鹿児島工業高等専門学校
研究報告　40（2005）
9～12

全電界成分分離非線形フィルタによる回折トモグラフィの再構成アルゴリズム

原田　治行+

Reconstruction algorithm for diffraction tomography based on nonlinear separation filter of electric field

Haruyuki HARADA

This paper presents a new reconstruction algorithm for the diffraction tomography based on the nonlinear separation filter of electric field. From the integral equation of scattering, on which the inversion methods are developed, it is apparent that one could use the estimate of $V\psi$ determined from the scattered field data, to estimate ψ within the target. Once this is available, it becomes a straightforward matter to divide this function into the calculated estimate of $V\psi$. Results based on this approach using the simulated data from simple targets will be shown and the significance of estimating the field inside V using this approach will be assessed.

Key words : diffraction tomography, nonlinear separation filter, electric field, electromagnetic theory

1. まえがき

物体の内部構造や媒質定数の分布の非破壊計測技術は，地下資源の探査，地下ケーブルや埋設管の識別，医療における画像診断等の広い分野において重要である．非破壊計測技術の一つであるトモグラフィは，多方向から波動を照射して放射電磁界を計測し，これをもとに物体の内部構造を調べ，物理パラメータの分布の断層像を可視画像として得る技術である．この技術は高解像度の断層像が得られる X 線 CT や，核磁気共鳴を利用して強力な磁場とラジオ波を用いる核磁気共鳴映像法（MRI）で実用化されている．MRI は X 線 CT と比較して，生体に害を与えないという利点がある．X 線 CT は，X 線が物体を透過する時の減衰係数を映像化したものであり，MRI は水素等の電子の分布状態を映像化したもので，同じ物体に対するそれぞれの映像は異なったものになり非破壊検査(画像診断)を行う場合に多角的に検査(診断)を行うことが出来る．この意味で,X 線の代わりにマイクロ波を用いた研究が行われている．この方法は,MRI のように生体に害を与えないという利点があるとともに，物体の屈折率分布が映像として得られる．この方式が実用化されれば，X 線 CT や MRI とは異なった観点から非破壊検査（画像診断）が行え，検査（診断）技術の向上につながる．

著者は，このマイクロ波を用いたトモグラフィの研究を行っており，これまでに測定した放射電界から物体の屈折率分布を再構成するアルゴリズムを提案し，コンピュータシミュレーションによりその有効性と問題点を示してきた [(1)～(9)]．具体的には，単一周波数に対する非線形問題を非線形積分方程式や最適化問題に帰着させ逐次線形化し反復的に解く方法 [(1),(2),(4)～(9)]や，時間領域で最適化問題を反復的に解く方法 [(3)]を提案して，単純な屈折率分布を持ったテスト物体に対する散乱界の実測データから再構成する研究に取り組んできた．しかし，いずれの手法も実用化に至っていない．非線形問題を数値的に解く場合に，初期値の選び方等により，解が収束しなかったり局所解に陥ったりする問題が残されている．

強散乱体に対する従来の再構成法は，非線形問題を非線形積分方程式や最適化問題に帰着させ逐次線形化して反復的に解くことにより前述の問題が発生する．

本論文は，これらの問題を避けるために，非線形問題を逐次反復法を用いないで解く新しい解法を提案する．マクスウエルの方程式から得られる入射電磁波と測定した遠方散乱界の関係式を両辺フーリエ変換すれば，遠方散乱界がスペクトル空間では対象物の屈折率分布と物体内部の全電界との積のスペクトルとなる事に着目し，その積から全電界成分を除去し屈折率分布を再構成する全電界成分分離非線形フィルタの設計法を確立する．

2.　再構成アルゴリズム

図 1 の問題の構成図において，任意形状で任意の屈折率分布を持つ物体に平面波を入射させた時の遠方

+電子制御工学科

散乱界の Scattering Amplitude $\psi_s(\phi_i;\phi_s)$ は，Maxwell の方程式より，式（1）で表される．ここで，ϕ_i は入射角で，点 P は遠方での測定点で ϕ_s は測定角である．

$$\psi_s(\phi_i;\phi_s)=k_0^2\int\int V(x',y')\Psi(\phi_i;x',y')$$

$$\bullet\exp(-jk_0(x'\cos\phi_s+y'\sin\phi_s))dx'dy' \qquad (1)$$

ただし，V は scattering potential であり，$V(x,y)=\varepsilon_r(x,y)-1$ で表される．ε_r は物体の比誘電率分布である．

ここで，$u(\phi_i;x,y)=k_0^2V(x,y)\psi(\phi_i;x,y)$ のフーリエ変換を $U(\phi_i;\alpha,\beta)$ とすれば，式（1）は，式（2）で表される．

$$\psi_s(\phi_i;\phi_s)=\int\int U(\phi_i;\alpha,\beta)\delta(\alpha+k_0\cos\phi_s)$$

$$\bullet\delta(\beta+k_0\sin\phi_s)d\alpha d\beta$$

$$=U(\phi_i;-k_0\cos\phi_s,-k_0\sin\phi_s)$$

$$=U(\phi_i;\alpha,\beta) \qquad (2)$$

この式の意味するところは，測定角 ϕ_s での Scattering Amplitude $\psi_s(\phi_i;\phi_s)$ は，フーリエ領域で半径 k_0 の円周上の点 $(-k_0\cos\phi_s,-k_0\sin\phi_s)$ での $u(\phi_i;x,y)=k^2V(x,y)\varphi(\phi_i;x,y)$ のフーリエ変換値 $U(\phi_i;\alpha,\beta)$ に対応する．　ϕ_s を 0 から 2π まで変化させれば，半径 k_0 の円周上の $u(\phi_i;x,y)$ のフーリエ変換値が求まる．　これを，逆フーリエ変換すれば，$u(\phi_i;x,y)$ のフィルターバージョン $\tilde{u}(\phi_i;x,y)$ が求まる．

$\psi(\phi_i;x,y)$ は，平面波の入射角度が ϕ_i の場合の物体内部の全電界であり，式（3）で表される．

$$\psi(\phi_i;x,y)=k_0^2\int\int V(x',y')\psi(\phi_i;x',y')$$

$$\bullet G(x,y;x',y')dx'dy'+\varphi_0(\phi_i;x,y) \qquad (3)$$

$\varphi_0(\phi_i;x,y)$ は入射平面波で式（4）で表される．

$$\varphi_0(\phi_i;x,y)=\exp(jk_0(x\cos\theta_i+y\sin\theta_i) \qquad (4)$$

ここで，

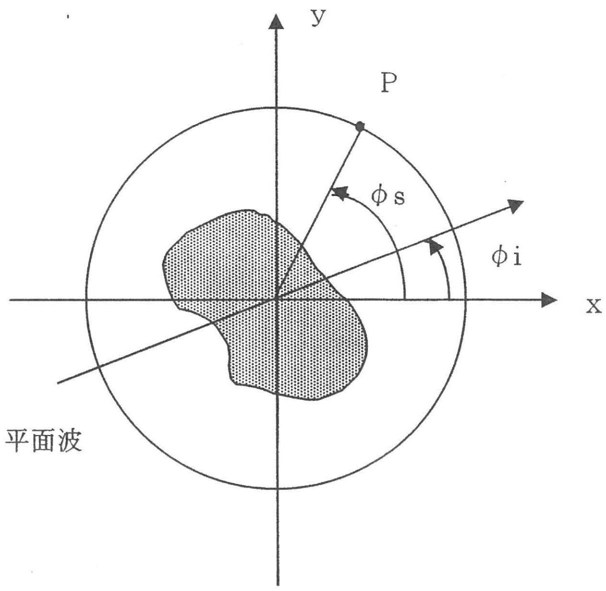


図１．問題の構成図

$G(x,y;x',y')=-\frac{j}{4}H_0^{(2)}\left(k_0\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}\right)$ は第２種ハンケル関数である．

式（３）をフーリエ変換すれば，式（５）で表される．式（３）の右辺第１項は，$u(\phi_i;x',y')$ とハンケル関数との畳み込みで表されるので，フーリエ変換を行うと，各々のフーリエ変換の積となる．

$$\Psi(\phi_i;\alpha,\beta)=-\frac{j}{4}U(\phi_i;\alpha,\beta)\underline{H}^{(2)}(\phi_i;\alpha,\beta)$$

$$+\Psi_0(\phi_i;\alpha,\beta) \qquad (5)$$

$\alpha=-k_0\cos\theta_s$，$\beta=-k_0\sin\theta_s$ を式（5）に代入することにより，$\psi(\phi_i;x,y)$ のフーリエ変換値の中で，半径 k_0 の円周上の値が求まる．これを逆フーリエ変換することにより，$\psi(\phi_i;x,y)$ のフィルターバージョン $\tilde{\psi}(\phi_i;x,y)$ が求まる．さらに，$\tilde{u}(\phi_i;x,y)$ を $k_0^2\tilde{\psi}(\phi_i;x,y)$ で割ることにより，$V(x,y)$ の近似値 $\bar{V}(x,y)$ を求めることが出来る．

3.　数値例

照射する平面波の波長をλ（3cm）とし，図 2 に示す断面積 Ω_1, Ω_2 を持った２つの軸ずれした円柱物体を，8λ×8λの正方領域で囲み，128×128 の格子で分割し，数値計算により計算機実験を行う．ただし，２つの物体の直径を，それぞれ，15.2cm，7.6cm

とする．また，断面積Ω_1, Ω_2 の比誘電率を，それぞれ，1.2，1.4 とする． 図 3 に，入射角 0 度で平面波が入射した場合の$V(x,y)$の近似値$\overline{V}(x,y)$を求める過程を示す．図 3 の(f)が近似値である．

次に，図 4 に入射角 60 度で平面波が入射した場合の$V(x,y)$の近似値$\overline{V}(x,y)$を示す．さらに，入射角が，0, 20, 40, 60, ………, 340 と 20 度間隔で，求めた近似値$\overline{V}(x,y)$の平均値を図 5 に示す．入射平面波の各角度毎で求めた$V(x,y)$の近似値$\overline{V}(x,y)$は，フィルタリングされているので精度が悪い．しかし，それらを平均すれば，比誘電率の値の精度は向上し，図 3(a)の理論値の分布に近くなっている．

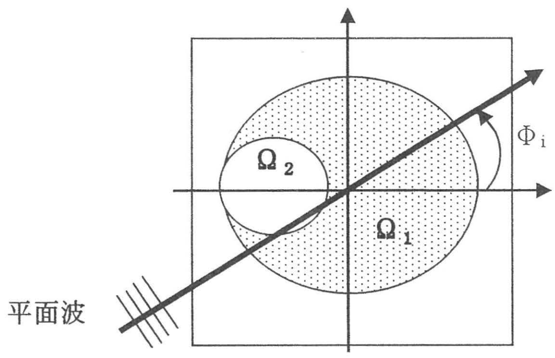
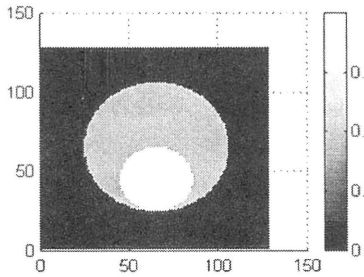
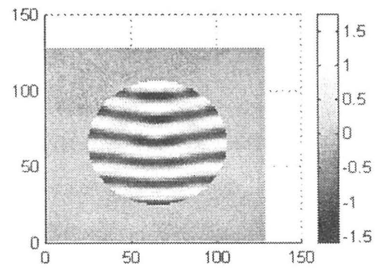


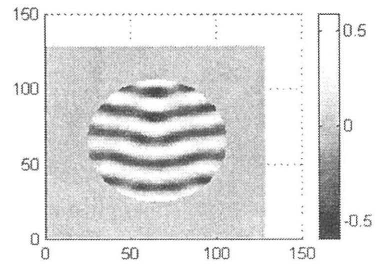
図２．軸ずれした円柱物体への平面波の入射



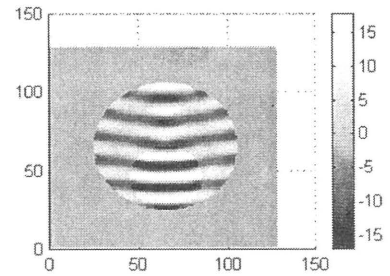
(a) 対象 scattering potential: V の理論値



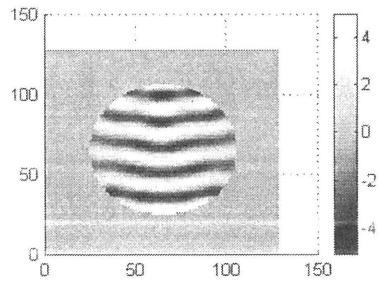
(b)下方から平面波が入射した場合の全電界 Ψ



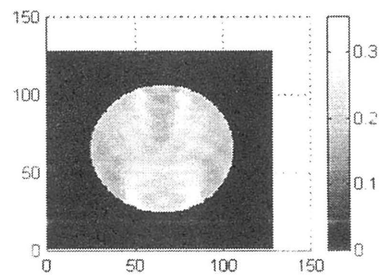
(c) (b)をフィルタリングした値



(d) $k_0 * k_0 * V * \Psi$ の実数部



(e) （d）をフィルタリングした値



(f) (e)を(c)に k_0*k0 をかけたもので割った値$\overline{V}$

図 3. 平面波の入射角度 0 度の場合の scattering potential: V の再構成結果

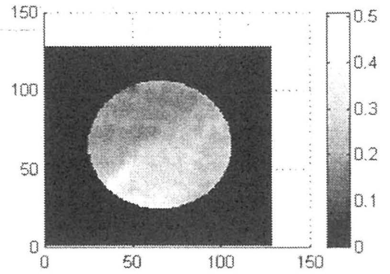


図 4　入射角が 60 度で求めた近似値$\overline{V}$

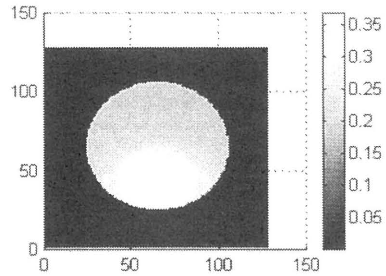


図 5　近似値$\overline{V}$の平均値

4.　むすび

未知の物体に平面波を照射して，その散乱界から推定した scattering potential　V（図 5）は，図 3 の(a)の理論値と比べると，断面積Ω_2の物体の境界がはっきりと再現され，断面積Ω_1　，Ω_2　の比誘電率の大小関係は表している反面，その値は精度の面では問題がある．今後の課題として，scattering potential の推定値の精度を上げることが考えられる．この結果は，これまでに提案されている最適化問題を反復的に解く方法の初期値に採用できると考えている．

謝辞

本研究は，平成 15，16 年度校内研究助成金を受けて行われたことを記し，感謝申し上げる．

参考文献

(1) H. Harada, T. Tanaka, T. Takenaka :“Image Reconstruction of a Three-dimensional Dielectric Object Using a Gradient-based Optimization”Microwave and Optical Technology Letters, 29[5] (2001) 332-336

(2) R. V. McGahan, H. Harada, A. Morales-Porras, M.Testorf, M. A. Fiddy : ”Imaging Ipswich Targets using Tailored Cepstral Filter”Proceedings of 1999 IEEE AP-S International Symposium and USNC/URSI National Radio Science Meeting (1999) 259

(3) 竹中　隆，原田治行，田中俊幸：” 層状媒質の時間領域逆散乱問題の FDTD 法解析” 電子情報通信学会論文誌 J80-C-I [5] (1997) 246-247

(4) H. Harada, D. J. N. Wall, T. Takenaka, T. Tanaka: “Conjugate Gradient Method Applied to Inverse Scattering Problem”IEEE Transactions on Antennas and Propagation 43[8] (1995) 784-792

(5) 原田治行，田中　充，竹中　隆，後藤裕典：” 修正ニュートンカントロビッチ法に基づいた回折トモグラフィの安定性について” 電子情報通信学会論文誌 J76-C-I [5] (1993) 189-191

(6) H.Harada，T.Takenaka，M.Tanaka :“An Efficient Reconstruction Algorithm for Diffraction Tomography” IEICE TRANS.ELECTRON（電子情報通信学会英文論文誌）E75-C[11] (1992) 1387-1394

(7) H.Harada, T.Takenaka, M.Tanaka: “Reconstruction of Complex Refractive-Index DistributionsUsing Modified Newton-Kantrovich Method” Proceedings of 1992 International Symposium on Antennas and Propagation，4，(1992)1233-1236

(8) H.Harada，T.Takenaka，M.Tanaka: “An Efficient Diffraction Tomographic Technique Based on Modified Newton-Kantrovich Method with Fixed Step Size” Proceedings of 1992 URSI International Symposium，1，(1992)122-124

(9) H.Harada，M.Tanaka，T.Takenaka: “On Quality Improvement of Reconstructed Images in Diffraction Tomography,” IEICE TRANS. FUNDAMENTALS，E75-A[7] (1992) 910-913