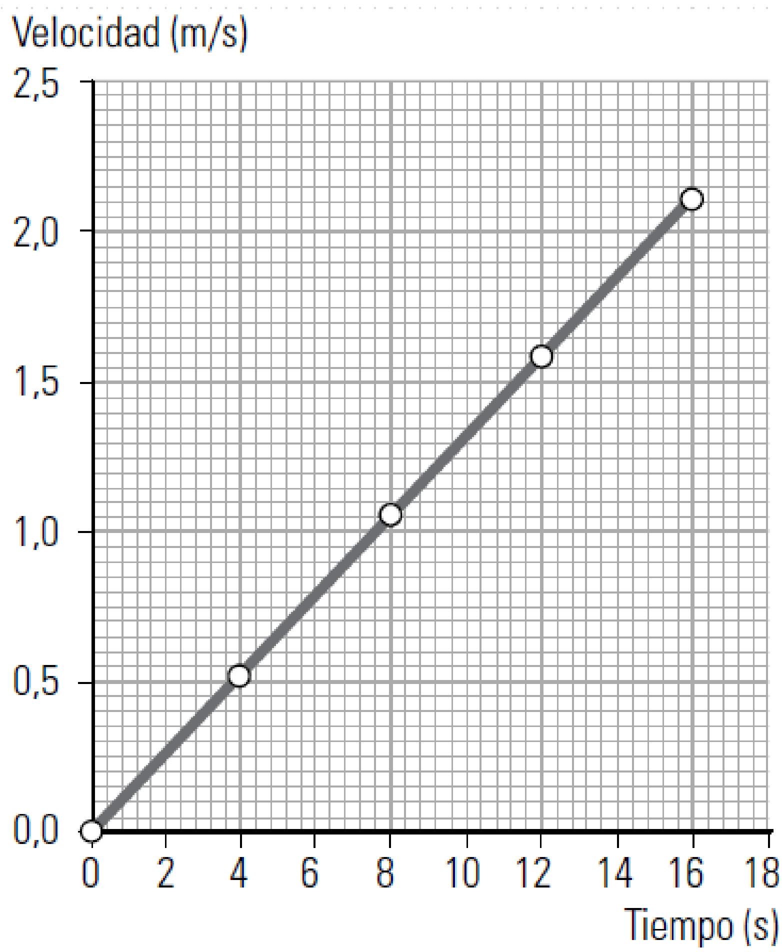
c) ¿Confirma la gráfica tus respuestas del primer apartado?

a) El incremento de la velocidad es constante para un intervalo de tiempo dado, por lo tanto, se trata de un ***movimiento uniformemente acelerado***. La aceleración la calculamos dividiendo el incremento de velocidad entre el intervalo de tiempo correspondiente:

$$a = \frac{0{,}53 \ m/s}{4 \ s} = 0{,}13 \ m/s^2$$

b) Podríamos obtener la siguiente tabla, y la gráfica de velocidad correspondiente:

Tiempo (s)	0	4	8	12	16
Velocidad (m/s)	0	0,53	1,06	1,59	2,12



c) La representación en esta **gráfica** de velocidad es una **línea recta**, de **pendiente 0,13**, que **confirma** que es un ***movimiento uniformemente acelerado*** cuya aceleración tiene el valor calculado anteriormente.

21. Calcula la velocidad y la posición, cuando han transcurrido 10 s, de un cuerpo que se mueve en línea recta con una aceleración de 2,5 m/s^2, sabiendo que parte de una posición situada 2 m a la izquierda del punto de referencia con una velocidad inicial de 3 m/s.

Si escribimos las ecuaciones de movimiento a partir de los datos que nos proporcionan, sabiendo que se trata de un mruv:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow x = -2 + 3t + 1{,}25\ t^2$$

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 3 + 2{,}5\ t$$

Sustituimos el valor t = 10 s en las ecuaciones, obtenemos:

$$x = -2\text{ m} + 3\text{ m/s} \cdot 10\text{ s} + 1{,}25\text{ m/s}^2 \cdot (10\text{ s})^2 = 153\text{ m}$$

$$v = 3 + 2{,}5\,t = 3\text{ m/s} + 2{,}5\text{ m/s}^2 \cdot 10\text{ s} = 28\text{ m/s}$$

22. Un vehículo está frenando con una aceleración de 0,6 m/s². Si su velocidad cuando comenzó a frenar era de 90 km/h, ¿cuánto tarda en pararse? ¿Qué distancia recorre durante la frenada? (Nota: sitúa el punto de referencia en el lugar donde comienza la frenada).

En primer lugar, expresamos la velocidad inicial del vehículo en las unidades del S.I., es decir, en m/s:

$$v = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \cdot \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = 25\text{ m/s}$$

Y escribimos las ecuaciones de movimiento, considerando que se trata de un murr ($a < 0$):

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\,a \cdot t^2 \rightarrow x = 25\,t - 0{,}3\,t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t \qquad \rightarrow v = 25 - 0{,}6\;t$$

Para calcular el instante de tiempo en que el vehículo se para, hacemos $v = 0$ en la ecuación de velocidad:

$$v = 25 - 0{,}6\,t$$

$$0 = 25 - 0{,}6\,t$$

$$0{,}6\,t = 25$$

$$t = \frac{25\text{ m/s}}{0{,}6\text{ m/s}^2} = 41{,}7\text{ s}$$

El vehículo tardará en detenerse 41,7 s.

Considerando que el punto de referencia se tomó como la posición en que comienza a frenar, si calculamos la posición del vehículo en el instante $t = 41{,}7$ s, se corresponderá con la distancia recorrida antes de detenerse:

$$x = 25\,t - 0{,}3\,t^2$$

$$x = 25 \text{ m/s} \cdot 41{,}7 \text{ s} - 0{,}3 \text{ m/s}^2 \cdot (41{,}7 \text{ s})^2 = 520{,}8 \text{ m}$$

El vehículo se detiene a 520,8 m del punto en que comenzó a frenar.

23. Un bolígrafo ha caído desde una cierta altura y ha llegado al suelo con una velocidad de 4 m/s. Calcula el tiempo que ha tardado en alcanzar el suelo y la altura desde la que se ha producido la caída.

Consideramos que el movimiento de caída del bolígrafo se rige por las ecuaciones de movimiento de una caída libre:

$$v = g \cdot t \quad \rightarrow v = 9{,}8\,t$$

$$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow s = 4{,}9\,t^2$$

Para saber el tiempo de caída basta con sustituir el valor v = 4 m/s, que es la velocidad con que llega al suelo, en la primera ecuación. Sustituyendo en la segunda ecuación:

$$4 \text{ m/s} = 9{,}8\,t \rightarrow t = \frac{4 \text{ m/s}}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 0{,}41 \text{ s}$$

Sustituyendo en la segunda ecuación:

$$s = 4{,}9 \cdot t^2 = 4{,}9 \text{ m/s}^2 \cdot (0{,}41 \text{ s})^2 = 0{,}82 \text{ m}$$

25. Lanzamos hacia arriba una bola con una velocidad de 12 m/s. ¿Qué tipo de movimiento describe la bola? Halla el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima. ¿Cuál es esa altura?

El movimiento de ascenso de la bola es uniformemente retardado, pues su velocidad va disminuyendo a medida que transcurre el tiempo. El valor de la aceleración es 9,8 m/s^2, pero tomada con signo negativo. Considerando que la velocidad inicial del movimiento es v_0 = 12 m/s, las ecuaciones serán:

$$v = v_0 - g \cdot t \quad \rightarrow v = 12 - 9{,}8\, t$$

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow s = 12\, t - 4{,}9\, t^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2\, g \cdot s \quad \rightarrow v^2 = 144 - 19{,}6\, s$$

Como la bola disminuye su velocidad a medida que asciende, su altura máxima la alcanza en el momento en que su velocidad se hace cero, es decir, se detiene, para volver a caer. Sustituyendo $v = 0$ en la primera ecuación, calculamos el tiempo que tarda en alcanzar esta altura máxima:

$$v = 12 - 9{,}8\, t \rightarrow 0 = 12 - 9{,}8\, t \rightarrow$$

$$\rightarrow t = \frac{12\ \text{m/s}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 1{,}2\ \text{s}$$

Y la altura la podemos calcular haciendo $v = 0$ en la tercera ecuación, o sustituyendo este valor del tiempo en la segunda ecuación.

$$v^2 = 144 - 19{,}6\, s \rightarrow 0 = 144 - 19{,}6\, s$$

$$\rightarrow s = \frac{144\ \text{m}^2/\text{s}^2}{19{,}6\ \text{m/s}^2} = 7{,}3\ \text{m}$$

30. Un tiovivo tarda 18 segundos en completar una vuelta. Realiza los cálculos necesarios e indica:

a) La velocidad angular del tiovivo.

La velocidad angular del tiovivo se calcula dividiendo el ángulo recorrido (2π = 6,28 rad, al ser una vuelta completa) entre el tiempo empleado en ello (t = 18 s):

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{6{,}28\, rad}{18\, s} = 0{,}35\ rad/s$$

b) El ángulo que recorre en 12 s.

El ángulo recorrido por el tiovivo en 12 segundos será:

$$\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t = 0{,}35\, rad/s \cdot 12\ s = 4{,}2\ rad = 241º$$

c) La frecuencia del movimiento descrito por el tiovivo.

La frecuencia del movimiento se calcula dividiendo la velocidad angular entre 6,28 radianes (ángulo que corresponde a una vuelta completa):

$$\omega = 2\pi \cdot f \rightarrow \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0{,}35\, rad/s}{6{,}28\, rad} = 5{,}6 \cdot 10^{-2}\ s^{-1} = 5{,}6 \cdot 10^{-2}\ Hz$$

33. Un móvil describe una trayectoria circular de 8 m de diámetro, cuya ecuación de movimiento es de la forma: φ = 2 + 5*t*.

a) ¿Qué tipo de movimiento tiene? Indica el valor de su velocidad angular. Describe un movimiento circular uniforme, cuya velocidad angular es de 5 rad/s.

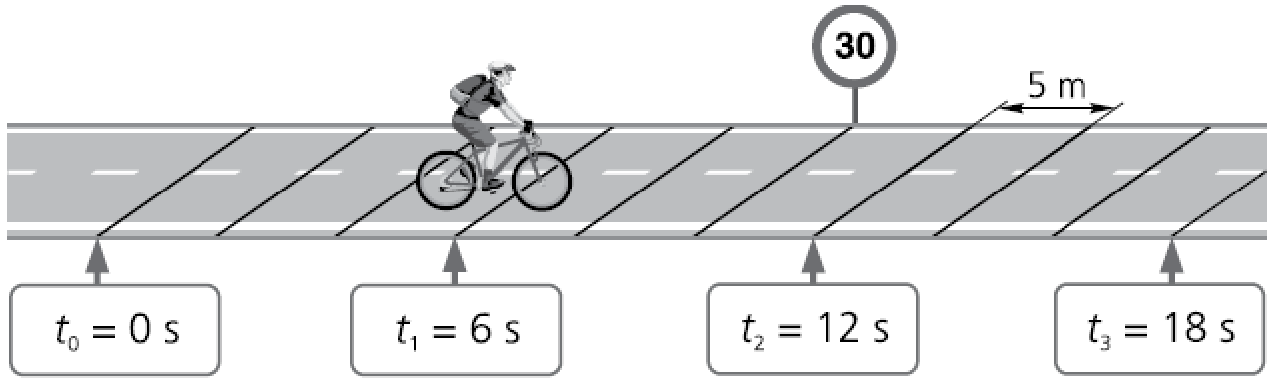
b) Halla el ángulo recorrido por el móvil al cabo de 2 minutos. En un intervalo de tiempo de 2 min = 120 s, el ángulo barrido por el móvil ha sido de $\varphi = 2 + 5 \cdot t = 2 + 5 \cdot (20) = 602$ rad.

c) Escribe la ecuación del movimiento en función de las magnitudes lineales, *s* y *v*. Como la velocidad lineal del móvil es $v = \omega \cdot R = 5$ rad/s · 4 m = 20 m/s, y $s_0 = \varphi_0 \cdot R = 2$ rad · 4 m = 8 m, la ecuación de movimiento en función de las magnitudes lineales será:

$$s = s_0 + v \cdot t \quad \rightarrow \quad s = 8 + 20 \cdot t$$

PRACTICA

39. El ciclista del dibujo circula por una pista horizontal. Elabora una tabla posición-tiempo, interpretando el significado de cada pareja de datos. Toma como referencia la señal de tráfico.



Considerando la señal como punto de referencia, obtendremos lo siguiente sobre el movimiento del ciclista:

Instante de tiempo *t* (s)	Posición *x* (m)	Significado
0	–25	El ciclista se encuentra 25 m a la izquierda del punto de referencia.
6	–10	El ciclista se encuentra 10 m a la izquierda del punto de referencia.
12	5	El ciclista se encuentra 5 m a la derecha del punto de referencia.
18	20	El ciclista se encuentra 20 m a la derecha del punto de referencia.

44. Calcula la velocidad media de un móvil que se encuentra inicialmente en un punto situado a 10 m a la izquierda del punto de referencia y que, transcurridos 15 s, está a 250 m a la derecha de este. Interpreta el resultado.

Para calcular la velocidad media, se necesitan datos de posición para dos instantes de tiempo dados. En este caso:

Para $t_0 = 0$ s → $x_0 = –10$ m.
Para $t_1 = 15$ s → $x_1 = 250$ m

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{250\ \text{m} - (-10\ \text{m})}{15\ \text{s} - 0\ \text{s}} = \frac{260\ \text{m}}{15\ \text{s}} = 17{,}3\ \text{m/s}$$

El móvil se desplaza hacia la derecha ($v > 0$), a razón de 17,3 m en cada segundo, por término medio.

46. En una prueba de clasificación para un gran premio de automovilismo, un primer piloto ha completado el recorrido de 4700 m en 2 minutos y 10 segundos; un segundo piloto lo ha realizado a una velocidad de 140 km/h; y un tercer piloto lo ha hecho a la velocidad de 37 m/s. ¿Cómo quedará distribuida la parrilla de salida?

Calculamos la velocidad de cada piloto, expresada en unidades del SI (m/s):

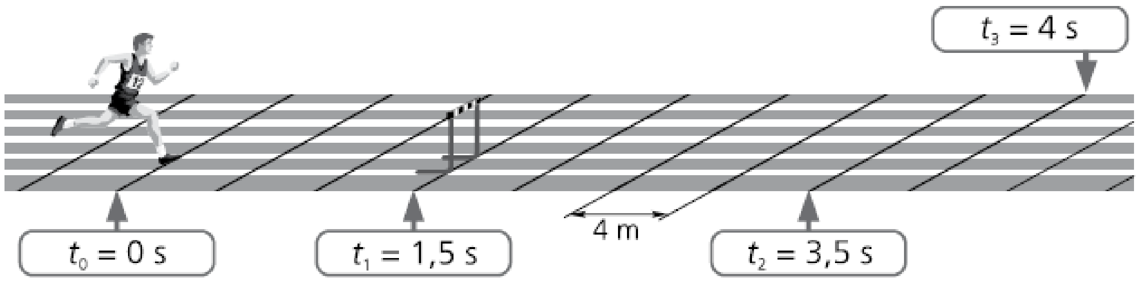
Piloto 1: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4\,700\ \text{m}}{130\ \text{s}} = 36{,}2\ \text{m/s}$

Piloto 2: $v = 140\ \text{km/h} \cdot \frac{1\,000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3\,600\ \text{s}} = 38{,}9\ \text{m/s}$

Piloto 3: $v = 37\ \text{m/s}$.

El primero de la parrilla será el piloto 2, luego el piloto 3 y, por último, el tercer puesto de salida será para el piloto número 1.

49. En el dibujo se representa la posición de un corredor en diferentes instantes de tiempo durante una carrera.



a) Construye una tabla de datos posición-tiempo. Toma como punto de referencia la valla.

Los datos de posición y tiempo para el movimiento del corredor son:

x **(m)**	–12	0	16	20
t **(s)**	0	1,5	3,5	4

b) ¿De qué tipo es el movimiento? Haz los cálculos de velocidad media necesarios.

Si calculamos la velocidad para cada dos instantes de tiempo consecutivos, tenemos que la velocidad media es la misma en los distintos intervalos de tiempo considerados, lo cual pone de manifiesto que se trata de un movimiento uniforme:

• Desde t_0 = 0 s hasta t_1 = 1,5 s:

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0\ \text{m} - (-12\ \text{m})}{1,5\ \text{s} - 0\ \text{s}} = \frac{12\ \text{m}}{1,5\ \text{s}} = 8\ \text{m/s}$$

• Desde t_1 = 1,5 s hasta t_2 = 3,5 s:

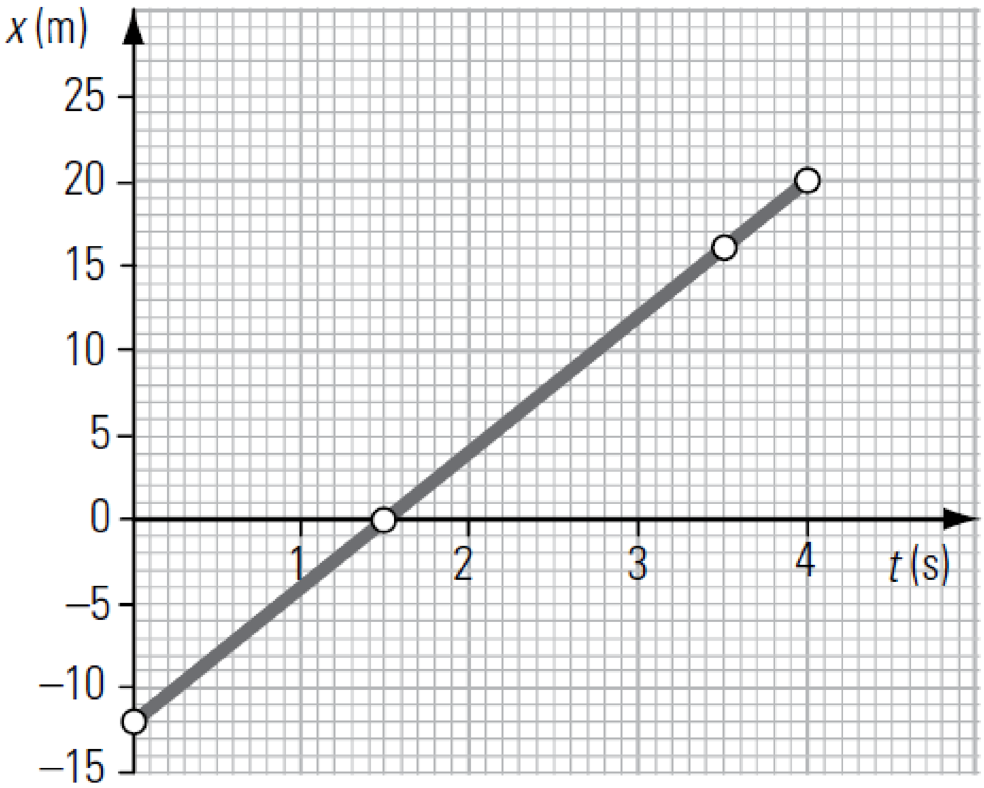
$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16\ \text{m} - 0\ \text{m}}{3,5\ \text{s} - 1,5\ \text{s}} = 8\ \text{m/s}$$

• Desde t_2 = 3,5 s hasta t_4 = 4 s:

$$v_3 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20\ \text{m} - 16\ \text{m}}{4\ \text{s} - 3,5\ \text{s}} = 8\ \text{m/s}$$

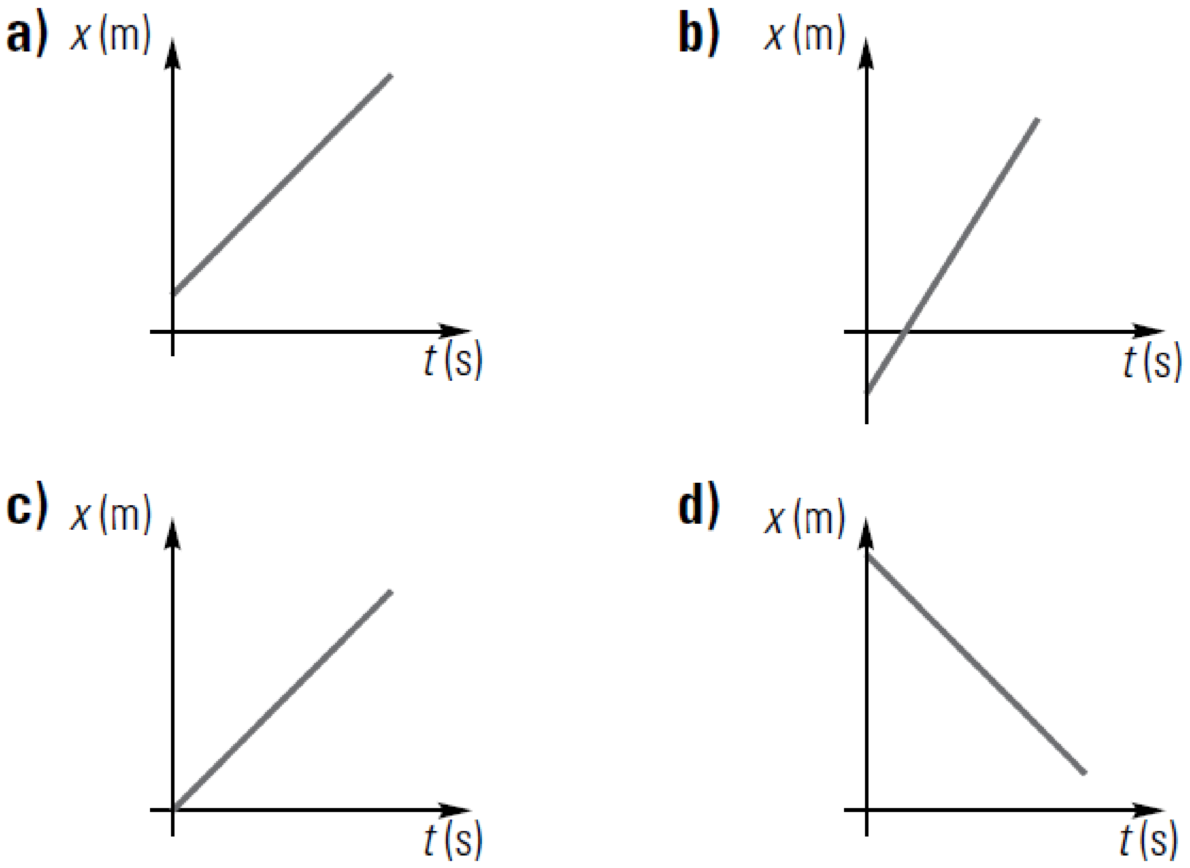
c) Representa los datos de la tabla. ¿Confirma la representación gráfica tu respuesta del apartado anterior?

La representación gráfica de los datos de posición frente al tiempo es una línea recta, tal y como corresponde a un movimiento uniforme. La línea es ascendente, lo cual indica que el corredor se desplaza hacia la derecha, y que la velocidad tiene signo positivo.



50. De las siguientes ecuaciones de movimiento, indica la que corresponde a cada una de las gráficas, justificándolo:

- $x = -100 + 4\,t$
- $x = 6\,t$
- $x = 50 - 10\,t$
- $x = 10 + 2\,t$



a) $x = 10 + 2\,t$ → La posición inicial del móvil es distinta de cero, y tiene signo positivo. La velocidad del móvil tiene signo positivo, pues se trata de una gráfica de pendiente positiva.

b) $x = -100 + 4\,t$ →La posición inicial del móvil es distinta de cero, y tiene signo negativo. La velocidad del móvil tiene signo positivo.

c) $x = 6\,t$ →La posición inicial del móvil es cero. La velocidad del móvil tiene signo positivo.

d) $x = 50 - 10\,t$ → La posición inicial del móvil es distinta de cero, y tiene signo positivo. La pendiente es negativa, por lo que también lo es la velocidad.

53. La siguiente ecuación x = 120 + 6 *t* describe matemáticamente el movimiento de un objeto que se desplaza horizontalmente a velocidad constante. Calcula:

a) El instante de tiempo en que el móvil se encontrará en la posición *x* = 360 m.

Despejando de la ecuación el tiempo, y sustituyendo x = 360 m obtenemos:

$$x = 120 + 6\ t \quad \rightarrow \quad t = \frac{x - 120}{6} = \frac{360\ \text{m} - 120\ \text{m}}{6\ \text{m/s}} = 40\ \text{s}$$

b) La posición en la que se encontrará el móvil cuando t = 2 min.

Del mismo modo, sustituyendo t = 2 min = 120 s calcularemos la posición del móvil en ese instante:

$$x = 120 + 6\ t \qquad \rightarrow \qquad x = 120\ \text{m} + 6\ \text{m/s} \cdot 120\ \text{s} = 840\ \text{m}$$

El móvil se encontrará a 840 m a la derecha del punto de referencia.

c) El desplazamiento del móvil entre los instantes t_1 = 15 s y t_2 = 45 s.

Para calcular el desplazamiento, necesitamos conocer ambas posiciones previamente:

$$x_1 = 120 + 6 \cdot t_1 \quad \rightarrow \quad x_1 = 120\ \text{m} + 6\ \text{m/s} \cdot 15\ \text{s} = 210\ \text{m}$$

$$x_2 = 120 + 6\ t_2 \quad \rightarrow \quad x_2 = 120\ \text{m} + 6\ \text{m/s} \cdot 45\ \text{s} = 390\ \text{m}$$

El desplazamiento será:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 390\ \text{m} - 210\ \text{m} = 180\ \text{m}$$

Entre esos instantes de tiempo, el móvil se ha desplazado 180 m hacia la derecha.

56. Construye las gráficas posición-tiempo y velocidad–tiempo, para un móvil a partir de esta información:

a) Cuando t = 0, se encuentra a 10 m a la izquierda del punto de referencia.
b) En los primeros 45 s, se mueve hacia la derecha del punto de referencia con una velocidad tal que recorre 10 m en 4 s.
c) Desde los 45 s hasta los 60 s, se halla en reposo.
d) A los 60 s, inicia un movimiento rectilíneo uniforme de regreso a una velocidad de 3 m/s.

e) Se detiene 20 m a la izquierda del punto de referencia.

La gráfica de posición-tiempo para este móvil comprenderá varios tramos:

Tramo A: el móvil se desplaza hacia la derecha, partiendo de una posición inicial x_0 = –10 m, y moviéndose a la velocidad:

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\text{ m}}{4\text{ s}} = 2{,}5\text{ m/s}$$

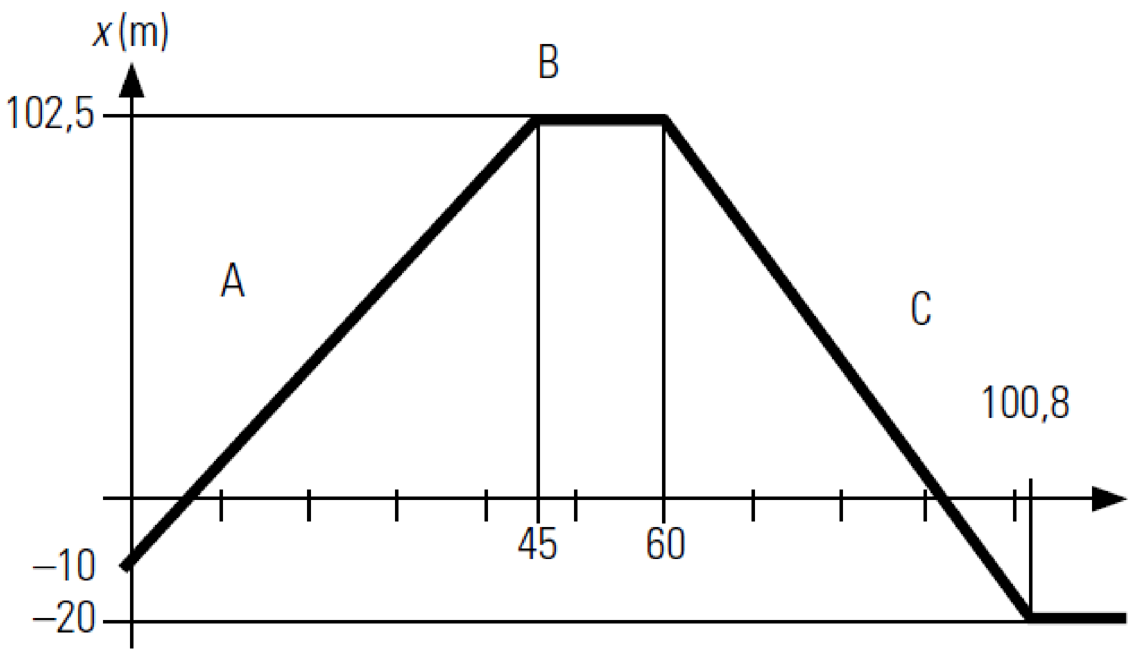
Su ecuación de movimiento es: $x = -10 + 2{,}5\ t$. Y su posición en t = 45 s será:

x = –10 m+ 2,5 m/s · 45 s = 102,5 m a la derecha del punto de referencia.

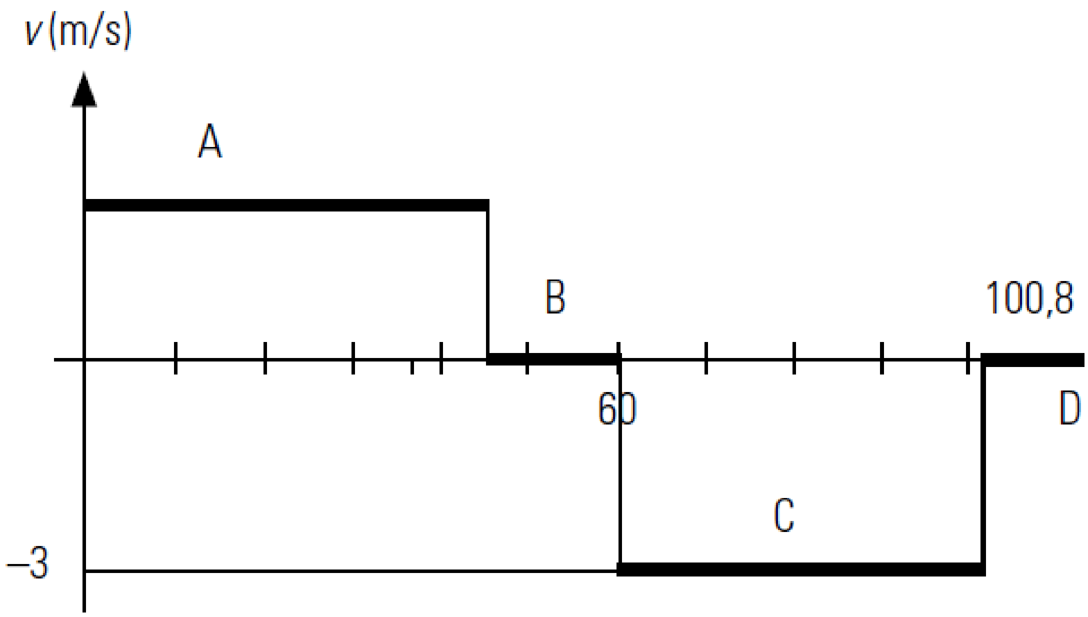
Tramo B: el móvil se halla en reposo hasta el instante t = 60 s, por lo que la gráfica será una línea horizontal, al no variar la posición.

Tramo C: el móvil ha cambiado el sentido del movimiento: se mueve hacia la izquierda con una velocidad v = –3 m/s, por lo que la gráfica tendrá pendiente negativa y la ecuación será ahora: $x = 102{,}5 - 3 \cdot (t - 60)$.

Tramo D: finalmente el móvil se detiene de nuevo, por lo que la gráfica será una línea horizontal en la posición x = –20 m, a partir del instante t = 100,8 s, que es cuando alcanza dicha posición.



Por su parte, la gráfica de velocidad será:



61. La ecuación que describe el movimiento de un coche en el momento en que va a efectuar un adelantamiento es:

$$\boldsymbol{x = 850 + 21\, t + 0{,}6\, t^{2}}$$

a) ¿De qué tipo de movimiento se trata?

De la ecuación se deduce que es un **movimiento uniformemente variado** porque existe una **dependencia cuadrática** entre la **posición** del móvil y el **tiempo**. Además, como el signo de la **aceleración** es **positivo**, indica que se trata de un movimiento **acelerado**.

b) Calcula la posición inicial del coche respecto al punto que hemos tomado como referencia.

El móvil se encontraba inicialmente en la posición x_0 = 850 m, es decir, a 850 m a la derecha del punto tomado como referencia.

c) Halla la velocidad inicial del coche y el valor de su aceleración.

En el instante inicial, la velocidad del móvil es v_0 = 21 m/s. El factor 0,6 es el resultado de haber dividido la aceleración por dos, de lo cual se deduce que la aceleración del móvil es a = 1,2 m/s^2.

d) ¿En qué posición se encontrará el coche cuando han transcurrido 5 segundos?

Sustituyendo en la ecuación de posición:

$$x = 850 \text{ m} + 21 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} + 0{,}6 \text{ m/s}^2 \cdot (5 \text{ s})^2 = 970 \text{ m}$$

e) Escribe la ecuación de velocidad para este movimiento. La ecuación de velocidad será:

$$v = v_0 + a \cdot t \qquad \rightarrow \qquad v = 21 + 1{,}2\ t$$

62. Escribe la ecuación de movimiento de un tren que está saliendo de la estación, sabiendo que parte del reposo y que en 2 minutos alcanza una velocidad de 151,2 km/h. Toma como referencia la estación.

En la ecuación de movimiento del tren, el término independiente, que corresponde a la posición inicial, será cero, y también el término que corresponde a t, pues la velocidad inicial también es cero, al partir del reposo.

Antes de escribir la ecuación, debemos calcular la aceleración, considerando que alcanza una velocidad de 151,2 km/h = 42 m/s en 2 min = 120 s:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{42\ m/s}{120\ s} = 0{,}35\ m/s^2 \quad \rightarrow \quad Ecuación\!: \ x = 0{,}175 \cdot t^2$$

63. Dada la siguiente ecuación de movimiento:

$$\boldsymbol{x = 15\ t + 0{,}1\ t^2}$$

a) ¿Qué tipo de movimiento representa? Calcula la posición del móvil en el instante *t* = 12 s.

De la ecuación se deduce que es un **movimiento uniformemente variado**, porque existe una **dependencia cuadrática** entre la **posición** del móvil y el **tiempo**. Además, como el signo de la **aceleración** es **positivo**, indica que se trata de un **movimiento acelerado**.

A partir de la ecuación, sustituyendo el valor *t* = 12 s, podemos calcular la posición del móvil en ese instante:

$$x = 15\ \text{m/s} \cdot 12\ \text{s} + 0{,}1\ \text{m/s}^2 \cdot (12\ \text{s})^2 = 194{,}4\ \text{m}$$

b) ¿Cuál será el desplazamiento experimentado por el móvil entre los instantes t_1 = 5 s y t_2 = 15 s?

Si sabemos la posición en ambos instantes, podremos calcular el desplazamiento que ha tenido lugar:

Para t_1 = 5 s:

$$x_1 = 15\ \text{m/s} \cdot 5\ \text{s} + 0{,}1\ \text{m/s}^2 \cdot (5\ \text{s})^2 = 77{,}5\ \text{m}$$

Para t_2 = 15 s:

$$x_2 = 15\ \text{m/s} \cdot 15\ \text{s} + 0{,}1\ \text{m/s}^2 \cdot (15\ \text{s})^2 = 247{,}5\ \text{m}$$

El desplazamiento será:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 247{,}5\ \text{m} - 77{,}5\ \text{m} = 170\ \text{m}$$

El móvil se ha desplazado 170 m hacia la derecha.

c) Escribe la ecuación de velocidad y calcula la velocidad que tendrá el móvil en el instante t = 6 s.

De la ecuación de posición se deduce que la aceleración vale 0,2 m/s^2. Entonces la ecuación de velocidad es:

$$v = v_0 + a \cdot t \qquad \rightarrow \qquad v = 15 + 0{,}2 \cdot t$$
$$v = 15\ \text{m/s} + 0{,}2\ \text{m/s}^2 \cdot 6\ \text{s} = 16{,}2\ \text{m/s}$$

65. Una grúa que está circulando por la carretera a una velocidad de 15 m/s encuentra un semáforo en rojo y frena con una aceleración de 2 m/s^2.

a) Calcula el instante de tiempo en que se detiene la grúa por completo, y dibuja la gráfica velocidad – tiempo del vehículo.

Si escribimos las ecuaciones de movimiento a partir de los datos que nos proporcionan, sabiendo que se trata de un **movimiento uniformemente retardado** (con **posición inicial cero**, **velocidad inicial** **15 m/s** y **aceleración** **–2m/s^2**), obtendremos:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \ \rightarrow \ x = 15\,t - t^2$$
$$v = v_0 + a \cdot t \ \rightarrow \ v = 15 - 2\,t$$

Utilizando la ecuación de velocidad, podemos calcular el valor de esta magnitud en los instantes indicados, desde el instante inicial hasta el instante t = 7,5 s, momento en el que su velocidad es cero y la grúa se detiene:

$$v = 15 - 2\,t$$

Para t_0 = 0 s $\rightarrow$ v_0 = 15 m/s.

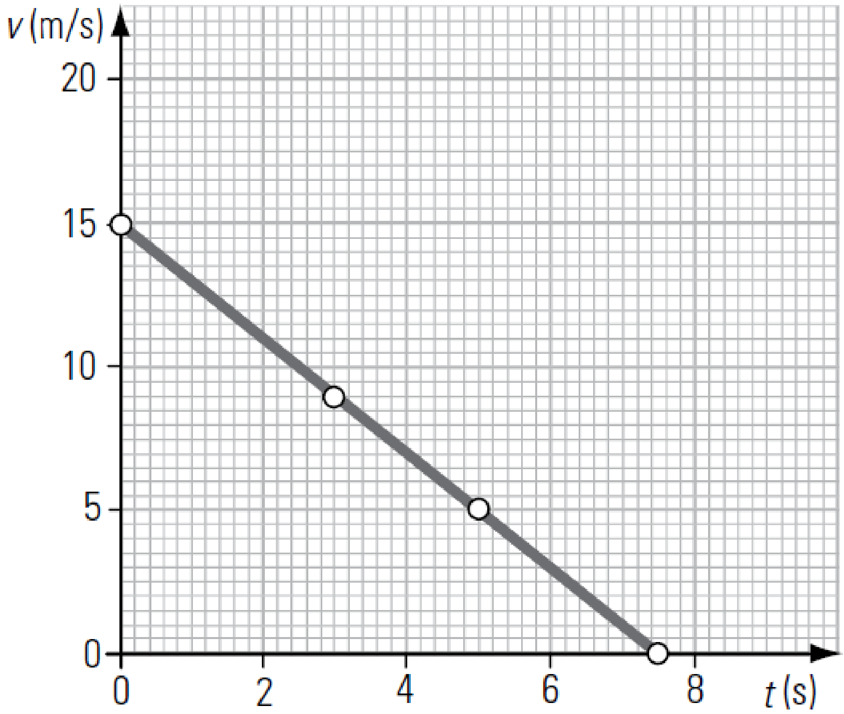
Para t_1 = 3 s $\rightarrow$ v_1 = 15 m/s – 2 m/s2 · 3 s = 9 m/s.

Para t_2 = 5 s → v_2 = 15 m/s – 2 m/s2 · 5 s = 5 m/s.

Para t_3 = 7,5 s → v_3 = 15 m/s – 2 m/s2 · 7,5 s = 0 m/s.

Estos valores los plasmamos en una tabla y a partir de ellos realizamos la representación gráfica de los datos de velocidad frente al tiempo:

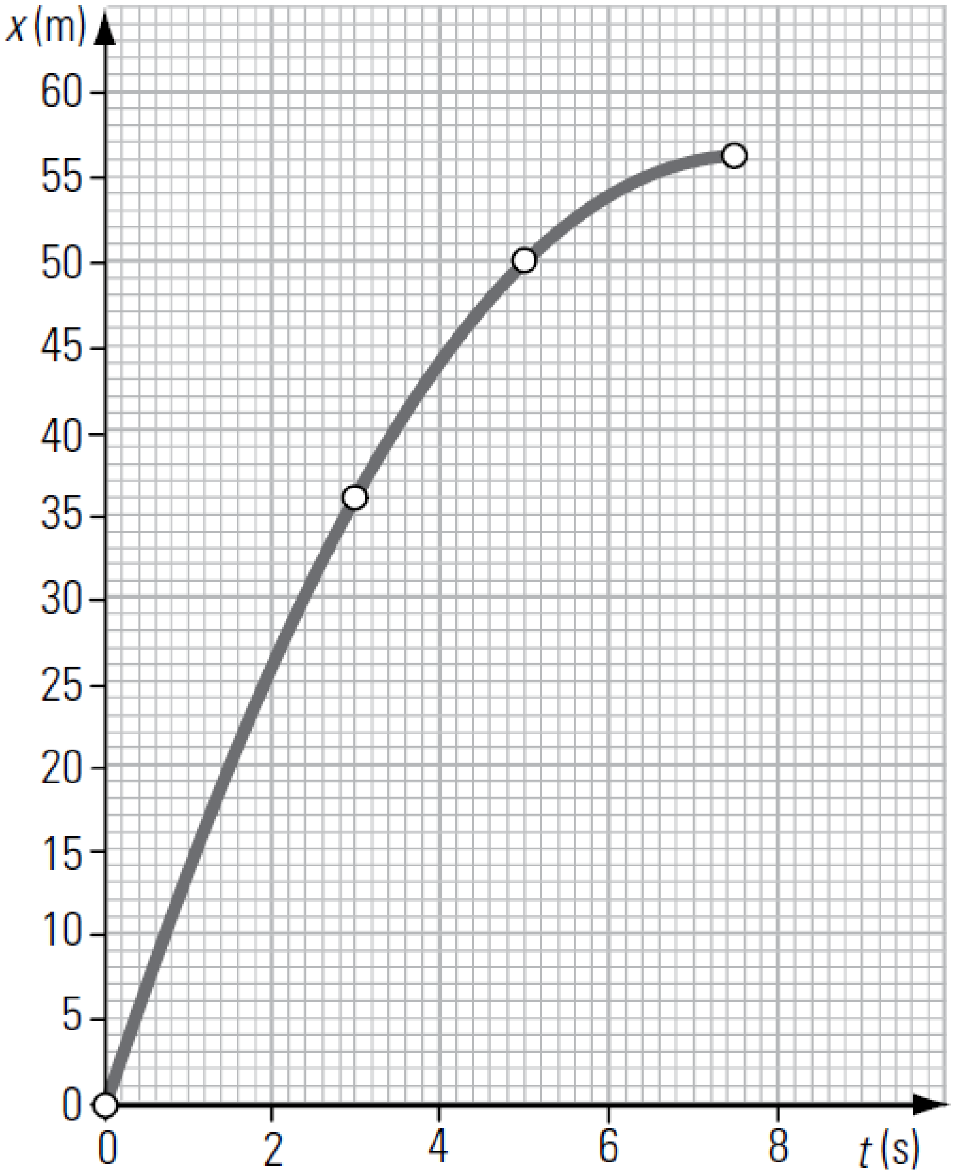
	0	1	2	3
***v* (m/s)**	15	9	5	0
***t* (s)**	0	3	5	7,5



La **gráfica** es una **línea recta descendente**, como corresponde a un **mrur**.

b) ¿Cómo será la gráfica de posición para este movimiento? Constrúyela.

Al tratarse de un movimiento rectilíneo uniformemente retardado, la gráfica será una línea curva ascendente (ya que se mueve hacia la derecha) cuya pendiente disminuye a medida que avanza el tiempo.



67. Un paracaidista salta desde un avión que vuela a 2500 m de altura. Cae libremente durante 15 s y, en ese instante, abre su paracaídas y continúa la caída a una velocidad constante de 35 km/h. Halla el tiempo que tarda en llegar al suelo desde que se lanzó del avión.

El paracaidista describe dos movimientos, uno de caída libre durante 15 s, y un movimiento uniforme, con caída a la velocidad de 35 km/h = 9,7 m/s.

En caída libre, el paracaidista ha recorrido una distancia de:

$$s = 4{,}9\ t^2 = 4{,}9\ \text{m/s}^2 \cdot (15\ \text{s})^2 = 1102{,}5\ \text{m}.$$

Por lo que quedan por recorrer: 2500 m – 1102,5 m = 1397,5 m en caída con movimiento uniforme, con lo cual el tiempo empleado es:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta x}{v_m} = \frac{1397{,}5\ m}{9{,}7\ m/s} = 144{,}1\ s$$

Por tanto, el tiempo que tarda en llegar al suelo es:

15 s + 144,1 s = 159,1 s, es decir, unos 2 minutos y 39 segundos.

69. La bolita de una ruleta gira con una velocidad angular constante de 2 rad/s. Si el diámetro de la ruleta es de 1,2 m, calcula:

a) La velocidad lineal de la bolita. La velocidad lineal de la bola se calcula multiplicando su velocidad angular por el radio de la trayectoria:

$$v = R \cdot \omega = 0{,}6\ \text{m} \cdot 2\ \text{rad/s} = 1{,}2\ \text{m/s}$$

b) El ángulo y el espacio que recorre en 15 segundos. En 15 s, el ángulo total y el espacio recorrido por la bola serán:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t = 2\, rad/s \cdot 15\, s = 30\, rad$$
$$\varphi = \frac{s}{R} \quad \rightarrow \quad s = \varphi \cdot R = 30\, rad \cdot 0{,}6 s = 18 m$$

c) La frecuencia del movimiento. La frecuencia del movimiento se calcula dividiendo la velocidad angular entre 6,28 radianes (ángulo que corresponde a una vuelta completa):

$$\omega = 2\pi \cdot f \rightarrow \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2\, rad/s}{6{,}28\, rad} = 0{,}32\ s^{-1} = 0{,}32\ Hz$$

71. Un móvil con movimiento circular uniforme tiene una frecuencia de 4 Hz y una velocidad lineal de 6 m/s.

a) Halla su velocidad angular. ¿Cuál es el radio de la trayectoria?

A partir de la frecuencia, podemos calcular la velocidad angular del móvil:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 6{,}28\ \text{rad} \cdot 4\ \text{s}^{-1} = 25{,}1\ \text{rad/s}$$

El radio de la trayectoria se obtendrá de la relación entre la velocidad lineal y la angular:

$$v = \omega \cdot R \quad \rightarrow \quad R = \frac{v}{\omega} = \frac{6\, m/s}{25{,}1\ rad/s} = 0{,}24\, m = 24\, cm$$

b) Calcula el tiempo que tarda el móvil en recorrer un ángulo de 2 radianes.

El tiempo que tarda el móvil en recorrer 2 radianes será:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{2\ rad}{25{,}1\ rad/s} = 0{,}08\ s$$

APLICA LO APRENDIDO

73. Durante los entrenamientos para una carrera automovilística, los pilotos tienen que completar una vuelta previa al circuito. El coche número 16 se encuentra en la línea de salida. En cuanto recibe la señal inicia su marcha, acelerando de forma que a los 8 s su velocidad es de 180 km/h. A partir de ese instante, mantiene esa velocidad constante durante los 3,5 km siguientes, momento en el cual se ve obligado a disminuir su velocidad hasta los 108 km/h, en lo cual invierte un tiempo de 2 s. Entonces mantiene esta nueva velocidad constante durante los 600 m siguientes, para aumentarla de nuevo con una aceleración de 1,2 m/s^2, que mantiene durante los 15 s que tarda en rebasar la línea de meta, contados desde el momento en que comienza a acelerar.

a) Realiza un dibujo esquemático del movimiento del vehículo, en el que aparezcan indicados los distintos tramos recorridos, y los datos del movimiento de que dispongas.

b) Calcula la aceleración del coche en el primer tramo y su posición en el momento en que alcanza la velocidad de 180 km/h.

c) ¿Cuál es la posición del vehículo en el momento en que comienza a frenar? ¿Qué distancia ha recorrido durante los 2 s de frenada?

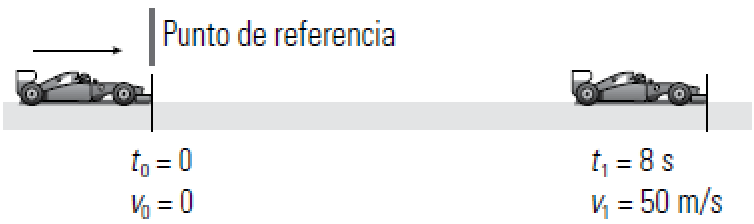
d) En el tramo final el vehículo acelera hasta entrar finalmente por la línea de meta. ¿Con qué velocidad cruza la meta? ¿Qué longitud tiene este último tramo?

e) Calcula el tiempo total invertido en la vuelta al circuito por el vehículo y la longitud del circuito, que coincide con la distancia recorrida por el coche durante la vuelta de prueba.

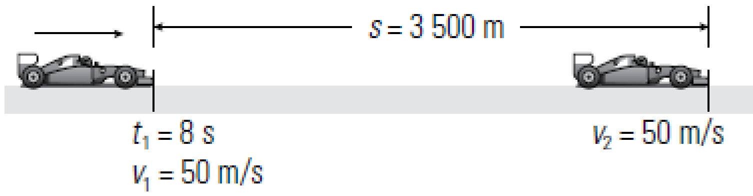
f) Dibuja las gráficas de posición y de velocidad correspondientes a este movimiento.

a) Los datos del movimiento de este coche quedan del siguiente modo:

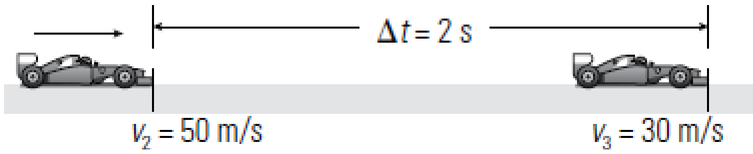
- Tramo 1. El vehículo parte de la línea de meta, acelerando hasta alcanzar 180 km/h = 50 m/s, en el instante t_1 = 8 s.



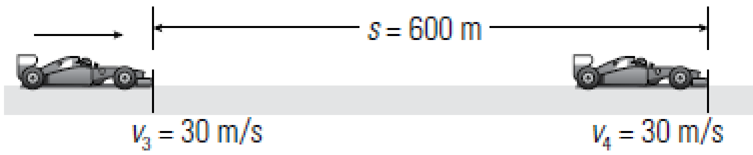
- Tramo 2. Mantiene su velocidad (50 m/s), entre los instantes t_1 y t_2, mientras recorre una distancia s de 3,5 km = 3 500 m.



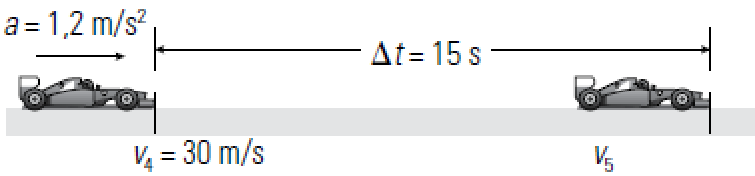
• Tramo 3. El vehículo frena disminuyendo su velocidad desde v_2 = 180 km/h = 50 m/s hasta v_3 = 108 km/h = 30 m/s, y lo hace en un intervalo de tiempo Δ*t* = 2 s.



• Tramo 4. De nuevo el vehículo mantiene su velocidad entre los instantes t_3 y t_4 constante e igual a 108 km/h = 30 m/s, recorriendo una distancia s de 600 m.



• Tramo 5. Finalmente, el vehículo acelera con una aceleración de 1,2 m/s^2, durante un intervalo de tiempo Δ*t* = 15 s, para entrar en la meta con una velocidad v_5.



b) En el primer tramo, la aceleración viene dada por el cociente entre la variación de la velocidad y el intervalo de tiempo invertido.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{50\ \text{m/s} - 0}{8\ \text{s}} = 6{,}25\ \text{m/s}^2$$

Su posición al alcanzar la velocidad de 180 km/h = = 50 m/s, es:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{6{,}25}{2} t^2 = 3{,}125 \cdot (8\ \text{s})^2 = 200\ \text{m}$$

c) Al comenzar a frenar, el vehículo ha recorrido una distancia igual a 3500 m + 200 m = 3 700 m (final del tramo 2). En ese momento, comienza a frenar (tramo 3). Por tanto, durante la frenada, que dura 2 s, desarrolla una aceleración negativa de:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{30 \text{ m/s} - 50 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = -10 \text{ m/s}^2$$

y recorre una distancia de frenada de:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 50\ t - 5\ t^2 \ \rightarrow \ \text{Para } t = 2 \text{ s} \ \rightarrow$$
$$\rightarrow \ s = 50 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} - 5 \text{ m/s}^2 \cdot (2\text{s})^2 = 80 \text{ m}$$

d) En la recta final, el vehículo acelera con una aceleración de 1,2 m/s^2, a partir de una velocidad de 30 m/s, durante 15 s. Por tanto, su velocidad cuando ha transcurrido ese tiempo será:

$$v = v_0 + a \cdot t = 30 + 1{,}2\ t = 30 \text{ m/s} + 1{,}2 \text{ m/s}^2 \cdot 15 \text{ s} =$$
$$= 48 \text{ m/s} = 172{,}8 \text{ km/h}$$

La longitud del tramo viene dada por el espacio recorrido por el vehículo en el mismo, teniendo en cuenta que la velocidad con la que inicia el tramo es de 30 m/s:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 30\ t + 0{,}6\ t^2 \ \rightarrow \ \text{Para } t = 15 \text{ s} \ \rightarrow$$
$$\rightarrow \ s = 30 \text{ m/s} \cdot 15 \text{ s} + 0{,}6 \text{ m/s}^2 \cdot (15\text{s})^2 = 585 \text{ m}$$

e) • En el tramo 1 el vehículo invierte un tiempo de 8 s, y recorre una distancia de 200 m.

• En el tramo 2, el vehículo recorre 3500 m, con velocidad constante de 50 m/s, para lo cual invierte un tiempo de 70 s.

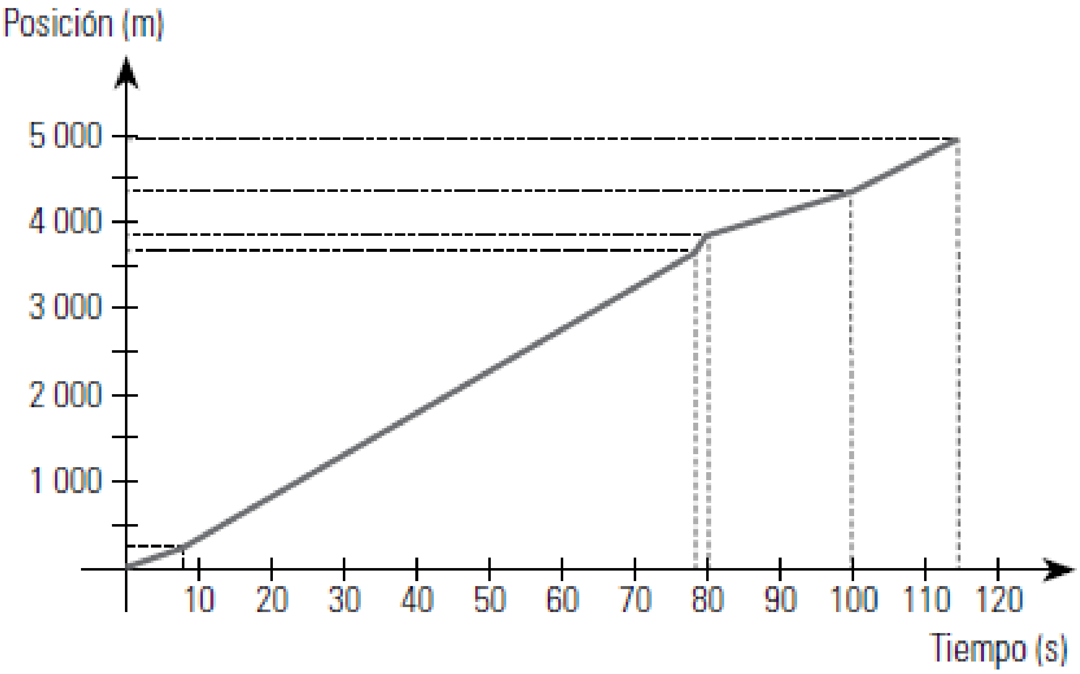
• En el tramo 3, el vehículo frena durante 2 s y recorre una distancia de 80 m.

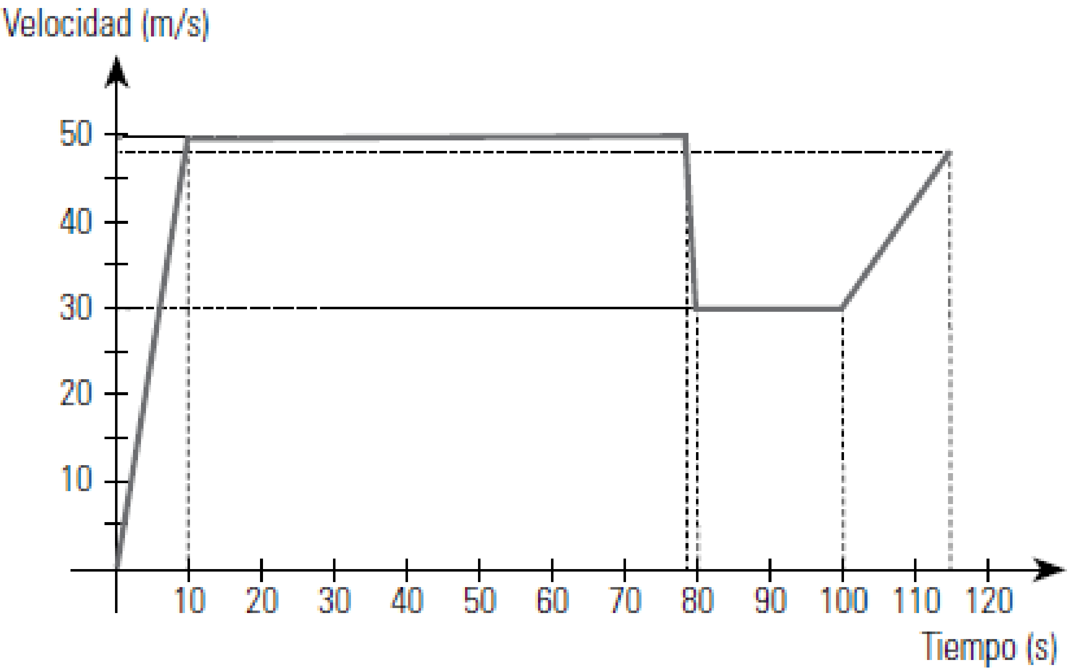
• En el tramo 4, de nuevo el vehículo mantiene su velocidad constante, de 30 m/s, hasta recorrer una distancia de 600 m, en lo cual invierte un tiempo de 20 s.

• En el tramo 5, ya hemos calculado que el vehículo acelera durante 15 s, recorriendo una distancia de 585 m.

Por tanto, el tiempo total invertido en la vuelta (recorrer los 5 tramos) ha sido de 115 s (1 min 55 s) y la distancia total (longitud del circuito) recorrida ha sido de 4965 m.

f) Las gráficas de posición (*x*-*t*) y de velocidad (*v*-*t*) para este movimiento serán:


Posición (m)
5 000
4 000
3 000
2 000
1 000
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120
Tiempo (s)


Velocidad (m/s)
50
40
30
20
10
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120
Tiempo (s)