K君の「タヌキ？掛け」

因数分解せよ

$$2x^2-3xy-2y^2-x+7y-3$$

T：さて、まだ早いと思うけど解けたら手をあげてください。

K：オッシャー（といいながら手をあげる）

T：おおK君か、ずいぶん早いなあ。本当にできたの？

K：まかせときなって！要するにこれ「タヌキ掛け」でやればいいのよ！（クラス大爆笑）

K：えっ？なんか変なこといったっけ？

T：「タヌキ掛け」じゃなくて「タスキ掛け」だと思うけど。K君のその「タヌキ掛け」ってのを見せてくれるかい？

K：まず、式を２次、１次、０次に分けて線の下に書く

$$\begin{array}{ccc} \\ \hline 2x^2-3xy-2y^2 & -3 & -x+7y \end{array}$$

T：(おいおい、xについて整理するの忘れてるぞ、でもまあ、この先どうやるのか様子をみてから注意しても遅くないだろう)

K：２次の項を積の形にする

$$\begin{array}{ccc} 2x+y & & \\ x-2y & & \\ \hline (2x+y)(x-2y) & -3 & -x+7y \end{array}$$

そしてバッテンの形に掛けたものの和が 1 次の項に等しくなるように調整して

$$\begin{array}{cccccc} 2x+y & & -3 & \to & -3x+6y \\ & \times & & & \\ x-2y & & 1 & \to & 2x+y \\ \hline (2x+y)(x-2y) & & -3 & & -x+7y \end{array}$$

ここから

$$\begin{aligned} &2x^2-3xy-2y^2-x+7y-3 \\ &=(2x+y-3)(x-2y+1) \end{aligned}$$

これで終わり。

T：なるほど、これは面白い。

おれが教えたときは「式を２次、１次、０次に分けて」の前に「xについて整理して」があったんだけど、K君はその手順は聞いてなかったんだね。

この２次式を因数分解する目的は、

与えられた式を

（１次式＋定数）（１次式＋定数）

の形に変形することだったよね。

これは、A,Bを１次式、a,bを定数とすると

$(A+a)(B+b)$の形だから

$(A+a)(B+b)=AB+Ab+Ba+ab$

これを

$$\begin{array}{cccc} A & & a & \to Ba \\ & \times & & \\ B & & b & \to Ab \\ \hline AB & & ab & Ab+Ba \\ \text{2 次} & & \text{定数} & \text{1 次} \end{array}$$

の形に表したのがタスキ掛けの原理だから、K君のタヌキ掛けもちゃんと理屈に合っているし、「xについて整理して」の部分はあってもなくても良かったんだよ。K君、大発見だね。でも、たまには、ちゃんと授業も聞いてくれよ。

（大爆笑）

（K君照れながらも、まんざらでもない様子）

＜続＞　K君の「タヌキ？掛け」

暗算で！
次式を因数分解せよ

$$2x^2-3xy-2y^2-x+7y-3$$

まず

$2x^2-3xy-2y^2=(2x+y)(x-2y)$

から

$2x^2-3xy-2y^2-x+7y-3$

$=(2x+y\ \boxed{\ ?\ })(x-2y\ \boxed{\ ?\ })$

ここまで書きます。

ところで

$2x^2-3xy-2y^2-x+7y-3$

は $x=0$ のとき

$-2y^2+7y-3$

$=-(2y-1)(y-3)$

となります

$(2x+y\ \boxed{\ ?\ })(x-2y\ \boxed{\ ?\ })$

は $x=0$ のとき

$(y\ \boxed{\ ?\ })(-2y\ \boxed{\ ?\ })$

となります。

$-(2y-1)(y-3)$

$=(y-3)(-2y+1)$

だから

$(2x+y\ \boxed{\ ?\ })(x-2y\ \boxed{\ ?\ })$

$=(2x+y-3)(x-2y+1)$

（たしかめ）

$y=0$ のときは大丈夫でしょうか？

$2x^2-3xy-2y^2-x+7y-3$

は $y=0$ のとき

$2x^2-x-3=(2x-3)(x+1)$

$(2x+y-3)(x-2y+1)$

も $y=0$ のとき

$(2x-3)(x+1)$

となるから大丈夫ですね。