

圧縮センシング MRI の基礎

寺田 康彦, 中尾 愛, 中込 真優

筑波大学数理物質系理工学域

はじめに

MRI は、解剖学的な構造や生理機能、代謝に関する情報などを、さまざまな画像コントラストで可視化することができる。一方で MRI は、X 線 CT など他のモダリティと比べると、撮像時間がかなり長いという欠点がある。そのため、MR 画像には体動に関連したアーチファクトが現れやすい。また、検査コストが増大し、検査数も限られてくる。したがって、本来は MRI での診断が理想的な場合でも、他のモダリティを利用したり、電離放射線照射のリスクを増してでも CT 検査を優先する場合が生じる。

こういった背景から、MRI の発明以来、撮像を高速化するための試みが精力的に行われている。この高速化は、新しい撮像法と再構成法の開発、それを実現するためのハードウェア技術の進歩によって進められている。MRI の黎明期には、FLASH や EPI, FSE などの撮像効率の高い撮像法が次々と登場した。さらに 1990 年代後半には、パラレルイメージング (PI) が登場し、高速撮像における技術革新を起こした。PI では、 k 空間において、ナイキスト条件よりも少ないデータ点数でサンプリングする (アンダーサンプリング) ことによって、撮像時間を短縮する。ところが、データを間引く間隔が等間隔であるため、そのまま画像再構成すると画像内に折り返し (エイリアシング) が起こる。そこで、このエイリアシングを解消する

ため、空間的に感度が異なる複数のコイルで受信した信号を、適当な方法で画像再構成する。

本稿で扱う圧縮センシング (compressed sensing または compressive sampling ; CS) は、PI と同様、 k 空間データのアンダーサンプリングを利用した高速化手法の一つである。CS は元々、2006 年に Donoho¹⁾ が提唱した概念 (ほぼ同時期に Candes と Tao²⁾ も独立に提唱している) を、弟子の Lustig が MRI の世界に導入したもの³⁾ である。CS 理論によれば、多くの画像は、適当なアンダーサンプリング法と再構成法を使えば、ごく少数の k 空間データから復元することができる。

CS を実現するためには、①スパース性の確保、②インコヒーレンス性の確保、③適切な再構成法の構築という三つの基本条件を満たす必要がある、これらの 3 条件が CS 再構成画像の画質を決めている。本稿では、まずこの 3 条件を中心に CS の基礎を解説し、続いて CS 実装の実際と課題や展望について述べる。頁数の都合上、重要だがあまり触れていないトピック (例えば PI と組み合わせた CS-PI) も多数あるが、詳しくは他のレビュー記事 (例えば^{4)~10)} を参照されたい。

1. CS の基礎

1.1 スパース性

CS に必要な第一の条件は、対象とする原画像に対する条件であり、原画像がある画像変換

この総説は、第 45 回日本磁気共鳴医学会大会シンポジウム「圧縮センシング：基礎から臨床応用まで」での講演を中心にまとめたものである。

キーワード compressed sensing, sparsity, incoherence, reconstruction

(スパース変換)を施すことにより、高いスパース性をもつというものである。ここでスパース性とは、画像の主要な情報を含む成分がごくわずかであること、つまり、適当なスパース変換によって、大きな値をもつ少数の係数と、無視できるほど小さな値をもつ多数の係数に分解できるということを意味している。この主要な係数のみを残し、他の大多数の小さな係数をゼロと置くことで、情報の圧縮が可能となる。この過程は画像圧縮と呼ばれ、自然画像や動画では、JPEG や JPEG2000, MPEG などの圧縮方法がしばしば使われている。

MR 画像も、適切なスパース変換を施せばスパース性をもつことが分かっている。例えば、MR アンジオグラフィでは、大部分の暗い背景画像の中に、少数の血管の高信号の画素があるので、何の変換をしなくてもスパース性は高い。また、脳のように複雑な画像でも、ウェーブレット変換や差分演算を行うことによって、スパース性の高い画像を得ることができる。実際に CS でよく使われているスパース変換は、離散ウェーブレット変換、離散コサイン変換、

フーリエ変換、有限差分演算などである。

Fig. 1 に示すのは、典型的な MR 画像に Daubechies のウェーブレット変換（より正確には、ウェーブレットを用いた多重解像度解析）を施し、高域成分をゼロに置換して情報を圧縮した後に、逆ウェーブレット変換を施して復元した画像である。原画像とかなり類似した復元画像が得られることから、ウェーブレット変換後の画像が高いスパース性を持っていることが確認できる。CS-MRI では一般に、スパース変換画像のスパース性が高いほど、圧縮率を高く、したがって撮像時間を短縮することができる。一般的には、3 次元撮像やダイナミック MRI など、画像の次元が高いほど、より圧縮できる傾向にある。

1.2 インコヒーレンス性

二つ目は k 空間のサンプリングに関する条件である。先に述べたように、MR 画像は冗長性をもっており圧縮可能である。したがって、撮像の際には、必要な情報の分だけ残るように、測定データ点数を減らすことができると考えられる。ところが MRI では、スパース変換

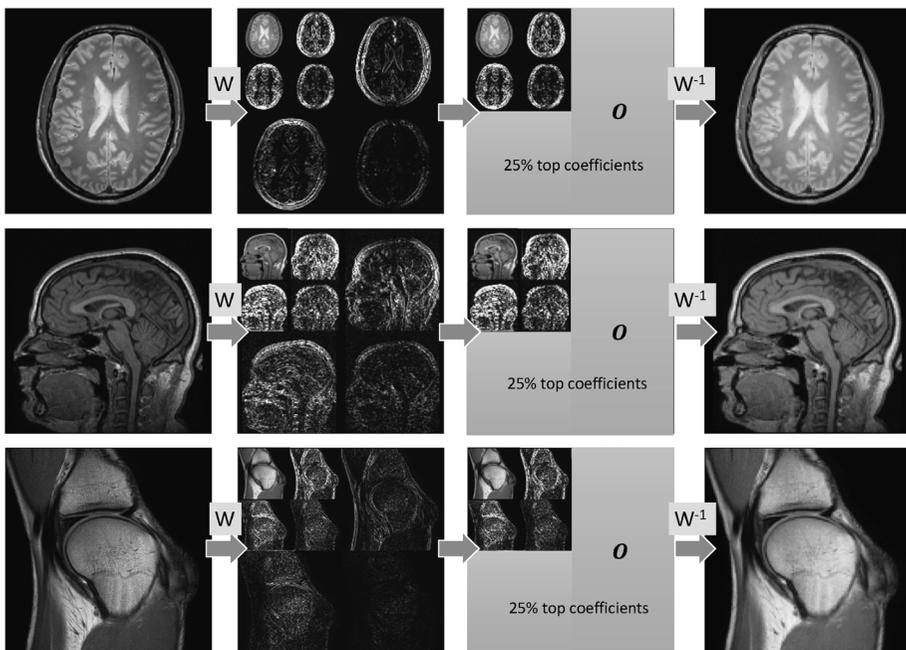


Fig. 1. Image compression using the discrete wavelet transform

後の空間内ではなく、 k 空間内をデータサンプリングする。それでは k 空間をどのようにサンプリングすればよいのだろうか。ここで重要になってくるのが、インコヒーレンス性である。

まず、PI のように、 k 空間内を規則的に等間隔でアンダーサンプリングした場合を考えてみよう。ここで、Nyquist 条件を満たすサンプリングをフルサンプリングとよぶことにし、フルサンプリング点数とアンダーサンプリング点数との比として圧縮率を定義する（圧縮率は加速率とも呼ばれる）。圧縮率には逆の定義もあり、アンダーサンプリング点数/フルサンプリング点数で定義する場合もある。たとえば 4 分の 1 のアンダーサンプリングの場合に、4 倍の圧縮率とも、25% の圧縮率とも表されるが、ここでは前者のように表すことにする。Nyquist のサンプリング定理によれば、規則的なアンダーサンプリングの場合には、不足データをゼロで充填して（zero-filling ; ZF）画像再構成を行うと、再構成画像内ではエリアジングが生じて、原画像のレプリカが多数生じてしまう。たとえば Fig. 2 上段のように、圧縮率 2 倍の規則サンプリングの場合には、2 枚の画像

が重ね合わされる。このレプリカは、コヒーレントな、つまり「干渉性」をもつアーチファクトであり、原画像の信号と同じ強度をもつ。（干渉性という用語は、元々、二つの光が強め合ったり弱め合ったりする度合いを意味している。）そのため、原信号とアーチファクトの信号の区別ができず、CS の再構成を行ったとしても原画像は復元できない。

一方 CS では、 k 空間をなるべくランダムにサンプリングする。この場合には、折り返し信号がノイズのような信号に変換されて、エリアジングが弱くなり、あたかもノイズのようにみえるようになる (Fig. 2 下段)。このアーチファクトは、インコヒーレントな（干渉性をもたない）アーチファクトであり、その強度も原画像の信号成分に比べてずっと小さいので、適当な CS 再構成によって原画像に近い画像が復元できる。

この「ノイズのようなアーチファクト」は、計測に由来するノイズではないことに注意しよう。このアーチファクトは、原画像の信号成分が、元の座標点から違う点へと漏れ出して（分散されて）現れた結果であり、疑似的にノイズのようなアーチファクトとなっている。この漏

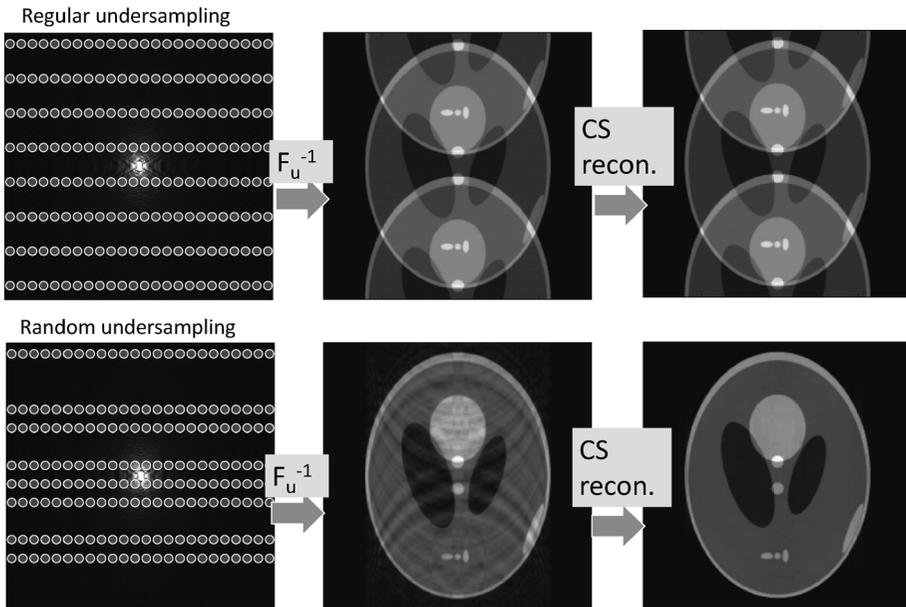


Fig. 2. Incoherence of regular undersampling and random undersampling

れ出しの程度が大きいほど、コヒーレンス性が低くなってアーチファクト強度も小さくなる。そうすると原信号が本来持つ信号成分と区別し易くなるので、原画像を復元できる可能性が高くなる。この漏れ出しの程度とインコヒーレンス性を決めているのは、 k 空間におけるサンプリングのパターン (k 空間の軌跡)である。したがって、どのようなサンプリングを行うかは最重要な問題である。これについては2.1項で詳しく述べる。

サンプリングパターンの優秀さを示すインコヒーレンス性を、直感的に測る指標としては、点広がり関数 (point spread function ; PSF) や、伝達点広がり関数 (transform PSF ; TPSF) などが知られている²⁾。しかし、これらの指標には、実際の撮像対象の画像に関する情報は含まれていないので、大まかな特徴の把握にしか使われてない。実際のサンプリングパターンの評価には、CS再構成画像をシミュレートし、原画像との差を評価する方法が使われている。

1.3 再構成法

CS再構成の基本的な考え方としては、1.2項で述べたようにインコヒーレントなアンダーサンプリングすると、疑似ノイズアーチファクトが現れるが、この疑似ノイズを1.1項で述べたスパース性を利用して除去すればよい。このCS再構成の方法については、現在でも様々な

方法が新しく開発されているが、ここでは基本的なものを紹介する。

まずCS再構成の問題を定式化してみよう (Fig. 3)。求める画像を \mathbf{x} 、 k 空間の測定データを \mathbf{b} とする。ここで、MR画像や k 空間データは、一般的には2次元や3次元の複素数空間上で表現されるものであるが、CSの問題を扱う場合には、便宜上それらを1次元化して列ベクトルとして表す。 \mathbf{x} と \mathbf{b} ベクトルの次元をそれぞれ M, N とおくと、フルサンプリングの場合は $M=N$ であり、アンダーサンプリングの場合には $M<N$ である。これらのベクトルを関係づける $M \times N$ の行列 F_u (観測行列) を次のように定義することができる。

$$F_u \mathbf{x} = \mathbf{b}$$

$M=N$ の場合には、 F_u はフーリエ変換を行列表現したものとなる。CS再構成の問題は、 $M<N$ の場合に \mathbf{x} を求める問題となるが、この解法にスパース性を利用する。このとき、 F_u はフーリエ変換を施したのち、アンダーサンプリングを行う演算子となる。一般に、 \mathbf{x} のスパース変換 $\Psi \mathbf{x}$ が、 K 個 (ただし $K \leq M$) の非ゼロ成分のみをもつような場合は、この劣問題を解くことができる。ただし、どの係数が非ゼロ成分になるかは不明なので、単純に解くことはできない。そこで、以下の二つの指針で \mathbf{x} を求める。

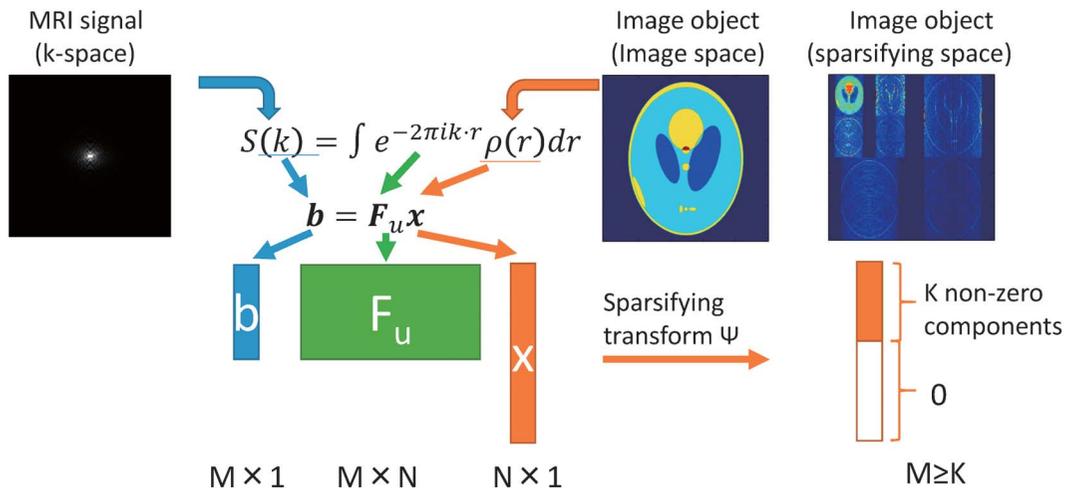


Fig. 3. Formulation of reconstruction problem for compressed sensing

- (1) スパース変換された画像 ($\Psi\mathbf{x}$) のスパース性を最大にする
- (2) 計測データとなるべく一致させる

(1)のスパース性の定量には、L1 ノルムがよく使われている。一般にLp ノルムは、 $\|\mathbf{x}\|_p = \sqrt[p]{|x_1|^p + \dots + |x_M|^p}$ で定義される。これとは別に、L0 ノルムが非ゼロ成分の数として定義されている。L0 ノルムは最も理想的な指標であるが、計算時間が長すぎて使われていない。L2 ノルムは、誤差の評価や最小2乗法などで馴染みの深い量であるが、小さな値をもつ解を多く作る傾向があるため、スパース性の指標には不向きである。一方、L1 ノルムはL0 ノルムに近い解が得られる上に、計算が比較的簡単という利点がある。L1 ノルムが小さいほどスパース性が高くなるという関係がある。

(2)に関して、 \mathbf{x} の推定解(推定画像)を $\hat{\mathbf{x}}$ とすると、推定画像から予想されるk空間データは $F_u\hat{\mathbf{x}}$ となるから、予想データと計測データとが一致するという制約条件は、 $\mathbf{b} = F_u\hat{\mathbf{x}}$ と表される。ところが実際には、計測データには未知のランダムなノイズ $\boldsymbol{\eta}$ が含まれており、 $\mathbf{b} = F_u\hat{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\eta}$ である。これを考慮すると、 $F_u\hat{\mathbf{x}}$ と \mathbf{b} との差をなるべく小さくするという制約条件になる。以上をまとめると、CS再構成問題は、以下のように定式化できる。

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \|\Psi\mathbf{x}\|_1 \quad \text{s.t.} \|F_u\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2 < \varepsilon \quad \dots\dots(1)$$

ここで、 $\operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x})$ という数式は、「 $f(\mathbf{x})$ を最小にするような \mathbf{x} 」という意味であるので、(1)式は $\Psi\mathbf{x}$ のL1ノルムを最小にする、つまり、スパース性を最大にする解を求めていることになる。また、 ε は計測データとの一致度合いを制御する量で、小さいほど厳しい制約を課すことになる。

Lustigらは、スパース変換 Ψ として、ウェーブレット変換 Ψ_w と有限差分演算 ∇ を用いて、以下のように定式化した。

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \|\Psi_w\mathbf{x}\|_1 + \alpha\|\nabla\mathbf{x}\|_1$$

$$\text{s.t.} \|F_u\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2 < \varepsilon \quad \dots\dots(2)$$

ここで第二項の $\|\nabla\mathbf{x}\|_1$ は、勾配画像のL1ノル

ムで、全変動 (total variation ; TV)¹¹⁾と呼ばれており、2次元画像の場合には、次式で定義されている。

$$\|\nabla\mathbf{x}\|_1 = \sum_i \sum_j \sqrt{(\nabla_x x_{ij})^2 + (\nabla_y x_{ij})^2} \quad \dots\dots\dots(3)$$

これらのスパース変換の特徴については、2.4項で詳しく述べる。

(2)式は、制約条件なしの最適化問題として、以下のように定式化できる。

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2} \|F_u\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda_w \|\Psi\mathbf{x}\|_1$$

$$+ \lambda_{TV} \|\nabla\mathbf{x}\|_1 \equiv \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} Q(\mathbf{x}) \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここで、 λ_w や λ_{TV} は各項の影響の強さを表す定数であり、対象画像に応じて試行錯誤的に選ばれる。(4)式は、L1ノルムの項があるため、非線形の最適化問題と呼ばれている。

1.4 CS再構成法の実際

(4)式の具体的な解法としては、反復的な数値解法が使われている。例えばLustigらの論文²⁾では、目的関数 $Q(\mathbf{x})$ の勾配 $\nabla Q(\mathbf{x})$ を利用した共役勾配法が使われている。Lustigらのアルゴリズムの実装については、C言語で書かれたコードが掲載されている日本語の文献¹²⁾を参考にされたい。

Lustig法は、L1ノルムとL2ノルムを同時に扱っているため、収束が遅い。現在、CSの再構成アルゴリズムは多数あり、収束の効率や実装の難易度が異なっている。初期の頃はiterative shrinkage-thresholding (ISTA)¹³⁾や、その高速版のtwo-step IST (TwIST)¹⁴⁾とfast ISTA (FISTA)¹⁵⁾、あるいはfast composite splitting algorithm (FCSA)¹⁶⁾などが用いられたが、これらは収束が遅く、マトリックスサイズが大きい場合にはあまり満足のいく解が得られない。

近年では、交互方向乗数法 (alternating direction method of multipliers ; ADMM)^{17),18)}がよく使われている。ADMM法では、新たな変数 \mathbf{z} を導入し、(4)の式を

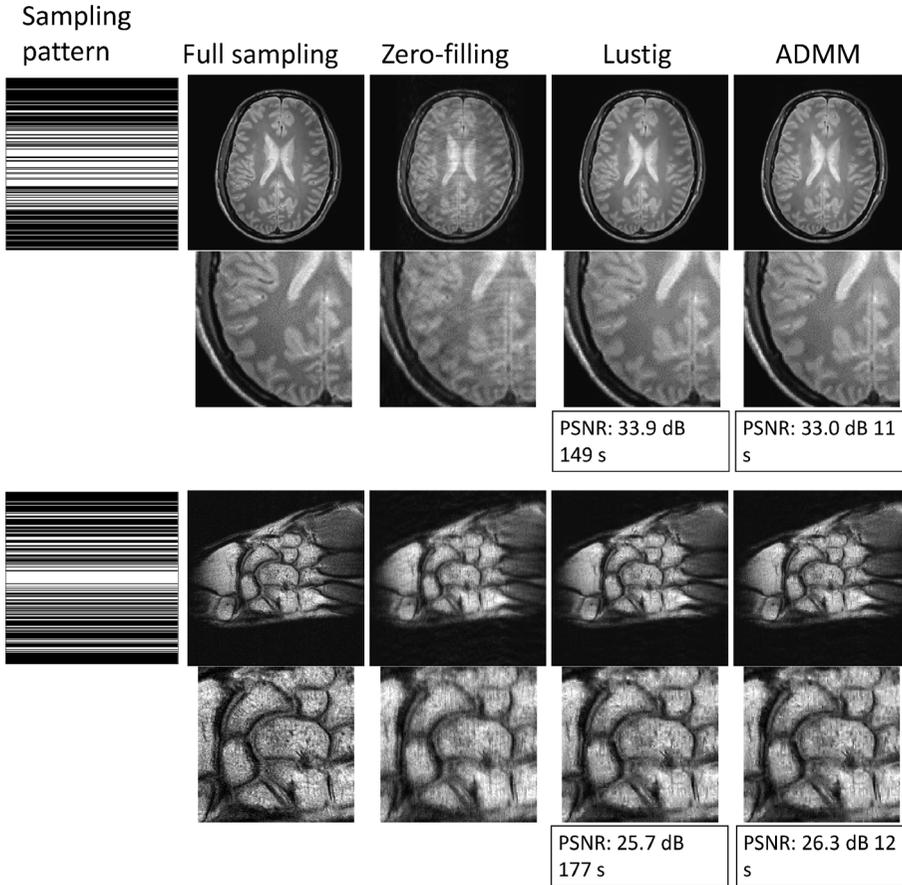


Fig. 4. Examples of CS reconstruction. The sampling patterns, reference image (reconstructed from the fully-sampled data), reconstructed images by zero-filling and CS reconstruction methods of the Lustig and ADMM are shown. PSNR stands for peak signal-to-noise ratio. The times in the figures indicate the reconstruction times.

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{z}} = \underset{\mathbf{x}, \mathbf{z}}{\operatorname{argmin}} & \frac{1}{2} \|\mathbf{F}_u \mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda_w \|\mathbf{z}_w\|_1 \\
 & + \lambda_{TV} \|\mathbf{z}_{TV}\|_1 \quad \text{s.t. } \mathbf{z}_w = \Psi \mathbf{x} \text{ and } \mathbf{z}_{TV} = \nabla \mathbf{x} \\
 & \dots\dots\dots (5)
 \end{aligned}$$

と拡張して、 \mathbf{x} と \mathbf{z} に関する最適化を交互に反復して行う。一見すると問題を複雑化しているようだが、 \mathbf{x} に関しては L2 ノルムのみ、 \mathbf{z} に関しては L1 ノルムのみを最小化問題となり、それぞれを分離して解くことができるため、効率よく解を得ることができる。近年では ADMM の高速版^{19),20)} もいくつか報告されている。

Lustig 法と ADMM 法との比較を Fig. 4 に示す。いずれの方法でも、ゼロ充填画像では現

れているエリアジングアーチファクトが、CS 再構成画像ではきれいに除去できている。さらに、ADMM 法の再構成時間は、Lustig 法に比べてかなり短くなっていることが分かる。

2. CS 実装の実際

CS を実装する際には、 k 空間のサンプリングパターン設計、圧縮率の決定、CS 再構成方法の選択、他の高速撮像法（例えば PI など）との組み合わせの検討などを、CS 再構成画像の評価と共に行う。その他にも、再構成に要する計算時間も考慮しなければならない。以下にいくつか重要な項目についてやや詳しく述べる。

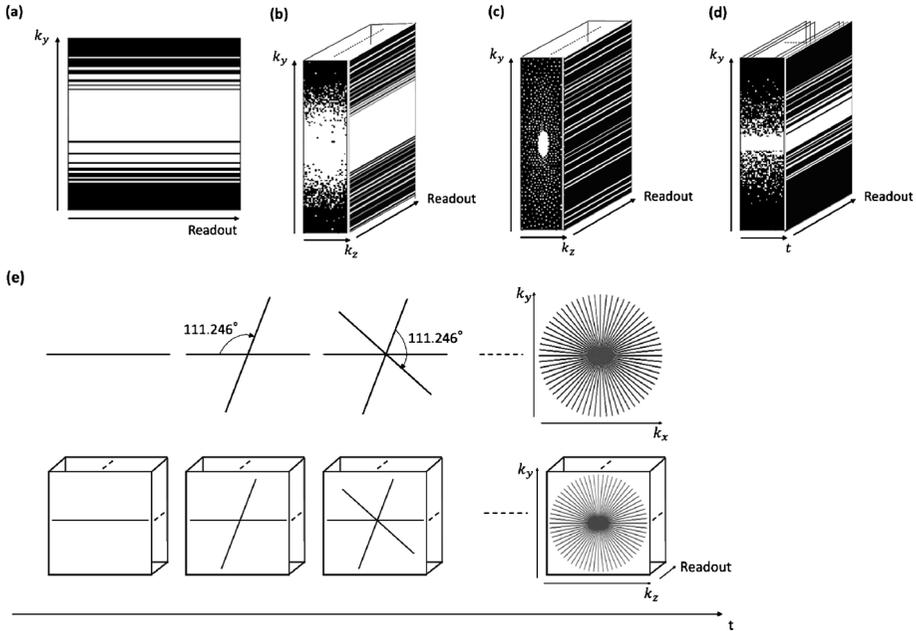


Fig. 5. Examples of undersampling patterns. (a,b) 2D (a) and 3D (a) variable density Cartesian sampling. (c) 3D Poisson disk sampling. (d) k-t sampling. (e) Golden-angle radial sampling (stack-of-stars and CIRCUS).

2.1 サンプルングパターンの設計

k空間でどのような軌跡でサンプルングを行うかは、CS実装の際に最も重要な問題である。既に述べたように、CSのアンダーサンプルングは、できるだけインコヒーレントになるよう、ランダムに点を選べばよい。Cartesian軌跡の場合、k空間のリードアウト方向についてはすべてサンプルングし、位相エンコード方向のみランダムにアンダーサンプルングすることになる。重要な情報が多く含まれるk空間の中心部分は密に、中心から離れた辺縁部は疎になるように、サンプルング密度を可変にする (Fig. 5(a), (b))。サンプルング密度は、中心からの距離に対して2次関数²⁾やガウス関数的に変化させるのが簡便である。

一般に、2次元よりも3次元やマルチスライス撮像の方が、圧縮しやすい傾向がある。Fig. 6に、2次元、マルチスライス、3次元撮像の画像データに対して、ガウス関数型の密度可変アンダーサンプルングを行い、CS再構成して得たシミュレーション画像を示す。同じ圧縮率でも再構成画像の画質が大きく異なっており、2次元よりもマルチスライスや3次元の場合の

方が、原画像との一致度が高くなっている。

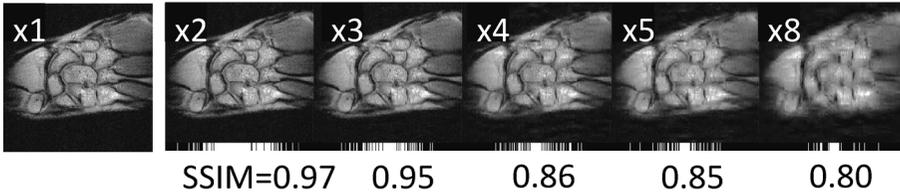
この他、3次元撮像の場合には、Poisson disk²¹⁾と呼ばれるサンプルング法もよく用いられている。この場合、k空間上のサンプルング点間の距離が、ある最小値と最大値の範囲内に収まるよう、ランダムにサンプルング点を選ばれる。また、k空間の中心部分から離れるにつれて密度が疎になるような、密度可変 Poisson disk サンプルング²²⁾も用いられている (Fig. 5(c))。

経時変化を追うようなダイナミックMRIに対しては、CSはさらに効果的である²³⁾。時間フレームごとに異なるサンプルングパターン (Fig. 5(d)) にすれば、時間軸方向にもインコヒーレンス性を担保できるので、CS再構成の性能をさらに向上させることができる。後述するようにPIやnon-Cartesianサンプルングと組み合わせたり、再構成を工夫したりするなどして、高い圧縮率が達成されている。

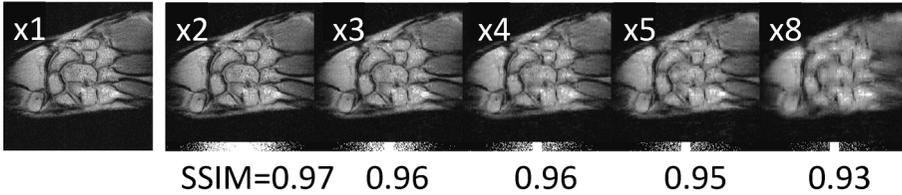
2.2 Non-Cartesian CS

Non-Cartesian サンプルングは、Cartesian サンプルングに比べてインコヒーレンス性が高くCSと相性がよい。また、情報が多く含まれ

2D (256x256)



Multislice (256x256x20)



3D (256x256x20)

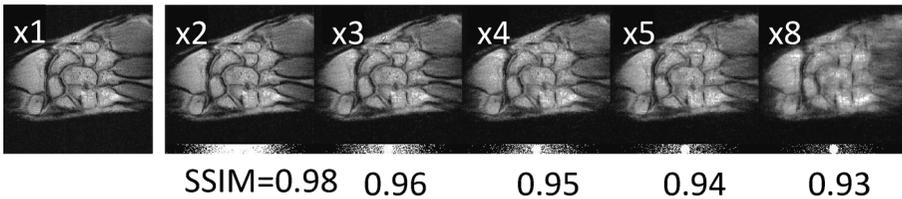


Fig. 6. CS reconstructions of 2D, multislice, and 3D data. The matrix sizes are shown in the parentheses. SSIM stands for the structural similarity index.

ている k 空間の中心を密にサンプリングするため、データ間引きの影響を受けづらい。ラジアルサンプリングは、 k 中心付近のデータを繰り返し収集するので、モーションに対してロバストであるが、CS による撮像時間短縮によって、モーション自体が現れづらくなる効果もあるので、CS との相性はとてもよい。ラジアル軌跡でアンダーサンプリングすると、エリアジングはほとんど現れず、代わりにストリーク状のアーチファクトが現れる。このアーチファクトは TV 項を用いた CS で効果的に除去できる²⁴⁾ (Fig. 7)。スパイラル軌跡もまた、ラジアル軌跡と類似の特徴をもっており、CS との相性が良く、よく使われている。

Non-Cartesian CS は、ダイナミック MRI にもよく使われている。中でも、黄金角を利用した golden ordering profile ordering²⁵⁾ とともに用いると、時間軸方向の任意のデータ区間を切り取って、所望の時間・空間分解能で再構成することができる。

3次元撮像の場合、3次元的にすべて non-Cartesian サンプリングを行う場合もあるが、面内方向にはラジアル CS やスパイラル CS を使い、スライス方向には Cartesian サンプリングするハイブリッド的に行う方が多い (Fig. 5 (e) 上段)。2次元のラジアルやスパイラル軌跡を、 k 空間内で3次元的に“積み重ねた” stack-of-stars²⁶⁾ や stack-of-spiral²⁷⁾ サンプリングはその一例である。これらのハイブリッドサンプリングは、完全な3次元 non-Cartesian サンプリングに比べて渦電流や k 空間の不連続性の抑制に優れているほか、スライス方向の分解能も任意に設定できる利点がある。さらに再構成時も、1次元フーリエ変換と2次元の non-Cartesian 画像再構成を行えばよいので、フルの3次元 non-Cartesian サンプリングの場合に比べて、再構成時間が短くなる。これらの利点は、DCE-MRI^{28)~30)} や4次元の流れのイメージング³¹⁾、灌流イメージング³²⁾ などに利用されている。

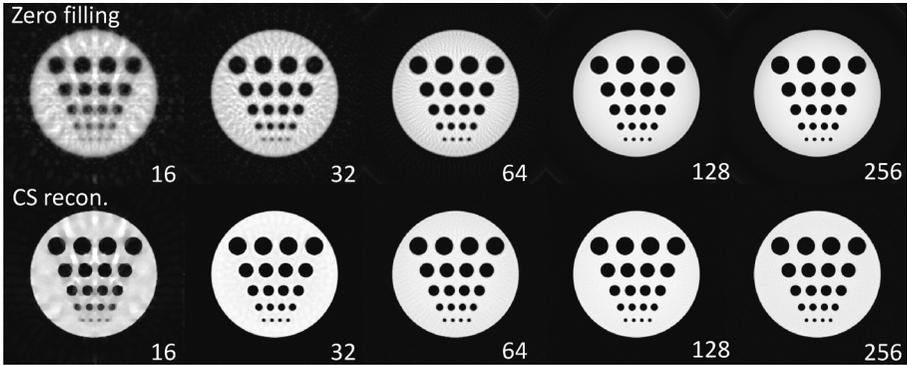


Fig. 7. Zero-filling and CS-reconstructed images from radially-sampled data. The figures indicate the number of spokes.

他のハイブリッド法として、リードアウトは Cartesian 収集でフルサンプリングを行い、残りの二つの位相エンコード方向をラジアルやスパイラル状にサンプリングする方法 (Fig. 5(e) 下段) もいくつか提案されており、VDRad³³、CIRCUS³⁴、G-CASPR³⁵、GOCART³⁶ などがある。

一方、Non-Cartesian サンプリングでは、フルサンプリングでも現れるアーチファクト、たとえオフレゾナンスによるぼけや、理想的な k 空間軌跡からのずれに伴うアーチファクトが出やすいのが欠点である。Non-Cartesian サンプリングで用いられている数々の補正法を使えば、これらのアーチファクトを除去することができるが、補正用の撮像が必要になり、再構成の計算量も増大するので、できればハードウェア的に改善するのが得策である。

2.3 圧縮率の決定

どのくらいまで圧縮率を上げられているかは、多くの因子が複雑に絡み合う難しい問題である。中でも原信号の信号対ノイズ比 (SNR) は重要な因子である。圧縮率を上げると、撮像時間が短くなるため原信号の SNR が低下するが、ある限度を超えるとノイズと真の信号の区別がなくなり、CS 再構成が難しくなる。画像のマトリックスサイズもまた重要であり、サイズが大きければ、よりランダムに近いサンプリングパターンが得られるため、圧縮率を上げることができる。最大の圧縮率は再構成法にも依存し、スパース性の高い変換を使うほど圧縮率

を高くできる。その他にも、診断の目的に応じて、許される画質の限度が変わってくるので、最大の圧縮率は変化する。もし、より細かい解剖学的情報が必要となる場合には、圧縮率をあまり上げることができなくなる。

2.4 スパース変換の選択

スパース変換は、原画像の特徴に基づいて最適なものを選ぶ必要がある。Fig. 8 は、(4)式のウェーブレット変換の L1 ノルムと TV 項の重み係数 (λ_w と λ_{TV}) を変えたときの CS 再構成画像を示したものである。 λ_w を大きくしてウェーブレット項を重視しすぎると全体にモザイク状のアーチファクトが現れる。 λ_{TV} を大きくして TV 項を重視しすぎると、細かい凹凸がなくなり平坦な部分が増える。どちらの項も軽視すると、エリアジングが残る。

Fig. 8 に示したように、TV は、ランダムなノイズの低減には有効である反面、滑らかにし過ぎたり、高分解能成分の情報が失われてぼけを生んだりする傾向がある。したがって、ウェーブレット変換など他の変換と組み合わせる方が良い場合もある。しかし正則化項が増えると、重み係数の調整が難しくなるという負の側面もある。

最適な重み係数の調整は、多くの場合、試行錯誤を伴う面倒な作業であるが、対象と撮像条件を決めてしまえば、最適な係数はほとんど変わらない。重み係数の最適化を自動的に行う試みもなされているが、これらはまだ臨床的には十分テストされていない。この重み調整を自動

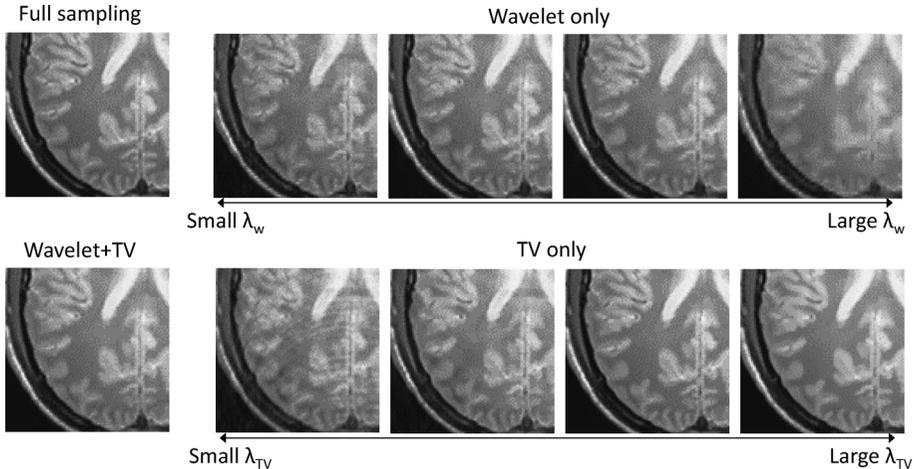


Fig. 8. Comparison of reconstructed images using different sparsifying transforms and weighted coefficients

的に正確に行えるようになれば、一般的な臨床現場でCSを使える機会がもっと増えてくるだろう。

上述のスパース変換の他に、主成分解析 (principle component analysis; PCA)³⁷⁾などのデータ適応型スパース変換も、ダイナミックMRIにおいて使われている。また、最適なスパース変換をデータから学習する「辞書学習」^{38)~41)}を使った方法も開発されている。辞書学習でよく使われているのは、画像を小さなパッチに分割して、局所的な画像のスパース性を学習する方法である。実際には、再構成と学習が同時に行われることが多い。これらの方法では、再構成時間がかかり長くなるので、MRI全般に効率的に応用できるかどうかはまだ証明されていないが、ホットトピックの一つである。

ダイナミックMRIでは、もっと高い時間・空間分解能が求められている。ダイナミックMRIの画像データを時間順に並べて作った行列 (Casorati 行列) は、線形独立な行や列の数が少ない性質、つまり低ランク性 (Low Rank: L) をもつと考えられている。この低ランク性を利用し再構成する方法が提唱されている^{42)~45)}。さらに低ランク性とスパース性 (Sparsity: S) を組み合わせた方法 (L+S)⁴⁶⁾なども提唱されている。

2.5 CS再構成の評価

CS再構成画像の評価には、どれだけ原画像と視覚的に類似しているかを示す指標として、ピーク信号対雑音比 (peak signal-to-noise ratio; PSNR) や平均二乗誤差 (mean square error; MSE)、構造的類似性 (structural similarity index; SSIM)⁴⁷⁾などがよく使われている。PSNRが大きいほど、MSEが小さいほど、また、SSIMが大きいほど (最大値で1)、CS再構成画像と原画像との一致度が高いことを意味している。

CSを診断用途で使うには、少なくとも二人以上の放射線科医による検証が必要となるだろう。この読影者は、CS特有のアーチファクトの現れ方を熟知している必要がある。

2.6 PIとの組み合わせ

CSはPIと組み合わせて使われることが多く、いずれか一方を使う場合よりも、相乗的に圧縮率を上げることができる場合もある。CS-PIの再構成法には、PI再構成法の一つであるSENSEを使ったSPARSE-SENSE⁴⁸⁾が用いられる。ダイナミックMRIではk-t SPARSE-SENSE⁴⁹⁾や、それと黄金角ラジアルサンプリングとを組み合わせたGRASP MRI⁵⁰⁾も使われている。また近年では、PIで使われているSPIRiT⁵¹⁾やESPIRiT⁵²⁾を、CSと組み合わせたL1-SPIRiT⁵³⁾やL1-ESPIRiT⁵²⁾などの再構成法も使われている。前者はk空間で、後者

は画像空間で再構成を行っている。

2.7 CS の骨軟部領域への応用例

ここでは CS の骨軟部領域への応用例について紹介する。フリップ角可変の 3D 高速スピノエコー (FSE) である Cube に CS を応用し、膝撮像で撮像時間が 30% 短縮したという報告⁵⁴⁾がある。また、3D FSE の膝撮像で、6 倍の加速率を達成した報告⁵⁵⁾もある。Otazo らは、SPARCE-SENSE を、SEMACE と呼ばれるスライスエンコードを用いた金属アーチファクト補正法に適用し、8 倍の加速率を達成した⁵⁶⁾。Fritz らは、膝のインプラント⁵⁷⁾や股関節形成術⁵⁸⁾の SEMACE による評価に CS を応用した。また、3D FSE に現れる画像ぼけを軽減し、様々な T_2 コントラストを再現する方法として T_2 shuffling^{59),60)} が開発されているが、 T_2 shuffling の再構成にも CS が応用されている。

前臨床的な応用として、著者らが骨年齢評価 MRI に CS を使った例⁶¹⁾を Fig. 9 に示す。小児の撮像ではモーションの抑制が重要であるが、その軽減に CS による高速化は極めて有効である。アンダーサンプリングパターンは、フルサンプリングで取得した画像を基に、モンテカルロ法を使って最適化して作成した。具体的には、密度可変ガウス関数の分散値や、k 空間中心付近のフルサンプリング数などをいくつか変えて CS 再構成画像をシミュレーションし、SSIM 値が最大になるパターンを選んだ。臨床医 2 名による読影の結果、3 倍の圧縮率でもフルサンプリングと同等の骨年齢の評価が得られ

ることを示した。

別の前臨床応用として、Liu らは、CIRCUS と k-t SPARSE-SENSE を用いて、3D DCE の手首撮像を行った、関節リウマチ患者の灌流イメージングを行い、画質は担保しつつ、時間分解能を大幅に向上した⁶²⁾。

3. CS の課題と展望

CS をルーチンの臨床現場で使うには、多くの課題が残されている。大きな課題は、再構成時間が長い事である。特にダイナミック MRI のように、データサイズがかなり大きく、不均一フーリエ変換 (NUFFT) が必要な場合には、巨大な計算コストがかかる。一つの解決策は、GPU を使用することである。クラウドベースの計算システムや、専用のワークステーションを使ったシステムも使われ始めており、フリーソフトウェアもいくつか存在する。

現在の再構成法では、パラメタ (λ_w や λ_{TV} など) を適切に選ぶ必要があることも、課題の一つである。理論的には、これらのパラメタは SNR から計算できるが、現実的には、経験的にうまく選ぶ必要がある。ある画像セットを使ってパラメタの値を最適化し、他の画像にも同じ値を使うという方法がある程度確立されているが、臨床的な有用性や信頼性、再現性を担保するためには、今後、もっと多くの臨床研究が必要である。

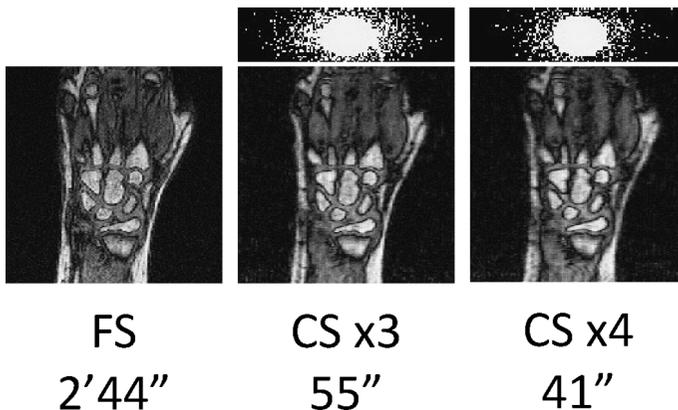


Fig. 9. MR images of left hand of healthy 8.5-year-old girl. Undersampling patterns in two phase-encoding directions are shown in upper part. FS; fully sampled image. CS x3 and CS x4; CS-reconstructed images with acceleration factors of 3 and 4.

ま と め

本稿では、CSの基礎と実装、課題と展望について概説した。CSは、撮像にかかる時間とコストを減らし、患者の負担を軽減する大きな可能性を持っており、その恩恵を、患者のスルーputを上げるためや、他の新しいプロトコルを追加するために使う事ができる。本稿で紹介したCS手法は、その多くが臨床研究でテストされており、徐々にルーチンの臨床検査に使われ始めている。しかし、CSは日常診療では定着しておらず、多くの課題が残されている。たとえば、再構成時間を数秒程度に減らす必要がある。また、アプリケーションごとに異なるCS特有のアーチファクトを、もっと定量的に評価し、原因についてもっと深く理解することも必要となるだろう。今後の技術開発と臨床に向けた技術移転に大いに期待したい。

文 献

- 1) Donoho D: Compressed sensing. *IEEE Trans Inf Theory* 2006; 52: 1289-1306
- 2) Candès E, Romberg J, Tao T: Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Trans Inf Theory* 2006; 52: 489-509
- 3) Lustig M, Donoho D, Pauly JM: Sparse MRI: the application of compressed sensing for rapid MR imaging. *Magn Reson Med* 2007; 58: 1182-1195
- 4) Lustig M, Donoho D, Santos JM, Pauly JM: Compressed sensing MRI. *IEEE Signal Process Mag* 2008; 25: 21-30
- 5) Candès E, Wakin MB: An introduction to compressive sampling. *IEEE Signal Process Mag* 2008; 25: 21-30
- 6) Hollingsworth KG: Reducing acquisition time in clinical MRI by data undersampling and compressed sensing reconstruction. *Phys Med Biol* 2015; 60: 297-322
- 7) Geethanath S, Reddy R, Konar AS, et al.: Compressed sensing MRI: a review. *Crit Rev Biomed Eng* 2013; 41: 183-204
- 8) Jaspán ON, Fleysheer R, Lipton ML: Compressed sensing MRI: a review of the clinical literature. *Br J Radiol* 2015; 88: 201500487
- 9) Feng L, Benkert T, Block KT, Sodickson DK, Otazo R, Chandarana H: Compressed Sensing for Body MRI. *J Magn Reson Imaging* 2017; 45: 966-987
- 10) Sandilya M, Nirmala SR: Compressed sensing trends in magnetic resonance imaging. *Eng Sci Technol International J* 2017; 20: 1342-1352
- 11) Rudin L, Osher S, Fatemi E: Non-linear total variation noise removal algorithm. *Phys D* 1992; 60: 259-268
- 12) 篠原広行, 橋本雄幸. 圧縮センシングMRIの基礎. 医療科学社, 2016
- 13) Daubechies I, Defrise M, De Mol C: An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint. *Commun Pure Appl Math* 2004; 57: 1413-1457
- 14) Bioucas-Dias JM, Figueiredo MA: A new twist: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration. *IEEE Trans Image Process* 2007; 16: 2992-3004
- 15) Beck A, Teboulle M: A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. *SIAM J Imaging Sci* 2009; 2: 183-202
- 16) Huang J, Zhang S, Metaxas D: Efficient MR image reconstruction for compressed MR imaging. *Med Image Anal* 2011; 15: 670-679
- 17) Afonso MV, Bioucas-Dias JM, Figueiredo MA: Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization. *IEEE Trans Image Process* 2010; 19: 2345-2356
- 18) Eckstein J, Bertsekas DP: On the Douglas-Rachford splitting method and the proximal point algorithm for maximal monotone operators. *Math Program* 1992; 55: 293-318
- 19) Goldstein T, O'Donoghue B, Setzer S, Baraniuk R: Fast alternating direction optimization methods. *SIAM J. Imaging Sci* 2014; 7: 1588-1623
- 20) Ouyang Y, Chen Y, Lan G, Pasiliao, Jr E: An accelerated linearized alternating direction method of multipliers. *SIAM J Imaging Sci* 2015; 8: 644-681
- 21) Cook RL: Stochastic sampling in computer graphics. *ACM Trans Grap* 1986; 5: 51-72
- 22) Gdaniec N, Eggers H, Bornert P, Doneva M: A Mertins 2014 Robust abdominal imaging with incomplete breath-holds. *Magn Reson Med* 2014; 71: 1733-1742
- 23) Gamper U, Boesiger P, Kozerke S: Compressed sensing in dynamic MRI. *Magn Reson Med* 2008; 59: 365-373

- 24) Block KT, Uecker M, Frahm J : Undersampled radial MRI with multiple coils. iterative image reconstruction using a total variation constraint. *Magn Reson Med* 2007 ; 57 : 1086–1098
- 25) Winkelmann S, Schaeffter T, Koehler T, Eggers H, Doessel O : An optimal radial profile order based on the golden ratio for time-resolved MRI. *IEEE Trans Med Imaging* 2007 ; 26 : 68–76
- 26) Block KT, Chandarana H, Milla S, et al. : Towards routine clinical use of radial stack-of-stars 3D gradient-echo sequences for reducing motion sensitivity. *J Kor Soc Magn Reson Med* 2014 ; 18 : 87–106
- 27) Thedens DR, Irrazaval P, Sachs TS, Meyer CH, Nishimura DG : Fast magnetic resonance coronary angiography with a three-dimensional stack of spirals trajectory. *Magn Reson Med* 1999 ; 41 : 1170–1179
- 28) Chandarana H, Feng L, Block TK, et al. : Free-breathing contrast-enhanced multiphase MRI of the liver using a combination of compressed sensing, parallel imaging, and golden-angle radial sampling. *Invest Radiol* 2013 ; 48 : 10–16
- 29) Chandarana H, Feng L, Ream J, et al. : Respiratory motion-resolved compressed sensing reconstruction of free-breathing radial acquisition for dynamic liver magnetic resonance imaging. *Invest Radiol* 2015 ; 50 : 749–756
- 30) Rosenkrantz AB, Geppert C, Grimm R, et al. : Dynamic contrast-enhanced MRI of the prostate with high spatiotemporal resolution using compressed sensing, parallel imaging, and continuous golden-angle radial sampling : preliminary experience. *J Magn Reson Imaging* 2015 ; 41 : 1365–1373
- 31) Dyvorne H, Knight-Greenfield A, Jajamovich G, et al. : Abdominal 4D flow MR imaging in a breath hold : combination of spiral sampling and dynamic compressed sensing for highly accelerated acquisition. *Radiology* 2015 ; 275 : 245–254
- 32) Chandarana H, Block TK, Ream J, et al. : Estimating liver perfusion from free-breathing continuously acquired dynamic gadolinium-ethoxybenzyl-diethylenetriamine pentaacetic acid-enhanced acquisition with compressed sensing reconstruction. *Invest Radiol* 2015 ; 50 : 88–94
- 33) Cheng JY, Zhang T, Ruangwattanapaisarn N, et al. : Free-breathing pediatric MRI with nonrigid motion correction and acceleration. *J Magn Reson Imaging* 2015 ; 42 : 407–420
- 34) Liu J, Saloner D : Accelerated MRI with Circular Cartesian UnderSampling (CIRCUS) : a variable density Cartesian sampling strategy for compressed sensing and parallel imaging. *Quant Imaging Med Surg* 2014 ; 4 : 57–67
- 35) Prieto C, Doneva M, Usman M, et al. : Highly efficient respiratory motion compensated free-breathing coronary MRA using golden-step Cartesian acquisition. *J Magn Reson Imaging* 2015 ; 41 : 738–746
- 36) Zhu Y, Guo Y, Lingala SG, Lebel RM, Law M, Nayak KS : GOCART : golden-angle cartesian randomized time-resolved 3D MRI. *Magn Reson Imaging* 2016 ; 34 : 940–950
- 37) Jung H, Ye JC, Kim EY : Improved k-t BLAST and k-t SENSE using FOCUSS. *Phys Med Biol* 2007 ; 52 : 3201–3226
- 38) Duarte-Carvajalino JM, Sapiro G : Learning to sense sparse signals : simultaneous sensing matrix and sparsifying dictionary optimization. *IEEE Trans Image Process* 2009 ; 18 : 1395–1408
- 39) Doneva M, Börnert P, Eggers H, Stehning C, Sénégas J, Mertins A : Compressed sensing reconstruction for magnetic resonance parameter mapping. *Magn Reson Med* 2010 ; 64 : 1114–1120
- 40) Ravishankar S, Bresler Y : MR image reconstruction from highly undersampled k-space data by dictionary learning. *IEEE Trans Med Imaging* 2011 ; 30 : 1028–1041
- 41) Caballero J, Price AN, Rueckert D, Hajnal JV : Dictionary learning and time sparsity for dynamic MR data reconstruction. *IEEE Trans Med Imaging* 2014 ; 33 : 979–994
- 42) Lingala SG, Hu Y, DiBella E, Jacob M : Accelerated dynamic MRI exploiting sparsity and low-rank structure : k-t SLR. *IEEE Trans Med Imaging* 2011 ; 30 : 1042–1054
- 43) Zhang T, Pauly JM, Levesque IR : Accelerating parameter mapping with a locally low rank constraint. *Magn Reson Med* 2015 ; 73 : 655–661
- 44) Zhang T, Cheng JY, Potnick AG, et al. : Fast pediatric 3D free-breathing abdominal dynamic contrast enhanced MRI with high spatiotemporal resolution. *J Magn Reson Imaging* 2015 ; 41 : 460–473
- 45) Miao X, Lingala SG, Guo Y, Jao T, et al. : Accelerated cardiac cine MRI using locally low rank and finite difference constraints. *Magn Reson Imaging* 2016 ; 34 : 707–714

- 46) Otazo R, Candès E, Sodickson DK : Low-rank plus sparse matrix decomposition for accelerated dynamic MRI with separation of background and dynamic components. *Magn Reson Med* 2015 ; 73 : 1125–1136
- 47) Wang Z, Bovik AC, Sheikh HR, Simoncelli EP : Image quality assessment : from error visibility to structural similarity. *IEEE Trans Image Process* 2004 ; 13 : 600–612
- 48) Liu B, Zou YM, Ying L : SparseSENSE : Application of compressed sensing in parallel MRI. 2008 International Special Topic Conference on Information Technology and Applications in Biomedicine, Vols 1 and 2 2008 : 261–264
- 49) Otazo R, Kim D, Axel L, Sodickson DK : Combination of compressed sensing and parallel imaging for highly accelerated first-pass cardiac perfusion MRI. *Magn Reson Med* 2010 ; 64 : 767–776
- 50) Feng L, Grim R, Block KT, et al. : Golden-angle radial sparse parallel MRI : combination of compressed sensing, parallel imaging, and golden-angle radial sampling for fast and flexible dynamic volumetric MRI. *Magn Reson Med* 2014 ; 72 : 707–717
- 51) Lustig M, Pauly JM, Lustig M, Pauly JM : SPIRiT : Iterative self-consistent parallel imaging reconstruction from arbitrary k-space. *Magn Reson Med* 2010 ; 64 : 457–471
- 52) Uecker M, Lai P, Murphy MJ, et al. : ESPIRiT - an eigenvalue approach to autocalibrating parallel MRI : where SENSE meets GRAPPA. *Magn Reson Med* 2014 ; 71 : 990–1001
- 53) Murphy M, Alley M, Demmel J, Keutzer K, Vasanawala S, Lustig M : Fast h-SPIRiT compressed sensing parallel imaging MRI : scalable parallel implementation and clinically feasible runtime. *IEEE Trans Med Imaging* 2012 ; 31 : 1250–1262
- 54) Kijowski R, Rosas H, Samsonov A, King K, Peters R, Liu F : Knee imaging : rapid three-dimensional fast spin-echo using compressed sensing. *J Magn Reson Imaging* 2017 ; 45 : 1712–1722
- 55) Fritz J, Raithel E, Thawait GK, Gilson W, Papp DF : Six-fold acceleration of high-spatial resolution 3D SPACE MRI of the knee through incoherent k-space undersampling and iterative reconstruction—first experience. *Invest Radiol* 2016 ; 51 : 400–409
- 56) Otazo R, Nittka M, Bruno M, et al. : Sparse-SEMAC : rapid and improved SEMAC metal implant imaging using SPARSE-SENSE acceleration. *Magn Reson Med* 2017 ; 78 : 79–87
- 57) Fritz J, Ahlawat S, Demehri S, et al. : Compressed sensing SEMAC : 8-fold accelerated high resolution metal artifact reduction MRI of cobalt-chromium knee arthroplasty implants. *Invest Radiol* 2016 ; 51 : 666–676
- 58) Fritz J, Fritz B, Thawait GK, et al. : Advanced metal artifact reduction MRI of metal-on-metal hip resurfacing arthroplasty implants : compressed sensing acceleration enables the time-neutral use of SEMAC. *Skeletal Radiol* 2016 ; 45 : 1345–1356
- 59) Bao S, Tamir JI, Young JL, et al. : Fast comprehensive single-sequence four-dimensional pediatric knee MRI with T2 shuffling. *J Magn Reson Imaging* 2017 ; 45 : 1700–1711
- 60) Tamir JI, Uecker M, Chen W, et al. : T2 shuffling : sharp, multicontrast, volumetric fast spin-echo imaging. *Magn Reson Med* 2017 ; 77 : 180–195
- 61) Terada Y, Tamada D, Kose K, et al. : Acceleration of skeletal age MR examination using compressed sensing. *J Magn Reson Imaging* 2016 ; 44 : 204–211
- 62) Liu J, Pedoia V, Heilmeier U, et al. : High-temporospatial-resolution dynamic contrast-enhanced (DCE) wrist MRI with variable-density pseudo-random circular Cartesian undersampling (CIRCUS) acquisition : evaluation of perfusion in rheumatoid arthritis patients. *NMR Biomed* 2016 ; 29 : 15–23

Fundamentals of Compressed Sensing for MR Imaging

Yasuhiko TERADA, Ai NAKAO, Mayu NAKAGOMI

*Institute of Applied Physics, University of Tsukuba
1-1-1 Tennodai, Tsukuba, Ibaraki 305-8573*

Compressed sensing (CS) is a rapidly developing technique for reducing scanning times while maintaining image contrast and quality. CS theory affirms that certain images can be recovered from highly compressed k-space data with an appropriate reconstruction algorithm. This article reviews the fundamentals of CS, its methods, pulse sequence designs, the reconstruction algorithm, and potential artifacts and their causes, which are important for implementing the CS technique in clinical practice.