

試料振動型磁力計の基本設計

松本光功* 柴岩哲二**

(昭和62年5月25日受理)

Fundamental Design of Vibrating Sample Magnetometers

Mitsunori MATSUMOTO and Tetsuji HAEIWA

Design fundamentals of vibrating sample magnetometers are described with particular reference to the influence of the arrangement and direction of detection coil upon induced voltage and to the optimization of vibrating amplitude. This investigation was motivated by the present situation that the vibrating sample magnetometer has recently become the standard device for providing M-H curves because of its high sensitivity, versatility, and easiness of maintenance, whereas no enough quantitative analyses on this device have been reported to allow us to construct and improve the device without difficulty.

1. ま え が き

磁気記録に用いられる磁性材料の磁気特性は、保磁力、異方性磁界、飽和磁化、キューリ点、残留磁化、角型化、磁気異方性エネルギー、磁化容易軸と困難軸の残留磁化の比、透磁率の周波数依存性のうちのいずれかで評価されている。磁気特性を詳細に知るには、これらの量を得るもとなる磁化曲線（通常の測定では磁気モーメントと磁界の関係）およびその温度特性、周波数特性、測定方向依存性の精密な測定が重要になる。

磁気モーメントの測定法は、次の4種に分類できる。

- (a) 検出コイルに生ずる起電力から求める。
- (b) 不均一磁界中で磁気モーメントが受ける力から求める。
- (c) 試料が発生する磁界を静磁学的に測定する。
- (d) 磁化に付随する現象 (Kerr 効果など) を利用する。

(b), (c) で試料を吊下して測定する場合は、(a) に比べて一般に感度は高い。(b) の方式の典型は磁気天秤である。磁界勾配は磁界の大きさによって変化するので、磁化曲線の測定には不適當である。(c) の典型は無定位磁力計ならびに SQUID である。感度は極めて高いが、それだけに外部磁界の影響を受けやすい欠点がある。

* 情報工学科 教授

** 情報工学科 助手

強磁性体の磁化曲線の測定には、(a)の方法が現在主流となっている。磁気モーメントにより検出コイルに誘起起電力を生じさせるには、鎖交磁束を時間的に変化させなければならない。これには、次の手法が用いられる。

- (a) 交流磁界，パルス磁界またはステップ磁界を用いる。
- (b) 磁化された試料を振動または移動させる。
- (c) 検出コイルを振動または移動させる。

作製および測定 of 難易，精度，感度の点で種々特徴があるが，精度と感度がよく自動測定が容易で多用目的に使用可能という利点から，(b)の試料振動型磁力計が普及しつつある。

現在，試料振動型磁力計を市販しているメーカーは国内で東英工業，理研電子，東北磁気計測研究会（玉川製作所＋東北電子産業），国外では米国の Princeton Applied Research, LDJ electronics, Digital Measurement Systems の計6社とみられる。市場の要求から多くのメーカーが参入を試みたが成功しなかった。上記の各社製品においても，この機種 of 原理を十分に理解して設計を検討する必要があるが，動作原理¹⁾²⁾が一般に理解されておらずまた設計³⁾⁴⁾においても経験に頼っている面が多い。ユーザの要求を満たすには基本的原理を十分理解する必要がある。

本論文は，検出コイルの配置および加振振幅の大きさに主眼をおいて，試料振動型磁力計の設計基準を得ることを目的としたものである。

2. 動作原理

2.1 磁気モーメントから発生する磁界

磁気モーメント m から発生する (r, θ) または (x, y, z) の位置の点Pの磁界を Fig.1 のように $\mathbf{H} = \mathbf{H}_m + \mathbf{H}_r$ で表す。 $r \gg l$ とすると

$$H_m = -\frac{m}{4\pi\mu_0 r^3} \quad H_r = \frac{3m \cos \theta}{4\pi\mu_0 r^3} \quad (1)$$

即ち

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_r &= \mathbf{H}_m + \mathbf{H}_r \\ &= -\frac{1}{4\pi\mu_0} \left\{ \frac{\mathbf{m}}{r^3} - \frac{3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})}{r^5} \mathbf{r} \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

$\mathbf{m} = im$, $\mathbf{r} = ix + jy + kz$ とおいて，(2)に代入すると

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{m}{4\pi\mu_0} \left\{ i \left(\frac{3x^2}{r^5} - \frac{1}{r^3} \right) + j \frac{3xy}{r^5} + k \frac{3xz}{r^5} \right\} \quad (3)$$

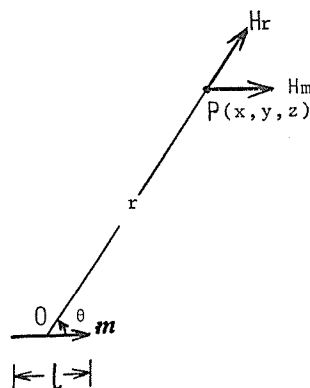


Fig. 1 Strength of the magnetic field originating from magnetic dipole moment.

上式を $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = iH_x + jH_y + kH_z$ とおく. $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ より得られる

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \quad \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r} \quad \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{z}{r} \quad (4)$$

の關係を使って、後の便宜のため次式を準備しておく.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial z} &= \frac{3mz(r^2 - 5z^2)}{4\pi\mu_0 r^7} \\ \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -\frac{15mxyz}{4\pi\mu_0 r^7} \\ \frac{\partial H_z}{\partial z} &= \frac{3mx(r^2 - 5z^2)}{4\pi\mu_0 r^7} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

2.2 検出コイルの出力電圧

試料を z 方向に正弦波振動 $a \sin 2\pi ft$ を加えるものとする、次のように書ける.

$$\left. \begin{aligned} z &= z_0 + a \sin 2\pi ft \\ dz/dt &= 2\pi fa \cos 2\pi ft \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

検出コイル軸が x 方向を向いているときの出力は、(5)、(6) を用いて

$$\begin{aligned} V_x &= \sum_n \int_A d\mathbf{A} \cdot \mathbf{i} \frac{dB_x}{dt} = \sum_n \int_A d\mathbf{A} \cdot \mathbf{i} \frac{\partial(\mu_0 H_x)}{\partial z} \frac{dz}{dt} \\ &= \frac{3mf}{2} \cos 2\pi ft \cdot a \sum_n \int_A d\mathbf{A} \cdot \mathbf{i} \frac{z(r^2 - 5z^2)}{r^7} \end{aligned} \quad (7)$$

但し、検出コイルの断面積を A 、巻数を n とする. 同様に、検出コイル軸が y, z 方向を向いているときは

$$\left. \begin{aligned} V_y &= -\frac{3mf}{2} \cos 2\pi ft \cdot a \sum_n \int_A d\mathbf{A} \cdot \mathbf{j} \frac{5xyz}{r^7} \\ V_z &= \frac{3mf}{2} \cos 2\pi ft \cdot a \sum_n \int_A d\mathbf{A} \cdot \mathbf{k} \frac{x(r^2 - 5z^2)}{r^7} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

検出コイルが任意の方向を向くときは

$$\begin{aligned} V &= V_x + V_y + V_z \\ &= \frac{3mfa}{2} \cos 2\pi ft \sum_n \int_A d\mathbf{A} \cdot \frac{1}{r^7} \left\{ iz(r^2 - 5z^2) \right. \end{aligned}$$

$$-j5xyz + kx(r^2 - 5z^2) \} \quad (9)$$

検出コイルを、電磁石の2つの磁極表面付近に配列するものとする。Fig. 2 の位置A, B, C, DおよびA', B', C', D'の8点は、 xy 面, yz 面, zx 面に対称をなすものとし、各点にコイルを同一向きに配置する。各コイルの端子をうまく接続しないと、出力が打消されることになる。接続の仕方は8通りがあるが、これを計算してみると Fig. 3 に示

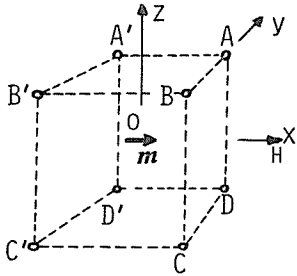


Fig. 2 Detection coil arrangements.

	A	B	C	D	A'	B'	C'	D'
1	↑	↑	↑	↑	↓	↓	↓	↓
2	→	→	←	←	→	→	←	←
3	↗	↘	↗	↘	↘	↗	↗	↘

Fig. 3 Coil connections which do not cancel any outputs.

す3通りを除いて0になることがわかる。Fig. 3 で矢印方向が逆なのは、接続方向を逆にするか、コイルの向きを逆にするを意味する。Fig. 3 の1の場合、(9)において

$$\begin{aligned} V_1 &= V(x, y, z) + V(x, -y, z) + V(x, -y, -z) + V(x, y, -z) \\ &\quad - V(-x, y, z) - V(-x, -y, z) - V(-x, -y, -z) - V(-x, y, -z) \\ &= 12mfa \cos 2\pi ft \sum_n \int_A dA \cdot \frac{kx(r^2 - 5z^2)}{r^7} \end{aligned} \quad (10)$$

同様に 2, 3 の場合

$$V_2 = 12mfa \cos 2\pi ft \sum_n \int_A dA \cdot \frac{iz(r^2 - 5x^2)}{r^7} \quad (11)$$

$$V_3 = 12mfa \cos 2\pi ft \sum_n \int_A dA \cdot \frac{j(-5xyz)}{r^7} \quad (12)$$

3. 検出コイルの配置・位置の考察

検出コイルを y 軸にとる構成は利点が認められないので、(10), (11)のみを考察する。(10), (11)で検出コイル位置に関係するのは、次の各項である。

$$G_k(x, y, z) = \frac{x(r^2 - 5z^2)}{r^7} \quad (13)$$

$$G_i(x, y, z) = \frac{z(r^2 - 5x^2)}{r^7} \quad (14)$$

極座標 (r, θ, φ) を用いると
 $x = r \sin \theta \cos \varphi$ $y = r \sin \theta \sin \varphi$ $z = r \cos \theta$
 であるから、これを代入すると

$$G_k(r, \theta, \varphi) = \frac{\sin \theta (1 - 5 \cos^2 \theta) \cos \varphi}{r^4} \quad (15)$$

$$G_i(r, \theta, \varphi) = \frac{\cos \theta (1 - 5 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi)}{r^4} \quad (16)$$

3.1 z 方向検出コイルの場合

Fig. 4 は $G_k(r, \theta, 0^\circ)$ および $G_k(r, \theta, 45^\circ)$ の計算値で、等出力の得られるコイル位置を示す。 $G_k = 0$ になるのは、 $\theta = 0^\circ, \pm 63.43^\circ, \pm 116.57^\circ, 180^\circ$ である。また $dr/d\theta = 0$ になるのは、 $\theta = 31.09^\circ, 90^\circ, 148.91^\circ$ である。

Fig. 5 (a) のアルファベットで検出コイル位置を示すことにし、(b) の配置を考える。この場合、コイルは $63.43^\circ \leq \theta \leq 116.57^\circ$ およびこれと yz 面に対称の領域にコイルを収納する必要がある。

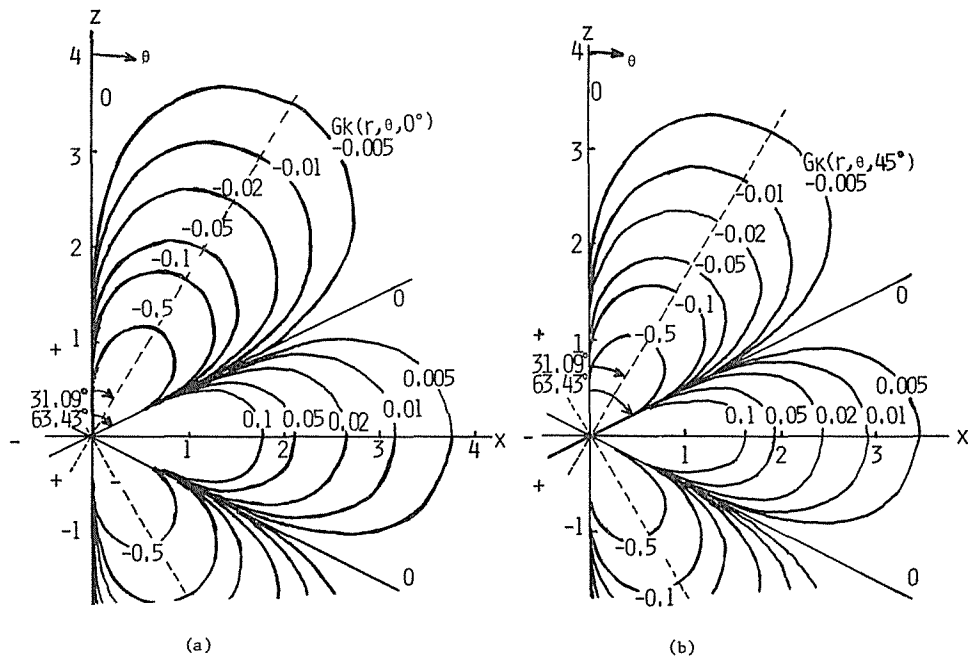


Fig. 4 Z components of the magnetic field strengths at positions $(r, \theta, 0^\circ)$ and $(r, \theta, 45^\circ)$.

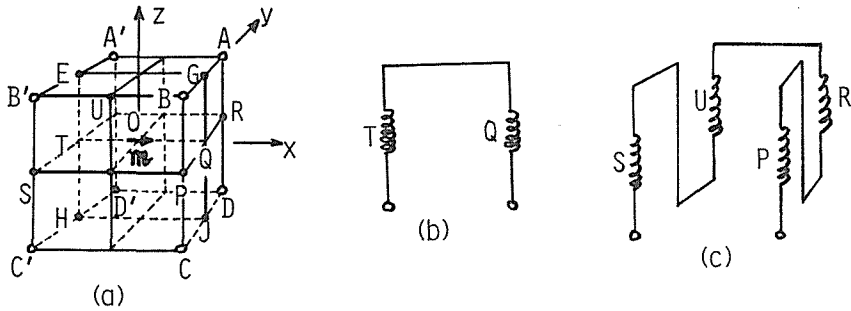


Fig. 5 Coil arrangements and connections of the z axis detection coil system.

また, $0^\circ \leq \theta \leq 63.43^\circ$ およびこれと yz 面, xy 面に対称領域にコイルを分置することも可能で, (a) の G, J, E, H 付近に配置することになる. これを更に分割して A, B, C, D, A', B', C', D' 付近に配置し, 各コイル出力を打消さないようにできる. しかし, Fig. 4 によると, いずれのコイル分置によっても出力増加は期待できない.

Fig. 5 (b), (c) の出力を比較しよう. Fig. 6 に示すコイル平面図を参照して, コイル Q の規格化出力は $G_k(x, 90^\circ, 0^\circ) = 1/x^4$, R の規格化出力は $G_k(r, 90^\circ, \varphi) = \cos \varphi / r^4$, $r \cos \varphi = x$ を代入すると出力比は

$$\frac{2G_k(r, 90^\circ, \varphi)}{G_k(x, 90^\circ, 0^\circ)} = 2 \cos^5 \varphi \quad (17)$$

上式は, $\varphi < 29.48^\circ$ 位置にコイルを分置できれば出力向上が期待できることを示す. 例えば, $\varphi = 15^\circ$ のとき $2 \cos^5 15^\circ = 1.68$ 倍の出力増加となる.

3.2 x 方向検出コイルの場合

(16) の $G_i(r, \theta, 0^\circ)$, $G_i(r, \theta, 45^\circ)$ の計算結果を Fig. 7 に示す. 大きさは x 軸, z 軸に対称であるが極性は異なる. 直線 OA, OB は $dx/d\theta = 0$ なる位置を示す. この直線上に検出コイルを配置するのが効果的である. $\varphi = 0^\circ$ の場合は $26.57^\circ < \theta < 90^\circ$, $90^\circ < \theta < 153.43^\circ$ にコイルを分置し, Fig. 8 の接続にする必要がある.

Fig. 7 (b) は, $\varphi = 45^\circ$ のときの G_i の計算値を示す. この場合はコイルを 8 個分置することが可能で, ABCDA'B'C'D' のように接続することになる. Fig. 7 の両図からはコイル数増加の効果はみられないが, 一般の場合について比較してみよう. いま, $G_i(r, \theta, \varphi)$, $x = r \sin \theta \cos \varphi$ において $\varphi = 0^\circ$ のときの値と比較すると

$$\frac{2G_i(r, \theta, \varphi)}{G_i(r, \theta, 0^\circ)} = \frac{2 \cos^4 \varphi (1 - 5 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi)}{1 - 5 \sin^2 \theta} \quad (18)$$

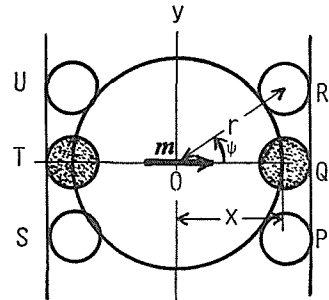


Fig. 6 Z axis coil arrangements at positions $(r, 90^\circ, 0^\circ)$ and $(r, 90^\circ, \varphi)$.

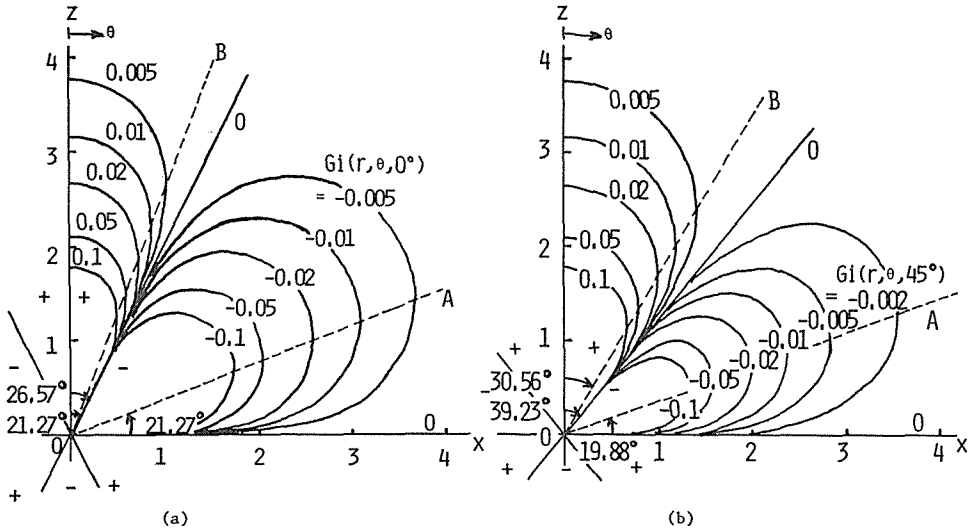


Fig. 7 X components of the magnetic field strengths at positions \$(r, \theta, 0^\circ)\$ and \$(r, \theta, 45^\circ)\$.

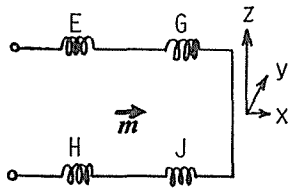


Fig. 8 Connection of detection coils. Refer to Fig. 5 (a) in coil positions.

Table 1 Range of coil positions in x axis-8 detection coil system.

\$\psi\$ (\$^\circ\$)	range of \$\theta\$ (\$^\circ\$)
10	\$\theta \ge 27.54\$
15	\$\theta \ge 29.16\$
20	\$\theta \ge 33.01\$
25	\$\theta \ge 53.42\$

上式が1より大となる組合せ例を求めると、Table 1 のようになる。Table 1 の範囲に検出コイルを納めることができれば、出力を増加できる。例として

$$\frac{2G_i(r, 60^\circ, 20^\circ)}{G_i(r, 60^\circ, 0^\circ)} = 1.31 \tag{19}$$

$$\frac{2G_i(r, 70^\circ, 20^\circ)}{G_i(r, 70^\circ, 0^\circ)} = 1.32 \tag{20}$$

次に、\$z\$ 方向コイルと \$x\$ 方向コイルの出力を比較しよう。前者のコイルは \$x\$ 軸上に、後者は Fig. 7 の OA 上に置き、\$x\$ 座標は同一とする。

$$\left| \frac{2G_i(x / \cos 21.27^\circ, 90^\circ - 21.27^\circ, 0^\circ)}{G_k(x, 90^\circ, 0^\circ)} \right| = 1.83 \quad (21)$$

したがって、一般に x 方向検出コイルは z 方向検出コイルに比較して出力を大きくとれる。

3.3 試料位置変動の影響

Fig. 4 (a) と Fig. 7 (a) において、それぞれ $x = 3, y = 0, z = 0$ および $x = 3, y = 0, z = 1.168$ に検出コイルを配置するものとする。前者に 2 個、後者に 4 個のコイルを用いる。

Fig. 9 は、試料を x 方向および z 方向にずらすときの出力変動を示す。試料位置のずれは、試料・コイルの x 方向間隔 3 で規格化して示した。(14), (15) を用い、上記座標から x または z を増減するときの G 値の平均を求めて得られる。Fig. 9 によると、 x 方向検出コイルの方がやや出力変動が少なく優れているといえる。

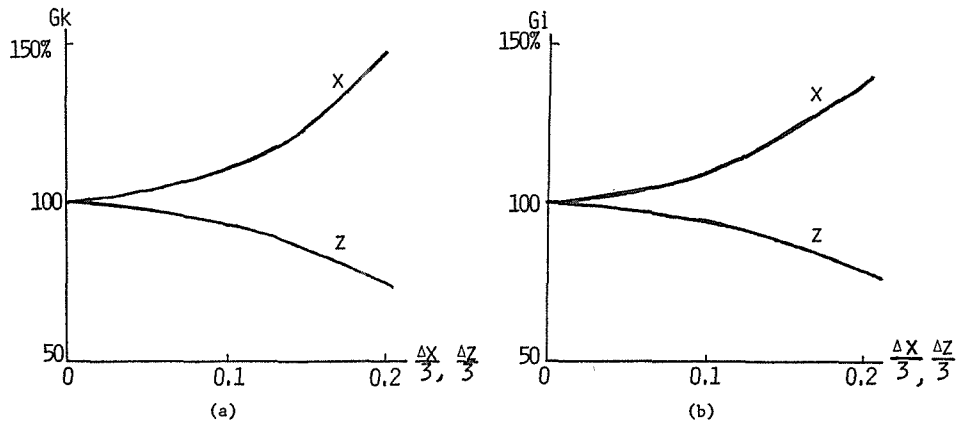


Fig. 9 Variations of the relation of induced output vs. displacement of sample position.

3.4 振幅と波形ひずみ

検出コイルは、ある領域に納めないと出力が逆極性となる。試料の加振振幅を大きくし試料・コイル相対位置がこの領域を越えると、波形ひずみおよび出力減をもたらす。Fig. 4 (a) において、 $r = 3, \theta = 90^\circ, \varphi = 0^\circ$ に配置した大きさの無視できる z 方向検出コイルを考えると、振幅が ± 1.5 を越えると出力は逆極性となる。

いま、この検出コイルと Fig. 7 (a) タイプのコイルについて、加振振幅と波形ひずみの関係を調べる。後者においては、 $x = 3, \theta = 68.73^\circ, \varphi = 0^\circ$ に置かれた大きさの無視できる x 方向検出コイルを考える。加振振幅を $a/x = \alpha$ 、コイル断面積を A 、巻数を N とする。この場合には x 方向検出コイル数は z 方向コイル数の 2 倍になることを考慮すると、(10), (11) は次のようになる。

$$V_k = \frac{2V_z x^3}{3mfNA} = \frac{\alpha(1 - 4\alpha^2 \sin^2 \omega t) \cos \omega t}{(1 + \alpha^2 \sin^2 \omega t)^{3/2}} \quad (22)$$

$$V_i = \frac{4V_x x^3}{3mfNA} = \frac{2\alpha(0.38928 + \alpha \sin \omega t) \{-3.84846 + 0.77856\alpha \sin \omega t + \alpha^2 \sin^2 \omega t\} \cos \omega t}{(1.15154 + 0.77856\alpha \sin \omega t + \alpha^2 \sin^2 \omega t)^{\frac{1}{2}}} \quad (23)$$

Fig. 10 に計算結果を示す。出力波の最大振幅値は α に比例し、 $\omega t = 0, \pi, 2\pi, \dots$ のとき $|V_k| = \alpha$ 、 $|V_i| = 1,82853\alpha$ となる。

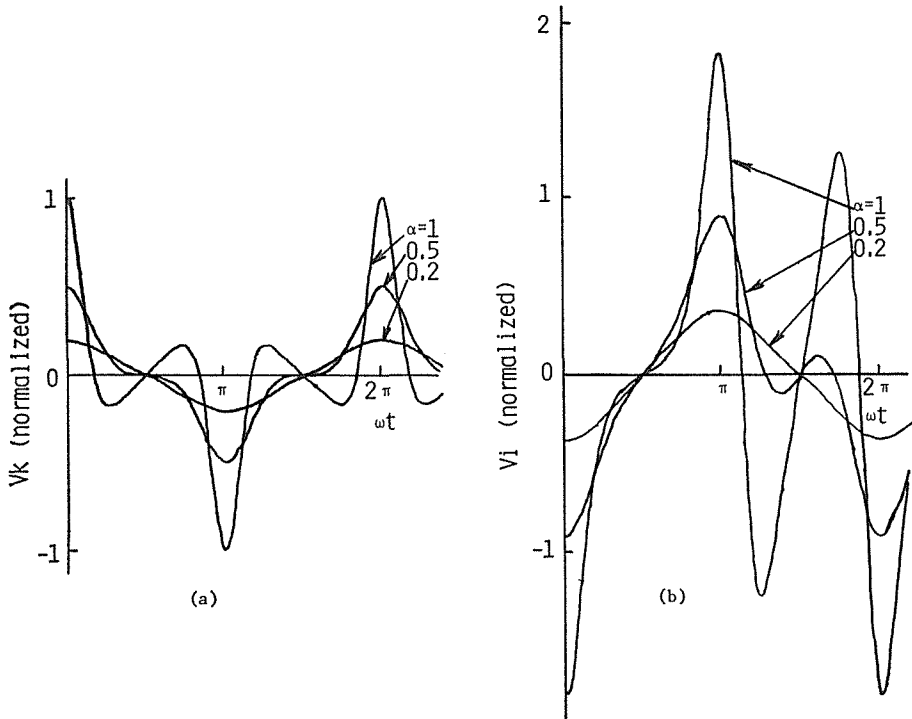


Fig. 10 Waveforms of induced outputs calculated for various vibrating amplitudes.

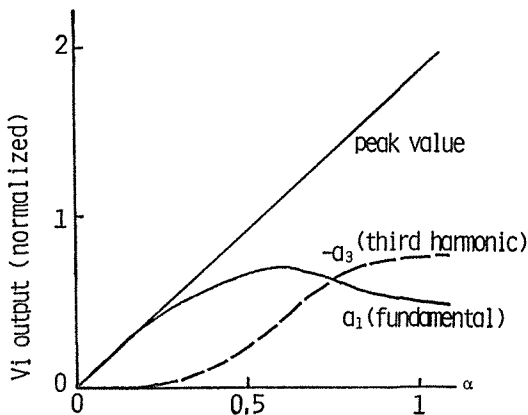


Fig. 11 Amplitude spectra of output waveforms for various vibrating amplitudes.

Fig. 11 は, Fig. 10(a) の出力波の基本波と第 3 高調波を求めたものである. 基本波を選択増幅する場合には, 若干の出力打消しの生ずる大きさ (Fig. 11 の場合, $\alpha=0.6$) まで加振振幅を大きくすることにより, 出力を大きくとれることがわかる.

4. ま と め

高感度の試料振動型磁力計を設計する場合の基本的条件は次のとおりである.

- (1) 出力は, 加振周波数に比例するので, 安定性が損われない範囲で周波数を大きくする.
- (2) 検出コイルを y 方向軸とするメリットはない.
- (3) z 方向コイルは, $\varphi < 29.48^\circ$ の範囲に 4 個分置するのが最適である.
- (4) 8 個の x 方向コイルを所定位置に配置することにより, 4 個配置の場合に比べ 30% 程度出力を増加できる.
- (5) x 方向コイルは z 方向コイルより出力が 80% 程度増加する.
- (6) 試料位置変動の安定性は, z 方向コイルに比べ x 方向コイルが若干優れている.
- (7) 試料の加振振幅を大きくすると, 出力波形がひずむ. 出力波の基本波成分が最大になるのは, 加振振幅/試料・コイル間距離 = 0.6 のときである.

参 考 文 献

- 1) S. Foner: Versatile and Sensitive Vibrating-Sample Magnetometer; The Review of Scientific Instruments, **30**, No. 7, pp. 548-57 (1959).
- 2) G. J. Bowden: Detection Coil Systems for Vibrating Sample Magnetometers; J. of Physics E (Sci Instrum.) **5**, pp. 1115-9 (1972).
- 3) 大林康二: フォーナー型磁気測定装置; 固体物理 **5-8**, pp. 466-70 (1970).
- 4) 勝又, 小林: 超伝導マグネット用磁化曲線測定装置; 固体物理 **13-12**, pp. 773-7 (1978).