

人工衛星の可視予測のための簡易計算方法

内田 国昭* 高橋 寛子*

(昭和 51. 8. 23 受理)

A EXPLICIT METHOD OF CALCULATING VISIBILITY OF THE ARTIFICIAL SATELLITE

By

Kuniaki UCHIDA and Hiroko TAKAHASHI

Up to the present, the rise-time and set-time of a given satellite from a specific ground station have been obtained by calculating its ephemeris, and checking the elevation angle of the satellite instant by instant.

However, if the visibility of the satellite in each revolution is approximately estimated by examining the relation between the orbital plane and the station position at the time when the satellite passes through the ascending node, we can easily obtain a closed-form solution to the satellite visibility problem by using this estimated result, and by solving the controlling equation for the eccentric anomaly taken to be the independent variable.

The time required for computing the visibility by this method is several percent of the time needed by the usual method.

This paper discusses a explicit method of calculating the visibility of the artificial satellite and two computer programs with respect to visibility.

1. はじめに

人工衛星を利用して種々のデータを取得する場合、長期にわたりある地球局からの衛星の可視予測をし、運用計画をたてて観測をおこなう。従来、人工衛星の可視予測は一定時間間隔ごとに軌道計算をして衛星の位置を決め、地球局からの仰角を求めることによっておこなわれてきた。電離層観測衛星のような高度 1,000km、軌道傾斜角 70 度の衛星は 1 日約 13 回地球のまわりを周回するが、中緯度の地球局の可視範囲に入るのは 1 日約 6 回のパスであり、パスごとに可視の可能性を推定することができれば、可視予測や軌道計算を大巾に短縮することができる。人工衛星があるパスで地球局の可視範囲に入る

かどうかは、人工衛星の昇交点赤経や軌道傾斜角など軌道面の位置と地球局の視恒星時など可視範囲の位置との間の条件式を計算することによっておおよそ推定することができ、可視の可能性のあるパスについてののみ離心離角を独立変数とする制限方程式を解くことによって、簡易に、人工衛星の見え始め時刻と見え終り時刻 (the rise-time and set-time) を求めることができる。

本稿では、パスごとに衛星の可視の可能性を判定して可視予測をする簡易計算方法と二種の人工衛星の同時可視予測プログラム (SIMVISIB) 及び一衛星に対する多地球局からの可視予測プログラム (MULVISIB) について述べる。

* 情報処理部情報処理研究室

2. 地球局の可視範囲

人工衛星が昇交点を通過する時刻を T_{mp} とし、その時の軌道要素を $(a, e, i, \omega, \Omega, \sigma)$ とし、衛星の平均運動を n とする。

- a : 軌道長半径
- e : 軌道離心率
- i : 軌道傾斜角
- ω : 近地点引数
- Ω : 昇交点赤経
- σ : 平均離角

また、地球局の位置を (ϕ, λ_E, H_S) とし、地球局の可視範囲を論ずる時、地球を半径 a_e の球と仮定する。従って第2節、第3節では地理緯度は地心緯度と等しいとみなす。

- ϕ : 地球局の緯度 (北緯を正にとる)
- λ_E : 地球局の経度
- H_S : 地球局の地表高

人工衛星の軌道面内における軌跡を第1図に示す。地心Oから衛星Sまでの距離 r と真離角 v 、離心離角 E の間には次の式が成りたつ。

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v} \\ r \sin v &= a \sqrt{1-e^2} \sin E \\ r \cos v &= a(\cos E - e) \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

従って、任意の真離角 v に対応する離心離角 E は、次の式を解くことによって得られる。

$$\left. \begin{aligned} S_E &\equiv \frac{\sqrt{1-e^2} \sin v}{1+e \cos v} = \sin E \\ C_E &\equiv \frac{e + \cos v}{1+e \cos v} = \cos E \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

ケプラーの法則により、時刻 t における平均離角 M は、次により求められる。

$$M \equiv n(t - T_p) = E - e \sin E \quad \dots\dots(3)$$

ここで T_p は近地点通過時刻である。昇交点 F および降交点 \bar{F} における真離角をそれぞれ v_F, \bar{v}_F とすると

$$\left. \begin{aligned} v_F &= -\omega \\ \bar{v}_F &= \pi - \omega \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

となり、近地点通過時刻は

$$T_p = T_{mp} + M(\omega) / n \quad \dots\dots(5)$$

ここで、 $M(\omega)$ は $v = \omega$ の時の平均離角である。(5)を(3)に代入すると

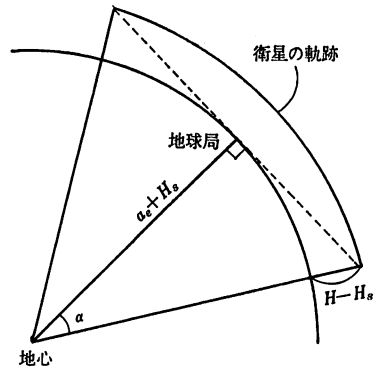
$$M \equiv n(t - T_{mp}) - M(\omega) = E - e \sin E \quad \dots\dots(6)$$

可視範囲の大きさを表わす角度を第2図のように α とすると、地球局の可視範囲の大きさは衛星の高度により変動する。

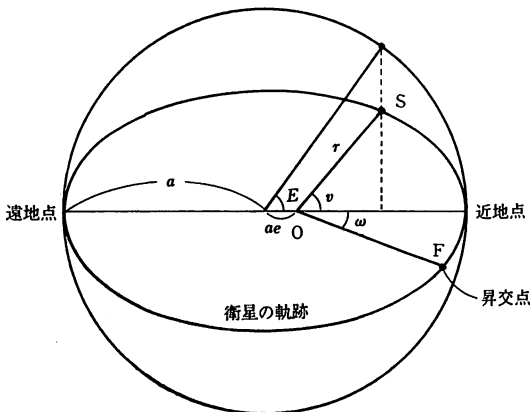
$$\cos \alpha = \frac{a_e + H_s}{a_e + H} = \frac{a_e + H_s}{r} \quad \dots\dots(7)$$

ここで、 H は衛星の高度である。

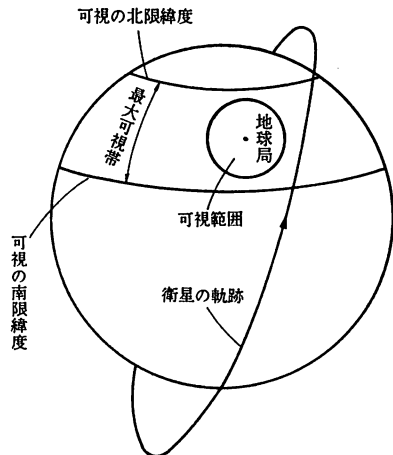
r の最大値および最小値はそれぞれ遠地点距離、近地点距離であるから(1)により



第2図 地球局の可視範囲



第1図 軌道面内における軌跡



第3図 最大可視帯と可視範囲

$$\left. \begin{aligned} r_{\max} &= a(1+e) \\ r_{\min} &= a(1-e) \end{aligned} \right\} \dots\dots(8)$$

(8)を(7)に代入すると

$$\cos^{-1} \left[\frac{ae+H_s}{a(1-e)} \right] \leq \alpha \leq \cos^{-1} \left[\frac{ae+H_s}{a(1+e)} \right] \dots\dots(9)$$

α の最大値を ξ とし、 ξ で表わされる可視範囲のとり領域を第3図のように、最大可視帯と呼ぶ。

衛星が最大可視帯を通過する入出時の真離角を v_1, v_2 とすると $v_1 \leq v \leq v_2$ における $\cos v$ の最小値 $[\cos v]_{\min}$ を求めることができる。従って、最大可視帯通過の間の r の最大値 r_m は

$$r_m = \frac{a(1-e^2)}{1+e[\cos v]_{\min}} \dots\dots(10)$$

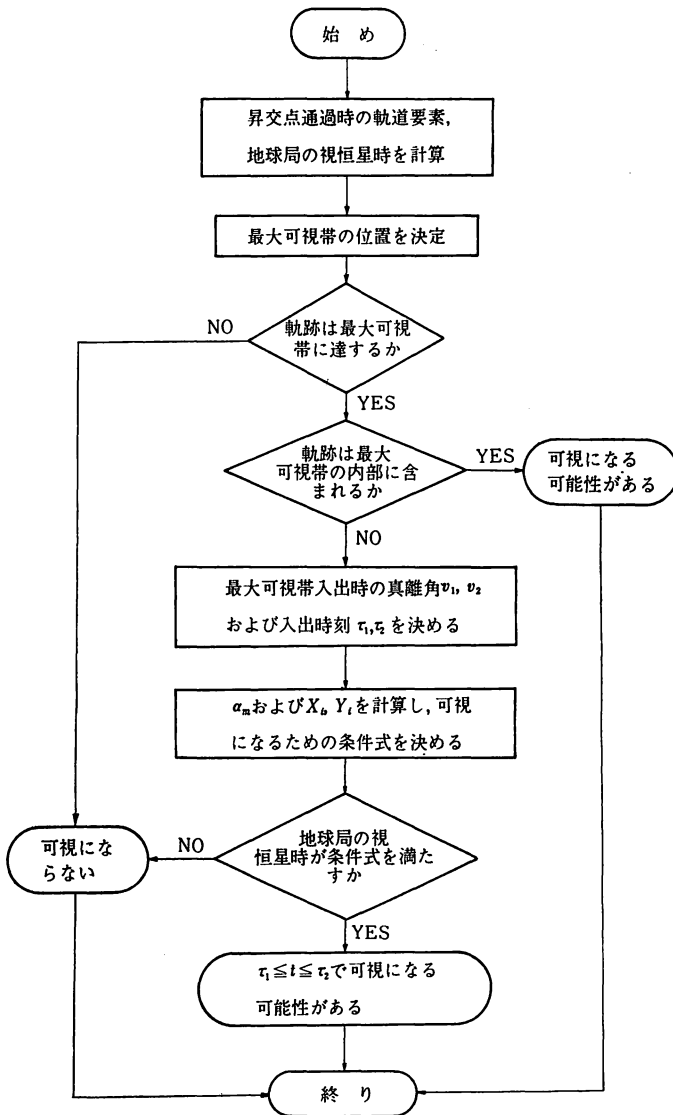
(10)を(7)に代入すると、衛星が最大可視帯を通過する間の α の最大値 α_m は次のように求められる。

$$\alpha_m = \cos^{-1} \left[\frac{ae+H_s}{r_m} \right] \dots\dots(11)$$

パスごとの人工衛星の可視の可能性は、衛星が最大可視帯を通過する間、半径 r_m の円軌道で運動するものと仮定すれば、衛星の軌道面の位置と α_m の大きさの可視範囲の位置との間の条件式を計算することによって推定することができる。

2.1 軌跡に接する可視範囲

昇交点付近および降交点付近で衛星の軌跡に接する可視範囲について考える。問題となる区間では、衛星は(10)の r_m を半径とする円軌道で運動しているものと仮定



第4図 パスごとの可視の推定

し、半径 r_m の球上に、衛星の軌跡が描かれるものとする。可視範囲は最大可視帯の中に含まれ、大きさは(11)の α_m で表わされる。

(a) 軌跡の左側で接する可視範囲

昇交点および降交点付近において軌跡の左側で可視範囲が接するには、次の式を満たす大円の弧 EF , BF および \overline{EF} , \overline{BF} が存在しなければならない。(付録1を参照)

$$\begin{aligned} \sin EF &= \sin \overline{EF} = \frac{\sin \phi - \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} \equiv X_1 \\ \sin BF &= \sin \overline{BF} = \frac{\sin \alpha_m - \cos i \sin \phi}{\sin i \cos \phi} \equiv Y_1 \end{aligned} \quad \dots\dots(12)$$

(b) 軌跡の右側で接する可視範囲

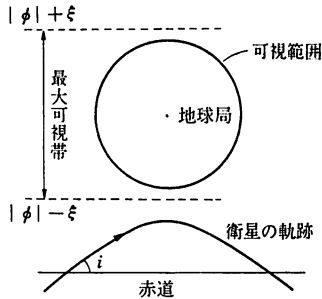
同様に、軌跡の右側で可視範囲が接するには、次の式を満たす大円の弧 E_1F , B_1F および $\overline{E_1F}$, $\overline{B_1F}$ が存在しなければならない。(付録1を参照)

$$\begin{aligned} \sin E_1F &= \sin \overline{E_1F} = \frac{\sin \phi + \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} \equiv X_2 \\ \sin B_1F &= \sin \overline{B_1F} = \frac{\sin \alpha_m + \cos i \sin \phi}{\sin i \cos \phi} \equiv Y_2 \end{aligned} \quad \dots\dots(13)$$

大きさが α_m の可視範囲が軌跡と接する時、(12), (13) は $0 \leq i \leq \pi$ および $-\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$ のすべての値に対して成り立ち、接点が北半球にある時 X_j ($j=1, 2$) は正となり、南半球にある時 X_j は負の値となる。

3. パスごとの可視の可能性と最大可視帯入出時刻の決定

パスごとに人工衛星の可視の可能性を推定するには、



(a) 地球局が北半球にある時

第4図の流れ図にもとづき、以下に述べるような方法で求めればよい。ここで、衛星の昇交点通過時刻 T_{mp} における地球局の視恒星時を Θ_s 、地球の自転角速度を $\dot{\theta}$ とする。

- 3.1 $0 \leq i \leq |\phi| - \xi$ (軌道傾斜角が $\pi/2$ より小さい)、または $0 \leq \pi - i \leq |\phi| - \xi$ (軌道傾斜角が $\pi/2$ より大きい) の時

衛星は、第5図に示すように最大可視帯を通過しない。

- 3.2 $|\phi| - \xi < 0$ で $0 \leq i \leq \xi - |\phi|$ または $0 \leq \pi - i \leq \xi - |\phi|$ の時

衛星は第6図のように常時最大可視帯の中で運動しすべてのパスで可視の可能性がある。

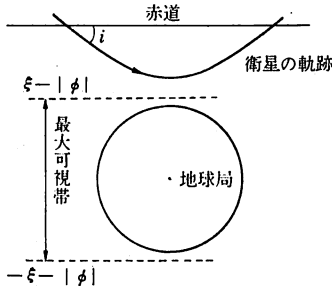
- 3.3 $|\phi| + \xi \leq \frac{\pi}{2}$ で $|\phi| + \xi \leq i \leq \pi - (|\phi| + \xi)$ の時

衛星は、第7図に示すように昇交点および降交点付近で最大可視帯を通過する。通過する点をそれぞれ $L, H, \overline{L}, \overline{H}$ とし、衛星の軌跡に沿ってとられた大円の弧 $FL, \overline{FL}, FH, \overline{FH}$ の間には次の式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \sin FL &= \sin \overline{FL} = \frac{\sin(|\phi| - \xi)}{\sin i} \\ \sin FH &= \sin \overline{FH} = \frac{\sin(|\phi| + \xi)}{\sin i} \end{aligned} \right\} \dots\dots(14)$$

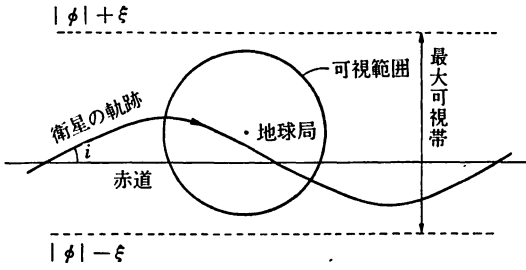
従って、最大可視帯通過点における真離角はそれぞれ次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} v_L &= v_F + FL \cdot \text{sign}(1, \phi) \\ v_H &= v_F + FH \cdot \text{sign}(1, \phi) \\ \overline{v}_L &= \overline{v}_F - \overline{FL} \cdot \text{sign}(1, \phi) \\ \overline{v}_H &= \overline{v}_F - \overline{FH} \cdot \text{sign}(1, \phi) \end{aligned} \right\} \dots\dots(15)$$

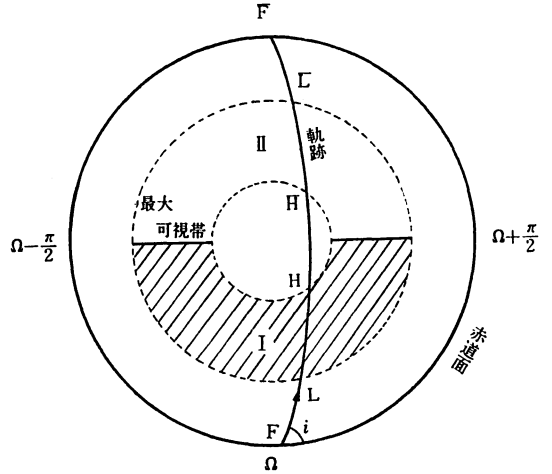


(b) 地球局が南半球にある時

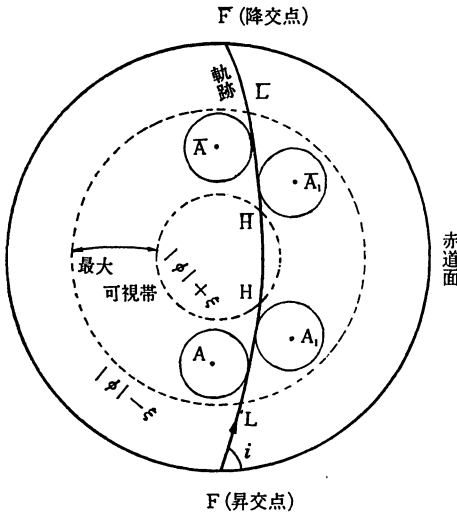
第5図 軌跡が最大可視帯に達しない時



第6図 軌跡が常時最大可視帯にある時



第8図 昇交点付近, 降交点付近の判定



第7図 $|\phi| + \xi \leq i \leq \pi - (|\phi| + \xi)$ の時

ここで, $\text{sign}(a, b)$ は $|a|$ に b の符号をつけた値を求める関数であり, \bar{v}_L, \bar{v}_H はそれぞれ L, H における真離角である。

3.3.1 昇交点付近の場合

昇交点通過時刻 T_{mp} において, 地球局が昇交点付近に存在するかどうかの判定は第8図に示されているように, 次の式が満足するかどうかによる。

$$\Omega - \frac{\pi}{2} - \dot{\theta} \cdot \delta t \leq \theta_s + 2k\pi \leq \Omega + \frac{\pi}{2} - \dot{\theta} \cdot \delta t_1 \dots (16)$$

(但し, k は整数)

$\delta t, \delta t_1$ は, 衛星が昇交点から北極付近 (または南極付近から昇交点) まで運動するのに要する時間であり, $\dot{\theta} \cdot \delta t, \dot{\theta} \cdot \delta t_1$ は地球局の位置の変動に対する補正量である。

$$\left. \begin{aligned} \delta t &= \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{2} + \text{sign} \left(\frac{1}{2}, i - \frac{\pi}{2} \right) \right) / n \\ \delta t_1 &= \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{2} - \text{sign} \left(\frac{1}{2}, i - \frac{\pi}{2} \right) \right) / n \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

地球局の視恒星時 θ_s が(16)を満たす時, 地球局は第8図

の斜線部分 I, 即ち昇交点付近に存在する。この時最大可視帯入出時の真離角 v_1, v_2 は(10), (15)により, 次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= -\omega + \sin^{-1} \left[\frac{\sin(\phi - \xi)}{\sin i} \right] \\ v_2 &= -\omega + \sin^{-1} \left[\frac{\sin(\phi + \xi)}{\sin i} \right] \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

従って, 最大可視帯入出時刻 τ_1, τ_2 は(18)を(6)に代入することにより

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= T_{mp} + (M(\omega) + E(v_1) - e \sin E(v_1)) / n \\ \tau_2 &= T_{mp} + (M(\omega) + E(v_2) - e \sin E(v_2)) / n \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

となる。ここで, $E(v_1), E(v_2)$ は真離角が v_1, v_2 の時の離心離角であり, (2)を解くことによって得られる。(10), (11)により, $v_1 \leq v \leq v_2$ における α の最大値 α_m を計算することができ, 最大可視帯を通過する間, 衛星は(10)の r_m を半径とする円軌道で運動するものと仮定する。この時(12), (13)の X_i, Y_i の絶対値は1より小さく軌跡の両側に接する α_m の大きさの可視範囲が存在する。

従って昇交点付近の場合, 地球局の視恒星時 θ_s が次の条件式を満足する時, (19)で得られた $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ で衛星は可視になる可能性があり, 満足しない時可視にならない。

$$\Omega - BF - \dot{\theta} \cdot \Delta t \leq \theta_s + 2k\pi \leq \Omega + B_1 F - \dot{\theta} \cdot \Delta t_1 \dots (20)$$

(但し, k は整数)

ここで, $\Delta t, \Delta t_1$ は衛星が昇交点から可視範囲との接点 E, E_1 まで運動するのに要する時間である。付録1により次の式が成り立つ。

$$\sin BF = \frac{\sin \alpha_m - \cos i \sin \phi}{\sin i \cos \phi} = Y_1$$

$$\sin B_1F = \frac{\sin \alpha_m + \cos i \sin \phi}{\sin i \cos \phi} = Y_2$$

$$\Delta t = (M(v_E) - M(v_F)) / n$$

$$\Delta t_1 = (M(v_{E1}) - M(v_F)) / n$$

$$\sin(v_E - v_F) = \sin EF = \frac{\sin \phi - \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} = X_1$$

$$\sin(v_{E1} - v_F) = \sin E_1F = \frac{\sin \phi + \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} = X_2 \quad \dots\dots(21)$$

3.3.2 降交点付近の場合

地球局の視恒星時 θ_s が(16)を満足しない時、昇交点通過時刻 T_{mp} において、地球局は第8図のII、即ち降交点付近に存在する。この時最大可視帯入出時の真離角 v_1, v_2 は(14), (15)により

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \pi - \omega - \sin^{-1} \left[\frac{\sin(\phi + \xi)}{\sin i} \right] \\ v_2 &= \pi - \omega - \sin^{-1} \left[\frac{\sin(\phi - \xi)}{\sin i} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots(22)$$

となり、最大可視帯入出時刻 τ_1, τ_2 は(19)と同様に、(22)を(6)に代入することにより求められる。

昇交点付近の場合と同様に、 $v_1 \leq v \leq v_2$ における α の最大値 α_m を計算することができ、最大可視帯を通過する間衛星は(10)の r_m を半径とする円軌道で運動するものと仮定する。この時(12), (13)の X_i, Y_i の絶対値は1より小さく、軌跡の両側で接する α_m の大きさの可視範囲が存在する。従って、降交点付近の場合、(20), (21)と同様に地球局の視恒星時 θ_s が次の条件式を満足する時、 $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ で衛星は可視になる可能性があり、満足しない時、衛星は可視になることはない。

$$\Omega + \pi - \overline{B_1F} - \dot{\theta} \cdot \Delta t_1 \leq \theta_s + 2k\pi \leq \Omega + \pi + \overline{B_1F} - \dot{\theta} \cdot \Delta t \quad \dots\dots(23)$$

(但し、 k は整数)

ここで

$$\sin \overline{BF} = \frac{\sin \alpha_m - \cos i \sin \phi}{\sin i \cos \phi} = Y_1$$

$$\sin \overline{B_1F} = \frac{\sin \alpha_m + \cos i \sin \phi}{\sin i \cos \phi} = Y_2$$

$$\overline{\Delta t} = (M(\overline{v_E}) - M(\overline{v_F})) / n$$

$$\overline{\Delta t_1} = (M(\overline{v_{E1}}) - M(\overline{v_F})) / n$$

$$\sin(\overline{v_F} - \overline{v_E}) = \sin \overline{EF} = \frac{\sin \phi - \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} = X_1$$

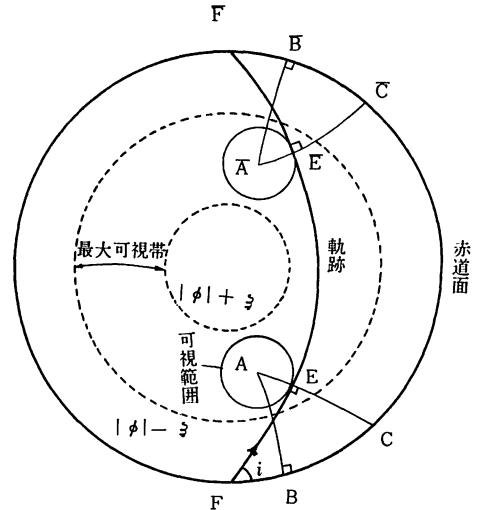
$$\sin(\overline{v_F} - \overline{v_{E1}}) = \sin \overline{E_1F} = \frac{\sin \phi + \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} = X_2 \quad \dots\dots(24)$$

が成り立つ。(付録1を参照)

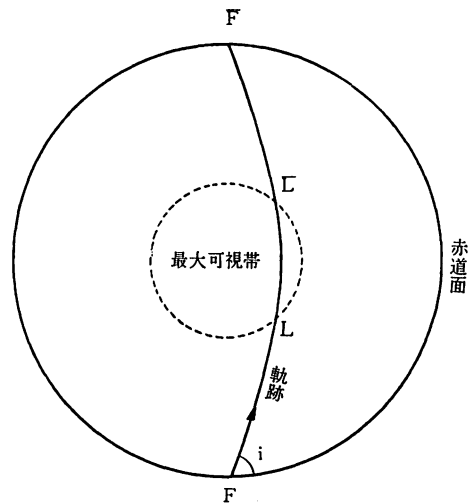
3.4 その他の時

最大可視帯および衛星の軌道傾斜角が

(a) 第9図のように、 $|\phi| + \xi \leq \pi/2$ でしかも $|\phi| - \xi \leq i \leq |\phi| + \xi$ 又は、 $|\phi| - \xi \leq \pi - i \leq |\phi| + \xi$ の時



第9図 $|\phi| - \xi \leq i \leq |\phi| + \xi \leq \pi/2$ の時



第10図 最大可視帯が極を含む時

(b) 第10図のように、地球局が高緯度にあり最大可視帯が極を含む場合、即ち、 $|\phi| + \xi > \pi/2$ でしかも $|\phi| - \xi \leq i \leq \pi - |\phi| - \xi$ の時
最大可視帯入出時における真離角 v_1, v_2 は(14), (15)により次のように与えられる。

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{\pi}{2} (1 - \text{sign}(1, \phi)) - \omega + \sin^{-1} \left[\frac{\sin(|\phi| - \xi)}{\sin i} \right] \\ v_2 &= \frac{\pi}{2} (1 - \text{sign}(1, \phi)) + \pi - \omega - \sin^{-1} \left[\frac{\sin(|\phi| - \xi)}{\sin i} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots(25)$$

最大可視帯入出時刻 τ_1, τ_2 は(25)を(6)に代入することにより求められる。

(10), (11)により, $v_1 \leq v \leq v_2$ における α の最大値 α_m を計算することができ, 最大可視帯を通過する間, 衛星は(10)の r_m を半径とする円軌道で運動するものとする。 α_m を(12), (13)に代入して X_i, Y_i を計算することにより軌跡と α_m の大きさの可視範囲との位置および軌跡に接する可視範囲が存在するかどうか推定できる。

3.4.1 $Y_1 \leq -1$ または $Y_2 \leq -1$ の時

軌跡と α_m の大きさの可視範囲との位置は, 第5図と同様になり, 衛星は $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ で可視になることはない。

3.4.2 $Y_1 \geq 1$ および $Y_2 \geq 1$ の時

この時, $|\phi| + \alpha_m > \pi/2$ であり可視範囲は軌跡の両側で接することはない, 軌跡は可視範囲を通過する。衛星は, $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ で可視になる可能性がある。

3.4.3 $-1 \leq Y_1 \leq 1$ および $-1 \leq Y_2 \leq 1$ の時

軌跡の両側で軌跡に接する可視範囲が存在する。 $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ において衛星が可視になる可能性があるかどうかは, α_m を ξ におきかえて再度3.3の計算をおこない判定する。

3.4.4 $-1 \leq Y_1 \leq 1$ および $Y_2 \geq 1$ の時

軌跡の右側で(軌跡と赤道の間)で軌跡に接する可視範囲は存在しない。衛星は(20), (21)と同様に $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ において次の条件式を満足する時, 可視になる可能性がある, 満足しない時, 可視になることはない。

$$\Omega - BF - \dot{\theta} \cdot \Delta t \leq \theta_s + 2k\pi \leq \Omega + \pi + \overline{BF} - \dot{\theta} \cdot \overline{\Delta t} \quad \dots\dots(26)$$

(但し, k は整数)

ここで

$$\begin{aligned} \sin BF &= \sin \overline{BF} = \frac{\sin \alpha_m - \cos i \sin \phi}{\sin i \cos \phi} = Y_1 \\ \Delta t &= (M(v_E) - M(v_F)) / n \\ \overline{\Delta t} &= (M(\overline{v_E}) - M(v_F)) / n \\ \sin(v_E - v_F - (\pi - \text{sign}(\pi, X_2))) &= \sin EF \\ &= \frac{\sin \phi - \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} = X_1 \\ \sin(\overline{v_F} - \overline{v_E}) &= \sin \overline{EF} = \frac{\sin \phi - \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} = X_1 \end{aligned} \quad \dots\dots(27)$$

が成り立つ。(付録1を参照)

3.4.5 $Y_1 \geq 1$ および $-1 \leq Y_2 \leq 1$ の時

軌跡の左側で(軌跡と赤道の間)で軌跡に接する可視範囲は存在しない。衛星は(20), (21)と同様に $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ において次の条件式を満足する時, 可視になる可能性がある, 満足しない時, 可視になることはない。

$$\Omega + \pi - \overline{BF} - \dot{\theta} \cdot \overline{\Delta t} \leq \theta_s + 2k\pi \leq \Omega + 2\pi + B_1F - \dot{\theta} \cdot \Delta t_1 \quad \dots\dots(28)$$

(但し, k は整数)

ここで

$$\begin{aligned} \sin B_1F &= \sin \overline{B_1F} = \frac{\sin \alpha_m + \cos i \sin \phi}{\sin i \cos \phi} = Y_2 \\ \Delta t_1 &= (M(v_{E_1}) - M(v_F)) / n \\ \overline{\Delta t_1} &= (M(\overline{v_{E_1}}) - M(v_F)) / n \\ \sin(v_{E_1} - v_F - (\pi - \text{sign}(\pi, X_1))) &= \sin E_1F \\ &= \frac{\sin \phi + \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} = X_2 \\ \sin(\overline{v_F} - v_{E_1}) &= \sin \overline{E_1F} = \frac{\sin \phi + \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} \\ &= X_2 \quad \dots\dots(29) \end{aligned}$$

が成り立つ。(付録1を参照)

4. 可視関数による簡易可視予測

パスごとに人工衛星の可視の可能性を推定する簡易計算方法については, 前節で述べたが, 可視の可能性のあるパスについてのみ, 次のように $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ で可視関数を計算することにより簡易に可視予測をおこなうことができる¹⁾。ここで, 地球を偏平率 f の回転楕円体と仮定し, ϕ を地球局の地理緯度とする。

4.1 制限方程式と可視関数

任意の時刻 t における人工衛星の離心離角を E とすると次の制限方程式が成り立つ。(付録2を参照)

$$a(\cos E - e)P \cdot Z + (a\sqrt{1-e^2} \sin E)Q \cdot Z = \rho \sin h + G \quad \dots\dots(30)$$

ここで

- P : 地球の中心から衛星の近地点方向にとられた単位ベクトル
- Q : 衛星の軌道面内において P に直角にとられた単位ベクトル
- Z : 地球局から天頂方向にとられた単位ベクトル
- ρ : 地球局から衛星まで距離
- h : 衛星の仰角

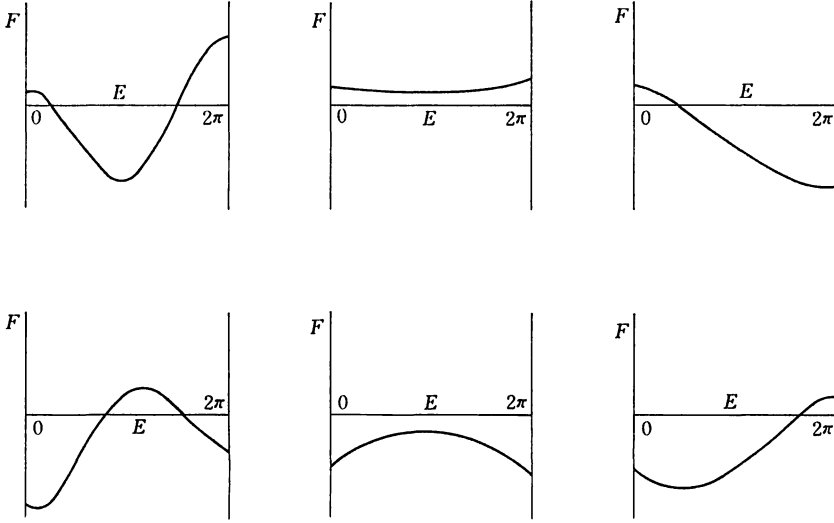
$$G \equiv G_1 \cos^2 \phi + G_2 \sin^2 \phi \quad \dots\dots(31)$$

$$\left. \begin{aligned} G_1 &\equiv \frac{a_e}{\sqrt{1-(2f-f^2)\sin^2 \phi}} + H_s \\ G_2 &\equiv \frac{(1-f)^2 a_e}{\sqrt{1-(2f-f^2)\sin^2 \phi}} + H_s \end{aligned} \right\} \dots\dots(32)$$

次のように可視関数 F を定義する。

$$F \equiv a(\cos E - e)P \cdot Z + (a\sqrt{1-e^2} \sin E)Q \cdot Z - G \quad \dots\dots(33)$$

(30)により可視関数 F は物理的には $\rho \sin h$ を意味するので, $F > 0$ の時衛星は地球局から可視状態にあり, $F < 0$ の時地球局から見えない。 $F = 0$ の時人工衛星は地球局の地平線上にあり, この場合, $\dot{F} > 0$ の時が見え始め時刻 T_R , $\dot{F} < 0$ の時が見え終り時刻 T_S となる。軌道一周の間, 近地点引数と昇交点赤経の変動は極め



第11図 1周期の間の可視関数 (文献(1)より引用)

て小さいので、単位ベクトル \mathbf{P} , \mathbf{Q} の各成分は定数と見なすことができる。可視関数 F は、連続であり軌道一周期の間第11図のような値をとる。

4.2 見え始め、見え終り時刻の決定

人工衛星の見え始め、見え終り時刻 T_R , T_S は、前節で求められた τ_1 , τ_2 の中に含まれるので、 $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ を一定時間間隔に分割し、きざみごとに可視関数の値を計算し、可視関数の符号の異なる区間 (t_i, t_{i+1}) および (t_j, t_{j+1}) を求めることによって得られる。

今、 $t = t_i, t_{i+1}$ で可視関数の符号が異なるものとし、この区間では、地球の自転による影響は無視できるものとする。従って地球局の位置を示す単位ベクトル \mathbf{Z} を $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ において次の \mathbf{Z}_m におきかえることができる。

$$\mathbf{Z}_m = (\mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_{i+1})/2 \quad \dots\dots(34)$$

③4を③3に代入すると

$$F = a(\cos E - e)\mathbf{P} \cdot \mathbf{Z}_m + (a\sqrt{1-e^2} \sin E) \mathbf{Q} \cdot \mathbf{Z}_m - G \quad \dots\dots(35)$$

となり、可視関数は離心離角 E のみの関数となる。見え始めおよび見え終り時刻は、次の方程式を解くことによって得られる。

$$(a \cos E) \mathbf{P} \cdot \mathbf{Z}_m + (a \sqrt{1-e^2} \sin E) \mathbf{Q} \cdot \mathbf{Z}_m = G + ae\mathbf{P} \cdot \mathbf{Z}_m \quad \dots\dots(36)$$

ここで、次により定義される β を導入する。

$$\left. \begin{aligned} \cos \beta &\equiv \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{Z}_m}{\sqrt{(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Z}_m)^2 + (\mathbf{Q} \cdot \mathbf{Z}_m)^2 (1-e^2)}} \\ \sin \beta &\equiv \frac{\mathbf{Q} \cdot \mathbf{Z}_m \sqrt{1-e^2}}{\sqrt{(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Z}_m)^2 + (\mathbf{Q} \cdot \mathbf{Z}_m)^2 (1-e^2)}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(37)$$

③7を③6に代入すると

$$a(\cos E \cos \beta + \sin E \sin \beta) = \frac{G + ae(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Z}_m)}{\sqrt{(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Z}_m)^2 + (\mathbf{Q} \cdot \mathbf{Z}_m)^2 (1-e^2)}} \quad \dots\dots(38)$$

となり、 $F = 0$ の解は次のようになる。

$$E = \beta + \cos^{-1} \left[\frac{G + ae(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Z}_m)}{a\sqrt{(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Z}_m)^2 + (\mathbf{Q} \cdot \mathbf{Z}_m)^2 (1-e^2)}} \right] \quad \dots\dots(39)$$

見え始め時刻、見え終り時刻 T_R , T_S は③9を③6に代入することにより計算される。

4.3 最大仰角

地球局からの人工衛星の可視予測をおこなう場合、最大仰角を求めることが必要になるが、可視関数 F を用いて次のように最大仰角を計算する。

最大仰角に達する時刻は、 $F > 0$ でしかも

$$\dot{h} = \frac{\dot{F}\rho - F\dot{\rho}}{\rho \sqrt{\rho^2 - F^2}} = 0 \quad \dots\dots(40)$$

を満たす時刻 T_{max} であり、最大仰角 h_{max} は

$$h_{max} = \sin^{-1} \left[\frac{F}{\rho} \right]_{t=T_{max}} \quad \dots\dots(41)$$

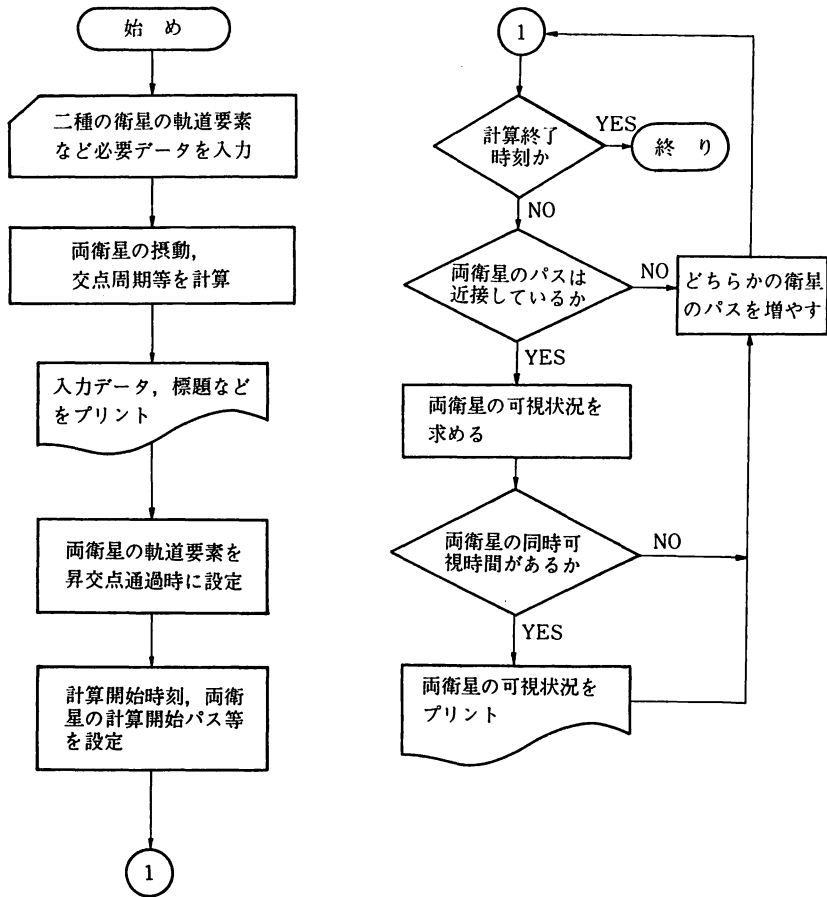
で与えられる。④0の解 T_{max} は、見え始め時刻 T_R と見え終り時刻 T_S があらかじめ与えられている時

$$T_0 = (T_R + T_S)/2 \quad \dots\dots(42)$$

を出発値とする逐次近似法により求めることができる。

5. 二種の人工衛星の同時可視予測プログラム

二種の衛星の同時可視を予測するには、両衛星の近接したパスごとに、前述した衛星の簡易可視計算をし、それぞれの衛星の見え始め、見え終り時刻を比較して求め



第12図 SIMVISIB の流れ図

る。同時可視予測プログラム (SIMVISIB) の流れ図を第12図に示す。

同時可視予測プログラムは、すでに打上げられている実衛星も、将来打上げられる予定の疑似衛星も処理できる。

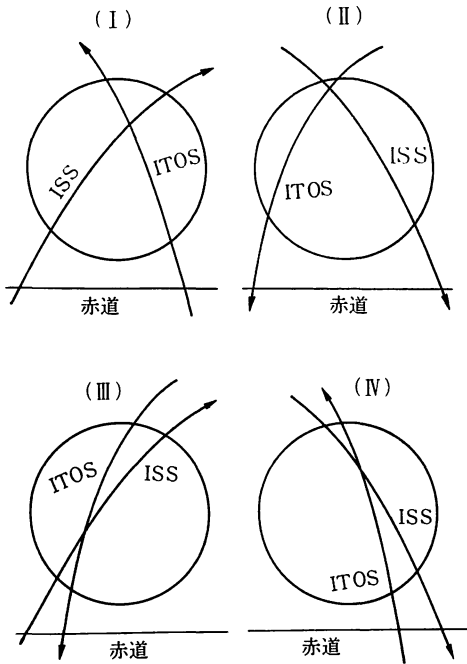
5.1 同時可視の計算例

二種の衛星が同時可視可能なのは第13図のように、4つの場合が考えられるが、いずれも同じ頻度で生ずると仮定して良い。ここで、第1衛星として軌道傾斜角70度のISS、第2衛星として軌道傾斜角101.7度のITOSを考え、地球局は鹿島とする。第13図のIとIIは、ほぼ同じ期間内に同じ頻度で生ずると考えて良く、この期間IIIとIVはほとんど生じない。IとIIの場合の昇交点赤経はほぼ近接しているが、IIIとIVの生ずる期間では両衛星の昇交点赤経はおおよそ180度離れている。二種の衛星

の同時可視について第13図の4つの例が軌道面の回転に伴ないどのように変わるか分かりやすくするために、両衛星の北半球における軌跡を描くと第14図のようになる。但し、 $\Delta\Omega$ は第1衛星と第2衛星の昇交点赤経の差である。ISSとITOSの同時可視に関する電子計算機

第1表 ISSとITOSの入力軌道要素

軌道要素	第1衛星 (ISS)	第2衛星 (ITOS)
軌道周期	105分	114.9分
軌道傾斜角	70°	101.7°
遠地点高度	1,000Km	1,458Km
近地点高度	1,000Km	1,451Km



第13図 同時可視の4つの例

シミュレーションの結果を第15図に示す。ISS と ITOS の入力軌道要素は第1表の通りであり、計算開始日における両衛星の昇交点赤経の差を約24度にとった。

5.2 SIMVISIB の精度、計算速度、専有メモリ

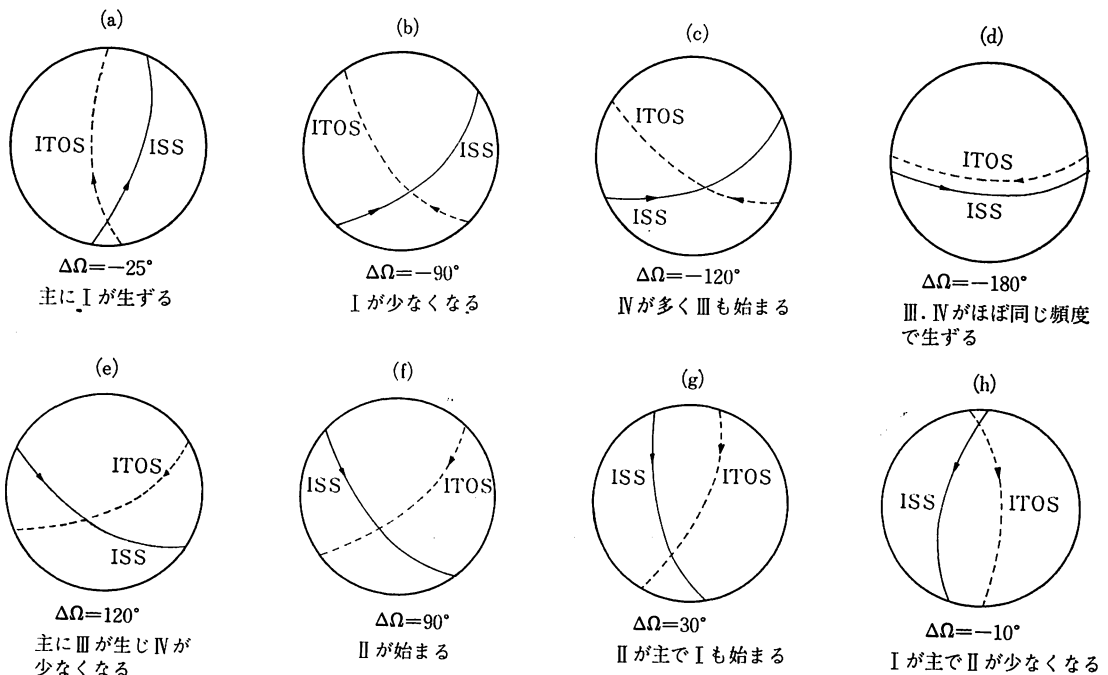
SIMVISIB の精度を判定するために、ISIS-A および ISIS-B の実衛星について 1975年10月3日00時 UT を元期とする軌道要素 (Brouwer Mean Elements) を用いて計算した結果、元期よりおよそ3ヶ月後の見え始め、見え終り時刻は NASA から送られてくる軌道予報 1分値と約1分の差が見られる。この差は、軌道予報の誤差と同じ値であり、軌道計算の際の摂動モデルの違いから生ずるものであって、本論文の計算法の誤差によるものではない^{1),2)}。

ISIS-A および ISIS-B の入力軌道要素は第2表に示す通りである。また、地球局を鹿島 (北緯 35.95 度、東経 140.66 度、地表高 0 km) にした。

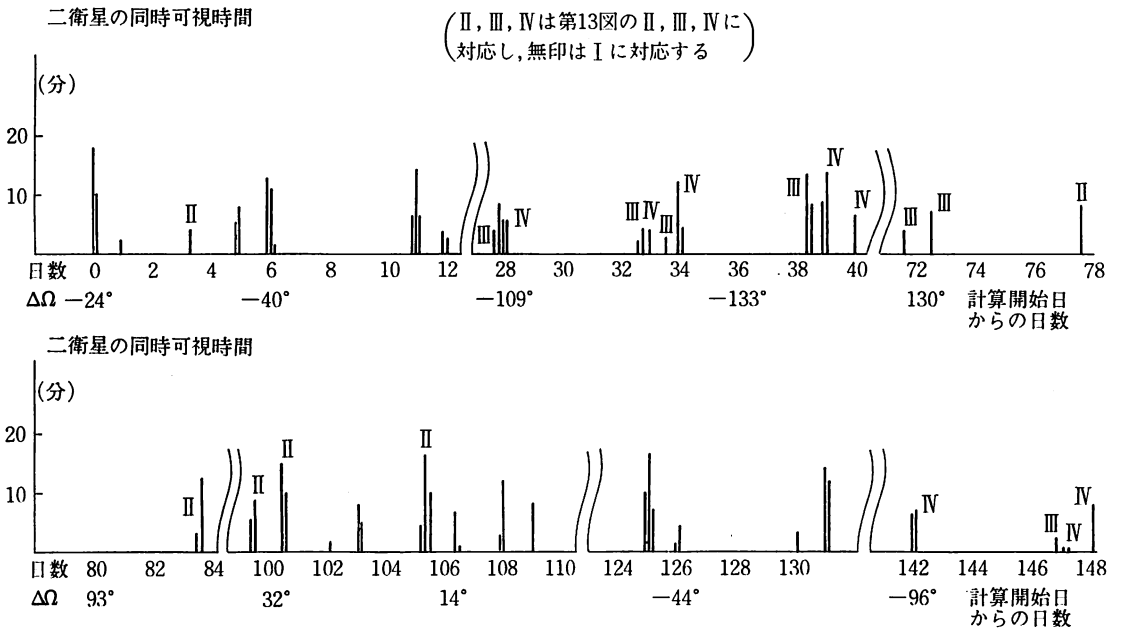
可視予測プログラムによる結果と NASA 軌道予報 1

第2表 ISIS-A と ISIS-B の入力軌道要素

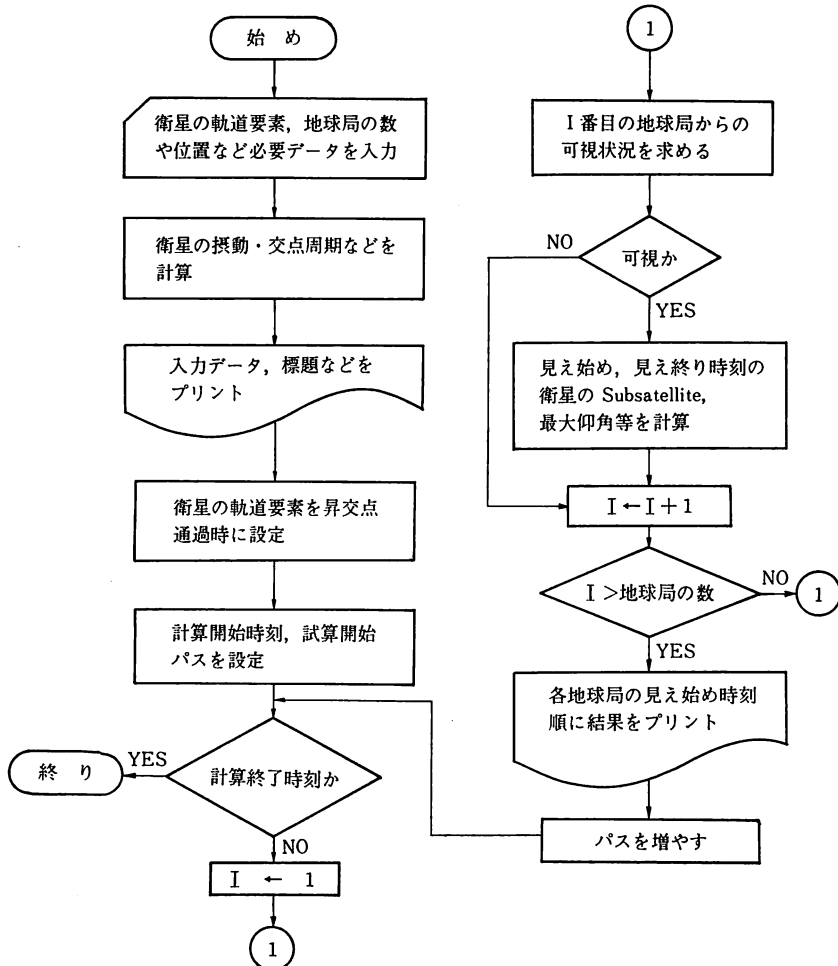
軌道要素	ISIS-A	ISIS-B
軌道長半径	8,422.286Km	7,767.508Km
軌道離心率	0.174510	0.004377
軌道傾斜角	88.439°	88.170°
近地点引数	358.664°	19.789°
昇交点赤経	25.502°	31.014°
平均離角	320.540°	73.246°
元 期	1975年10月3日00時UT	



第14図 ISS と ITOS の北半球での軌跡例



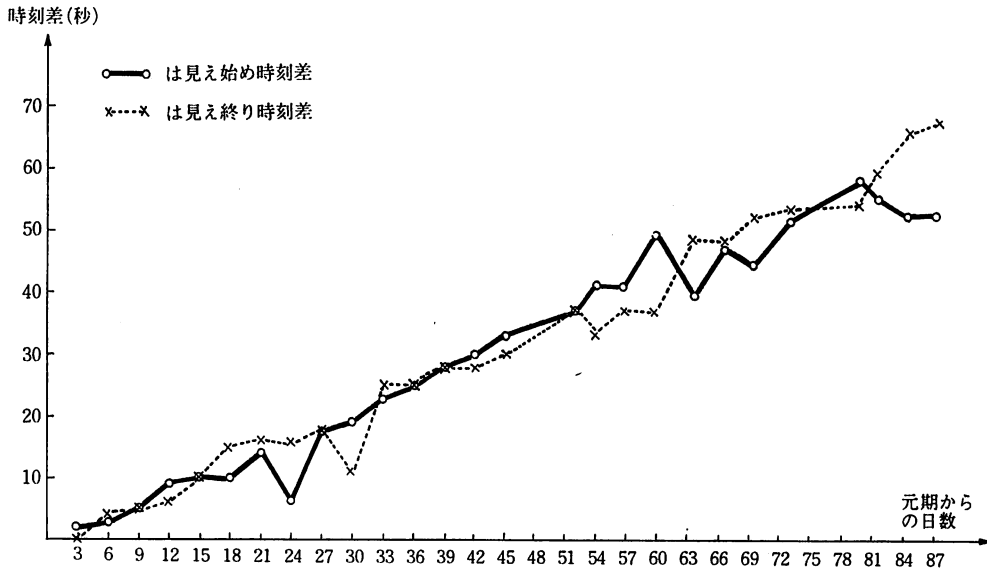
第15図 ISS と ITOS の同時可視時間の日変化



第16図 MULVISIB の流れ図

第3表 ISIS-B の可視予測結果と NASA 軌道予報1分値との比較

元期からの 日数	月	日	見え始め時刻			見え終り時刻			最大仰角									
			可視予測		NASA	差	可視予測		NASA	差	可視予測		NASA					
			時	分	秒	時	分	秒	秒	時	分	秒	deg.	時	分	秒	deg.	
3	10.	06	1. 58.	46	1. 58.	44	+ 2	2. 18.	35	2. 18.	35	+ 0	2. 08.	43	23.8	2. 09.	00	23.66
6		09	1. 58.	06	1. 58.	03	+ 3	2. 18.	46	2. 18.	42	+ 4	2. 08.	28	29.6	2. 08.	00	29.34
9		12	1. 57.	30	1. 57.	25	+ 5	2. 18.	47	2. 18.	42	+ 5	2. 08.	11	36.5	2. 08.	00	36.31
12		15	0. 06.	53	0. 06.	44	+ 9	0. 17.	04	0. 16.	58	+ 6	0. 12.	00	3.4	0. 12.	00	3.35
15		18	1. 56.	26	1. 56.	16	+10	2. 18.	33	2. 18.	23	+10	2. 07.	32	55.1	2. 07.	00	54.28
24		27	1. 55.	05	1. 54.	49	+ 6	2. 17.	28	2. 17.	12	+16	2. 06.	20	84.2	2. 06.	00	84.87
27		30	1. 54.	42	1. 54.	24	+18	2. 16.	56	2. 16.	38	+18	2. 05.	53	70.1	2. 06.	00	69.59
30	11.	02	0. 01.	06	0. 00.	47	+19	0. 21.	26	0. 21.	05	+11	0. 11.	23	26.4	0. 11.	00	26.12
33		05	0. 00.	31	0. 00.	08	+23	0. 21.	31	0. 21.	06	+25	0. 11.	08	32.6	0. 11.	00	32.14
36		08	1. 53.	45	1. 53.	19	+25	2. 14.	46	2. 14.	21	+25	2. 04.	19	38.3	2. 04.	00	38.82
52		24	0. 35.	44	0. 35.	07	+37	0. 56.	46	0. 56.	09	+37	0. 46.	21	41.1	0. 46.	00	41.59
54		26	1. 53.	11	1. 52.	30	+41	2. 07.	16	2. 06.	43	+33	2. 00.	15	8.7	2. 00.	00	8.85
57		29	1. 53.	26	1. 52.	45	+41	2. 05.	24	2. 04.	47	+37	1. 59.	26	5.6	1. 59.	00	5.83
60	12.	02	1. 54.	08	1. 53.	19	+49	2. 03.	04	2. 02.	27	+37	1. 58.	35	3.0	1. 58.	00	3.10
63		05	8. 55.	11	8. 54.	32	+39	9. 10.	37	9. 09.	49	+48	9. 02.	55	10.9	9. 02.	00	10.56
79		21	23. 16.	53	23. 15.	55	+58	23. 34.	38	23. 33.	44	+54	23. 25.	46	18.3	23. 25.	00	18.78
81		23	8. 48.	22	8. 47.	27	+55	9. 09.	40	9. 08.	41	+59	8. 59.	02	43.4	8. 58.	00	42.34
84		26	7. 00.	50	6. 59.	58	+52	7. 12.	55	7. 11.	50	+65	7. 06.	52	5.9	7. 06.	00	5.57
87		29	6. 58.	54	6. 58.	02	+52	7. 13.	10	7. 12.	03	+67	7. 06.	05	8.8	7. 05.	00	8.49



第17図 ISIS-B の可視予測と NASA 1分値との時刻差の変動

分値との比較について、次節でも述べる。

SIMVISIB の計算速度は、2ヶ月分の同時可視予測に約1分要し、専有記憶容量は約15K語である。(電子計算機は TOSBAC-5600 を使用した)

6. 多地球局からの可視予測プログラム

多地球局からの可視予測プログラム (MULVISIB)

は最大5つの地球局からの可視予測をおこなう。MULVISIB は前節で述べた SIMVISIB のサブプログラムをほとんど併用しており、流れ図を第16図に示す。

MULVISIB の精度は、前述した SIMVISIB と同じであるが、第2表に示されている1975年10月3日00時 UTを元期とする ISIS-B の軌道要素を用いて可視予測した結果と NASA 軌道予報1分値との比較を第3表に

示すが、表中 NASA 軌道予報の最大仰角は1分値における最大のものを記した。

第3表の比較結果から、見え始め、見え終り時刻の差の変動を第17図に示すが、元期より約3ヶ月後でも時刻差は、ほぼ1分以内(軌道予報の誤差と同じ値)に納まっている。

MULVISIB の計算速度は、4つの地球局の3ヶ月分の可視予測に約3.5分要し、専有記憶容量は約15K語である。

7. おわりに

パスごとに、人工衛星の可視の可能性を推定し、可視の可能性のあるパスについてのみ、最大可視帯入出時刻から見え始め、見え終り時刻等を求める簡易可視計算方法は、従来の軌道計算方法より数倍計算速度を向上させた。また、二種の人工衛星の同時可視プログラムは、他の衛星と近接した周波数帯の電波を使用している人工衛星を自動追尾したり、高度の異なる二種の衛星を使用して同時刻にほぼ近接した領域の電離層の状況や超高層のデータを取得したい時などに使用することができる。本稿をまとめるに当たり、日頃御指導を頂いている尾方特別研究官、情報処理研究室の方々に深く感謝します。

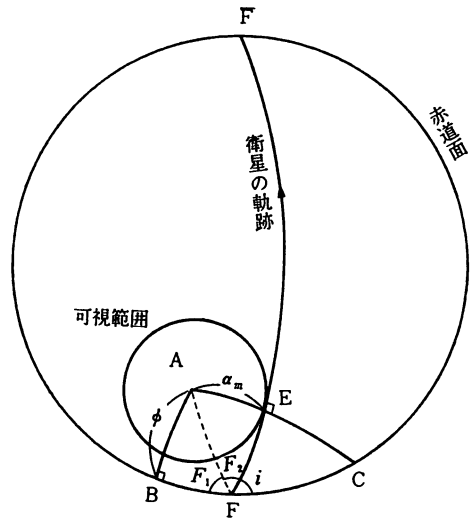
参考文献

- (1) Escobal, P. R.; "Methods of Orbit Determination", John Wiley & Sons.
- (2) Dirk Brouwer; "Solution of the problem of artificial satellite theory without drag", The Astronomical Journal, 378~397, No. 1274, 1964.

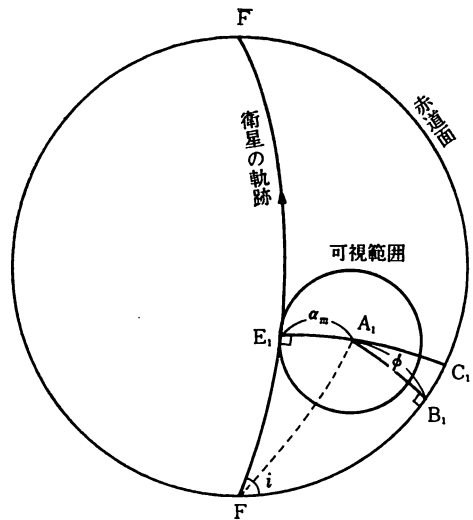
付録1 軌跡に接する可視範囲

昇交点付近において、 r_m を半径とする円軌道で運動している人工衛星の軌跡に接する可視範囲について考える。可視範囲の大きさを α_m とし、地球局の緯度(北緯を正にとる)を ϕ とする。半径 r_m の球上に衛星の軌跡と可視範囲が付録1図および付録2図のように描かれるものとする。付録1図は昇交点付近において軌跡の左側で可視範囲が接する場合であり、付録2図は軌跡の右側で可視範囲が接する場合である。

衛星の昇交点を F とし、可視範囲と軌跡の接点を E 、可視範囲の中心を A とする。また、 A を通り赤道面と直角の大円の弧が赤道面と交わる点を B とし、 A, E を通る大円の弧が赤道面と交わる点を C とする。同様に、軌跡の右側で接する時のそれぞれの点を A_1, B_1, C_1, E_1 とする。軌道傾斜角を i とする。



付録1図 軌跡の左側で接する可視範囲



付録2図 軌跡の右側で接する可視範囲

球面三角形 ABC において角 B が直角であるから、直角球面三角法により

$$\sin C = \frac{\sin AB}{\sin CA} = \frac{\sin \phi}{\sin CA} \quad \dots\dots(1)$$

が成りたち、同様に、球面三角形 EFC において角 E が直角であるから

$$\sin C = \frac{\cos F}{\cos CE} = \frac{\cos i}{\cos CE} \quad \dots\dots(2)$$

$$\tan i = \frac{\tan CE}{\sin EF} \quad \dots\dots(3)$$

が成りたつ。(1)と(2)から

$$\frac{\sin \phi}{\sin CA} = \frac{\cos i}{\cos CE} \quad \dots\dots(4)$$

が求められ、 $CA=CE+\alpha_m$ を(4)に代入すると

$$\tan CE = \frac{\sin \phi - \cos i \sin \alpha_m}{\cos i \cos \alpha_m} \quad \dots\dots(5)$$

が得られる。(5)を(3)に代入すると

$$\sin EF = \frac{\sin \phi - \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} \equiv X_1 \quad \dots\dots(6)$$

となる。また、直角球面三角形 ABF および AFE を考え、角 AFB 、角 AFE をそれぞれ F_1 、 F_2 とすると

$$F_1 + F_2 = \pi - i \quad \dots\dots(7)$$

$$\tan(F_1 + F_2) = \frac{\tan F_1 + \tan F_2}{1 - \tan F_1 \tan F_2} = -\tan i \quad \dots\dots(8)$$

$$\left. \begin{aligned} \tan F_1 &= \frac{\tan AB}{\sin BF} = \frac{\tan \phi}{\sin BF} \\ \tan F_2 &= \frac{\tan AE}{\sin EF} = \frac{\tan \alpha_m}{\sin EF} \end{aligned} \right\} \dots\dots(9)$$

が成り立つ。(9)を(8)に代入すると次の式が求められる。

$$\sin BF = \frac{\tan i \tan \phi \tan \alpha_m - \tan \phi \sin EF}{\tan \alpha_m + \tan i \sin EF} \quad \dots\dots(10)$$

(6)を(10)に代入すると

$$\sin BF = \frac{\sin \alpha_m - \cos i \sin \phi}{\sin i \cos \phi} \equiv Y_1 \quad \dots\dots(11)$$

が得られる。

昇交点付近において軌跡の右側で可視範囲が接する時(6)、(11)と同様に

$$\left. \begin{aligned} \sin E_1F &= \frac{\sin \phi + \cos i \sin \alpha_m}{\sin i \cos \alpha_m} \equiv X_2 \\ \sin B_1F &= \frac{\sin \alpha_m + \cos i \sin \phi}{\sin i \cos \phi} \equiv Y_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(12)$$

が求められる。

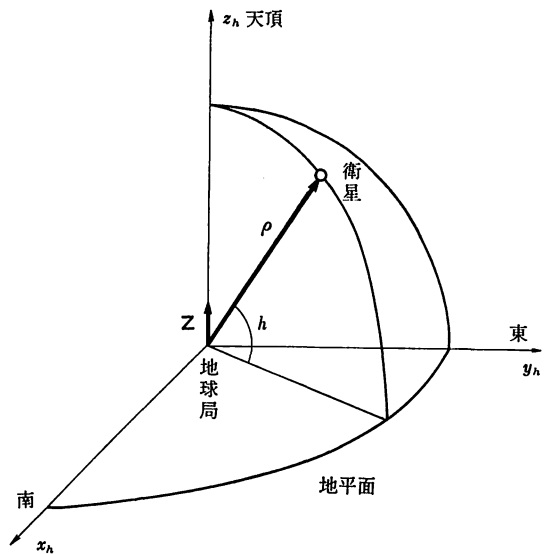
同様に、衛星の軌跡と降交点付近で接する可視範囲が

付録3図のように描かれるものとする、 $\sin \overline{EF}$ 、 $\sin \overline{B_1F}$ および $\sin \overline{E_1F}$ 、 $\sin \overline{B_1F}$ はそれぞれ(6)、(11)および(12)により与えられる。

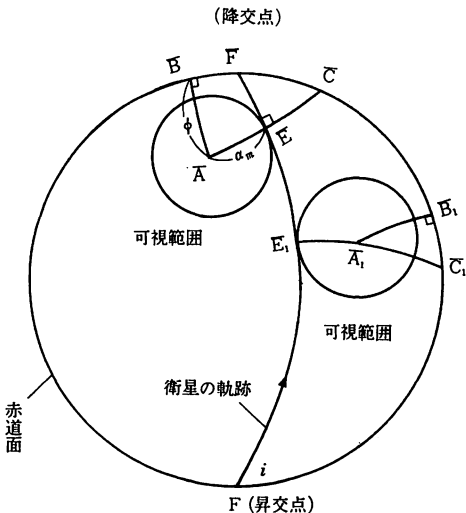
付録2 制限方程式¹⁾

地球局中心の直交座標系 (x_h, y_h, z_h) を付録4図のようにとり、地球局から天頂方向にとられた単位ベクトルを Z 、衛星の仰角を h 、地球局から衛星までの距離ベクトルを ρ とすると次の式が成り立つ。但し、ベクトル ρ の絶対値を ρ とする。

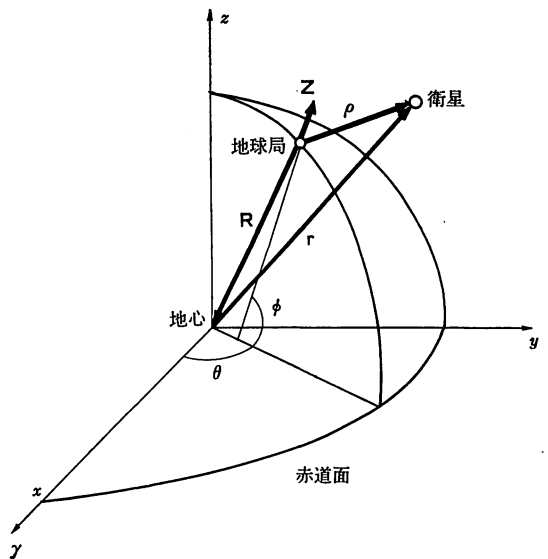
$$\rho \cdot Z = \rho \sin h \quad \dots\dots(13)$$



付録4図 地球局中心座標系



付録3図 降交点付近で軌跡に接する可視範囲



付録5図 地球中心座標系

また、地心を原点とする赤道座標系 (x, y, z) を付録5図のようにとると Z の各成分は

$$\left. \begin{aligned} Z_x &= \cos \theta \cos \phi \\ Z_y &= \sin \theta \cos \phi \\ Z_z &= \sin \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots(14)$$

ここで、 θ は地球局の視恒星時である。地心から衛星までの距離ベクトルを r 、 r の各成分を x, y, z 、地球局から地心までの距離ベクトルを R とすれば

$$\rho = r + R \quad \dots\dots(15)$$

となる。いま、地球を扁平率 f の回転楕円体とすれば R の各成分は次により与えられる。

$$\left. \begin{aligned} R_x &= -G_1 \cos \theta \cos \phi \\ R_y &= -G_1 \sin \theta \cos \phi \\ R_z &= -G_2 \sin \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots(16)$$

ここで、地球の赤道半径を a_e とすれば、 G_1, G_2 は

$$\left. \begin{aligned} G_1 &\equiv \frac{a_e}{\sqrt{1 - (2f - f^2) \sin^2 \phi}} + H_s \\ G_2 &\equiv \frac{(1 - f)^2 a_e}{\sqrt{1 - (2f - f^2) \sin^2 \phi}} + H_s \end{aligned} \right\} \dots\dots(17)$$

と与えられる。

単位ベクトル P, Q, W を付録6図のようにとると、人工衛星の位置ベクトルは次のようになる。

$$r = x_w P + y_w Q + z_w W \quad \dots\dots(18)$$

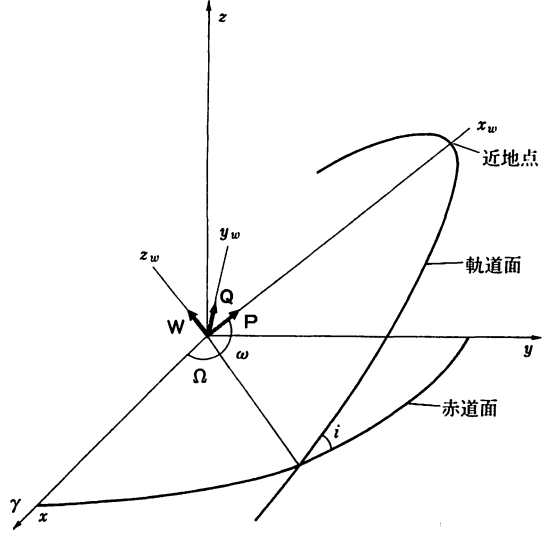
衛星は軌道面上で運動しており、 $z_w = 0$ であるから、(18)は

$$r = x_w P + y_w Q \quad \dots\dots(19)$$

となる。いま、任意の時刻 t における衛星の離心離角を E とおけば

$$\left. \begin{aligned} x_w &= a(\cos E - e) \\ y_w &= a\sqrt{1 - e^2} \sin E \end{aligned} \right\} \dots\dots(20)$$

また、単位ベクトル P, Q の各成分は次のように与えられる。



付録6図 単位ベクトル P, Q, W

$$\left. \begin{aligned} P_x &= \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i \\ P_y &= \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i \\ P_z &= \sin \omega \sin i \end{aligned} \right\} \dots\dots(21)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \sin \Omega \cos i \\ Q_y &= -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos \Omega \cos i \\ Q_z &= \cos \omega \sin i \end{aligned} \right\} \dots\dots(22)$$

(15), (19), (20)を(13)に代入すると、制限方程式

$$\begin{aligned} a(\cos E - e)P \cdot Z + (a\sqrt{1 - e^2} \sin E) \\ Q \cdot Z - G = \rho \sinh \end{aligned} \quad \dots\dots(23)$$

が得られる。

ここで

$$G \equiv -Z \cdot R = G_1 \cos^2 \phi + G_2 \sin^2 \phi \quad \dots\dots(24)$$

である。

