

初等算数 (2002.11.21)

以下の問いに答えよ。途中の計算式も書くこと。

注：以下、 n 進数表示された数を $()_n$ をつかって表す。たとえば、 $(1000)_2$ は 2 進数での 1000 である。

問 1：つぎの問いに答えよ。

1. 214321 と 142213 の最大公約数はいくつか？
2. $(12222)_3$ を 5 進数表示しなさい。
3. $\frac{1}{32}$ を 3 進数で小数表示しなさい。

問 2：以下の各文章が正しいければ、間違いならば × を記せ。

(配点：(正答数) × 5 - 10)

1. $1/37$ の循環節の長さは 43 桁。
2. X, Y, n を 2 以上の自然数とする。 n が $X \times Y$ を割り切れれば n は X か Y のどちらかを割り切る。
3. X, Y は 2 以上の自然数とする。 $6X, 6Y$ を 8 でわった余りが等しいとき、 X と Y も 8 でわった余りが等しい。
4. 有理数は常に、有限小数である。
5. n 進数表示をするときには 0 から n までの数字を用いる。
6. x, y を n で割ったあまりが等しければ x^2, y^2 を n で割ったあまりも等しい。

問 3：次の問いに答えなさい。

1. $\frac{1}{17}$ を (10 進数で) 小数にすると 循環節の長さは何桁か？
2. 17 に自然数をかけたところ 9 ばかりが並ぶ数になった。一番短いときで 9 はいくつ並ぶか？
3. 10^{2003} を 17 で割った余りを求めよ。

問 4：いま あなたは宝の眠る洞窟の奥にいる。宝のありそうな扉の前に A から F までのラベルの貼られた石と秤があり、壁に次のように書かれている。

「A,B,C,D,E,F の石はそれぞれ 67g、34g、68g、36g、72g、44g である。A から F のうちのいくつかを 秤に載せよ。足した重さ (g) の 下 2 桁が 14 であれば扉は開かれる。一度でも 間違えば 洞窟がくずれるであろう。」

さて、どのような組合せで石を置けば よいか？

ちなみに、親切なことに、扉の横には「ヒント：重さを 3 倍してみよ。」と書いてあったことを申し沿えておく。

問5： $1/2003$ は(10進数で)小数にすると循環節の長さが1001桁になることが分かっている。このとき $2\underbrace{000\cdots 0000}_{2004\text{個}}3$ を2003で割った余りを求めよ。

以上で100点(1問20点)です。

問6:(どれもさっぱり分からんという人のために)何かおもしろい事を書いてください。

例年、番外として問6を上記のように設けているわけなんですが、問6に私宛の要望、質問、その他を書いて下さる方が居られます。ところが授業が終わってしまうため返答することが出来ずにいました。今年は(すべてには無理かもしれませんが)問6として何か書いて下さった方へ返答するページをweb上に設けようと思っています。その際、自分が問6に書いた内容をwebに引用されると困るというひとはその旨を書いておいて下さい。特に記載がなければ匿名で引用することがあります。