

X線装置によるFMR-CTの画像再構成実験

Experimental study of Fast Model Reconstruction CT using X-Ray TV

○大坊 真洋^{*,**}, 南幅 留男^{*}, 田山 典男^{**}, 長谷川 辰雄^{*}, 熊谷 隆美^{*}, 藤澤 充^{*}

○Masahiro Daibo^{*,**}, Tomeo Minamihaba^{*}, Norio Tayama^{**}, Tatsuo Hasagawa^{*},
Takami Kumagai^{*}, Mitsuru Fujisawa^{*}

^{*}岩手県工業技術センター、^{**}岩手大学

^{*}Iwate Industrial Research Institute, ^{**}Iwate University

キーワード：計算機断層法(Computer Tomography)、特異値分解(Singular Value Decomposition)、
X線(X-Ray)、線形最小二乗解(Linear least squares solution)

連絡先：〒020 盛岡市飯岡新田3-35-2 岩手県工業技術センター 電子機械部

大坊真洋、Tel.: (019)635-1115, Fax.: (019)635-0311, E-mail: daibo@sv02.kiri.pref.iwate.jp

1. はじめに

近年、外部から直接観察できない内部構造を、間接的な測定データからコンピュータで画像化することによって内部検査をしたい、という要求が高まっている。これまでも医療分野では、X線CTスキャナー¹⁾が開発され、病巣の発見などに使われており、現代医学には必要不可欠な装置になっている。一方産業界では、PL法が施行されて、工業製品の信頼性や安全性への要求がますます厳しくなっており、ベルトコンベア上の対象内部を高速に検査できる装置の出現が待ち望まれている。

高分解能な画質で高速に内部構造を画像化できることは、全ての分野で理想的であるが、しかし困難である。工業分野では、検査コストやスループットの観点から、測定時間を短縮する必要性が特に高い。工業製品の多くは、形状が定まっており、特に全数検査の場合には、正常品と不良品の判別がつか程度の内部検査画像が得られれば十分なので、画質と速度とのバランスは速度重視になる。画像化の時

間を短縮するためには、計算時間を短くすると同時に、投影方向を少なくすることが有効である。従来、数百方向も要していた投影方向を、数方向に減少できれば、回転機構が簡単になり、投影データも小さくなるので、高速化につながる。しかし通常の方法では、投影方向を少なくすると、画像が著しく劣化してしまうという問題があった。そこで我々は、極少数の投影データから高速に画像化する手法を検討してきた²⁻¹¹⁾。本発表では、我々の計算原理を明らかにして、実際のX線テレビ装置で測定したX線投影データから内部構造を画像化する実験を行ったところ、画像が得られたので、その結果をまとめて述べる。

2. 計算原理

はじめに、我々が提案する、標本化定理と特異値分解を組み合わせて、少ない投影データから、できるだけ妥当性が高いCT画像を得るための計算原理(FMR-CT(Fast Model Reconstruction CT))につい

て説明する。

X線ビームを均質な対象物に照射する場合について考え、入射X線強度 I_0 、透過後のX線強度 I 、対象物の物体の厚さを d とすると、それらの関係は

$$I = I_0 e^{-\mu d} \quad (1)$$

で表される。ここで μ は減弱係数であり、吸収や散乱によるX線の飛行距離あたりの減衰の度合いを意味している。実験に使用したX線テレビ装置（東芝製 Tosmicron 6125R）では、X線のエネルギー範囲が25~125kVの範囲なので、光電効果とCompton効果が減弱係数の主な要素である。

CTは内部の構造を観測することを目的としており、減弱係数 μ の空間的な分布を求めることが解くべき問題である。 μ の空間的な分布がわかれば、構成している材質や構造が推定でき、内部検査が可能になる。 μ は場所によって値が変わるので、X線経路 s に沿って線積分で表現し、投影値 p を導入して整理すると、式（2）で表すことができる。

$$p = -\log_e \left(\frac{I}{I_0} \right) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(s) ds \quad (2)$$

実測で求まる投影値 p は、X線経路に沿った減弱係数の総和しか与えない。そのためX線経路に沿った奥行き方向の減弱係数の分布がどのようになっているか、総和が等しければ同じ投影値しか観測されない。そこで、いろいろなX線経路で投影値を観測して、減弱係数の分布を再現する。

一般に2次元の標本化定理により、最大空間周波数が w_m の画像を $T=1/2w_m$ の間隔で標本化すると、任意点の濃度値は、その標本点での濃度とSINC関数で完全に再現できることが知られている¹²⁾。この関係を使うと任意の場所の減弱係数 $\mu(x,y)$ は、標本点での $\mu(x_i, y_j)$ により式（3）で表すことができる。

$$\mu(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \left\{ \phi(x-x_i) \cdot \phi(y-y_j) \cdot \mu(x_i, y_j) \right\} \quad \dots (3)$$

ここで、 ϕ はSINC関数であり、 $\phi(t) = \sin(2\pi w_m t) / (2\pi w_m t)$ である。式（3）により、最大空間周波数が w_m を越えない限り、各々のピクセルの中央に位置する1点の μ の値がわかれば、隣接するピクセル間までの距離 T の区間の μ の分布は全て求まる。式（3）を式（2）に代入すると次式になる。

$$\begin{aligned} p &= \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) ds \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x-x_i) \phi(y-y_j) \mu(x_i, y_j) ds \\ &\doteq \sum_{i=0}^w \sum_{j=0}^w c(x_i, y_j) \cdot \mu(x_i, y_j) \quad \dots (4) \end{aligned}$$

但し

$$c(x_i, y_j) = \int_{s_i}^{s_0} \phi(x-x_i) \phi(y-y_j) ds \quad (5)$$

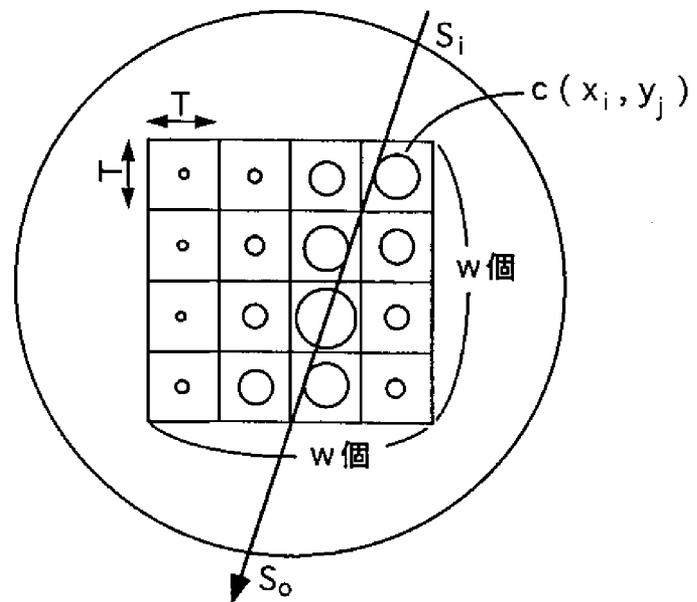


図1 計算モデルと線積分影響係数の説明

$c(x_i, y_j)$ は線積分影響係数でありピクセル内の丸印で示す。値が大きい程大きな円で表現している。 S_1 は線積分範囲にX線投影経路が入る点、 S_0 は出る点である。 T は標本化間隔である。

式(4)では、対象物体の標本点は、実際には有限な領域にあるので、無限領域を標本化数($w \times w$)の領域に近似している。また線積分範囲は、標本化領域を包含する平面にX線投影経路が入る点 S_1 から出る点 S_2 の範囲に近似している。さらに、 $\mu(x,y)$ は標本点なので、線積分の外に出して、2次元のSINC関数だけを独立に線積分するようにした。

計算モデルと線積分影響係数の概念を図1に示す。また2次元のSINC関数は、良く知られているが、そのグラフを図2に示す。式(5)は、この2次元のSINC関数を標本点に置いて、X線経路で線積分することであり、標本点上の減弱係数が、X線経路線上の線積分値に与える影響の大きさを示している。そこで $c(x,y)$ を”線積分影響係数”と呼ぶこ

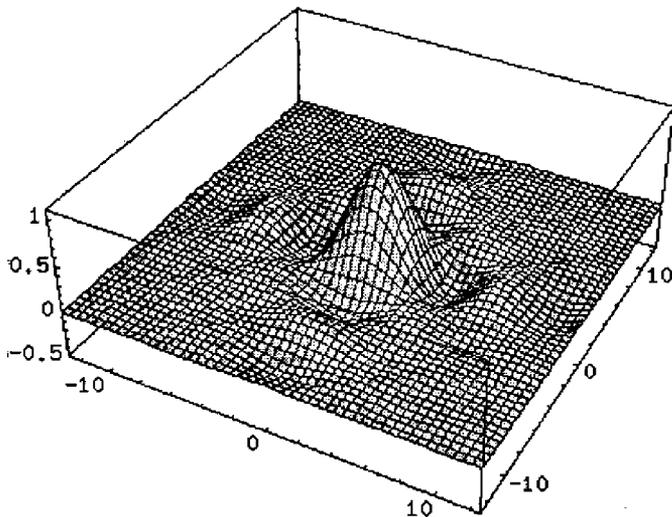


図2 2次元のSINC関数

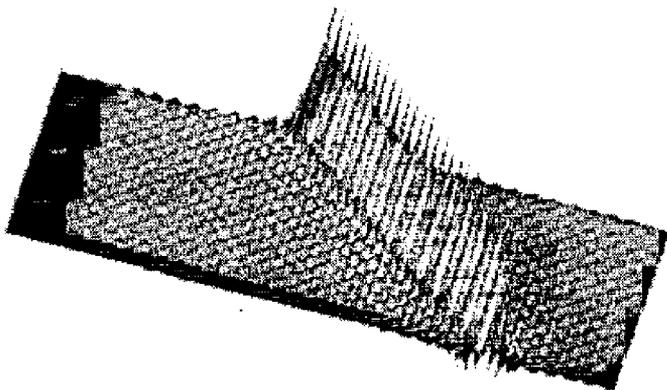


図3 線積分影響係数の分布

とにして、その分布を画像化した例を図3に示す。標本点の位置がX線投影経路に近い程、線積分影響係数は大きくなる。このように、X線投影経路上に沿って線積分する空間に標本化定理を取り入れたことによって、線積分経路が標本点の真上を通らなくても、連続的で滑らかな係数分布をもった一次方程式が得られる。

式(4)は、1本のX線投影経路について表現したものであるが、M本のX線経路の場合には、標本化点数Nを $N=w \times w$ として、式(6)のように連立一次方程式として示すことができる。

$$p_m = \sum_{n=1}^N c_{mn} \cdot \mu_n \quad (6)$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

この連立一次方程式を行列で表現すると式(7)になる。

$$p = C \mu \quad (7)$$

ここで p は実測で求まる投影値であり、M次元の列ベクトルである。Mの個数はX線経路数と等しく、投影は通常、対象物とX線経路を相対的に回転させることが多いので、 $M = (\text{有効X線センサー数} \times \text{回転ステップ数})$ である。減弱係数 μ は、標本化数と等しいN個の未知数である。Cは $M \times N$ 長方形行列であり、その要素 c_{mn} は、標本化した空間のn番目($n = w \times i + j$)の標本点に中心を持つ2次元SINC関数を、m番目のX線経路で線積分した線積分影響係数である。そして、n番目の位置に、ある値の μ があった場合に、m番目の p にどの程度影響を及ぼすかを示している。Cは標本化空間と、それを横切るX線投影経路の幾何学的な位置関係で定まるので”標本化投影モデル行列”と呼ぶことにする。

ここまで述べたことは、多くの μ (原因)の重ね合わせから、 p (結果)が引き起こされることを定式化したものであり、因果の矢印と一致した問題で

あるので、順問題と呼ばれている。これから述べることは、それとは反対に、 p (結果) から μ (原因) を推定する問題であり、逆問題と呼ばれている。

連立一次方程式は、係数行列の逆行列が求めれば、ただちに解が求まる。しかし、長方形の場合には、式の数と未知数の数が一致しないので、それほど単純ではない。長方形の逆行列を求める方法として、特異値分解をして、一般逆行列を求める方法が知られている^{13, 14)}。特異値分解とは、固有根の前後に分解した固有ベクトルをそれぞれ乗じた形に変換することであり、式(8)のように $M \times N$ の長方形行列 C を、 $M \times M$ の直交行列 U と、 $M \times N$ の対角行列 Σ と、 $N \times N$ の直交行列 V に分解することである。

$$C = U \Sigma V^t \quad (8)$$

ここで、直交性により $U^t U = V^t V = I_n$ である。 I_n は単位行列である。対角行列 Σ の要素は、大きい順に並んだ特異値 σ からなり ($\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$)、 $1 \leq i \leq r$ の場合は $\sigma_i > 0$ 、 $i \leq r+1$ の場合は $\sigma_i = 0$ である。 r はランクである。

C の Moore-Penrose 一般逆行列 C^+ は、式(9)で与えられる。

$$C^+ = V \Sigma^{-1} U^t \quad (9)$$

これにより逆行列が求まるので、減弱係数 μ は、式(10)で得られる。

$$\mu = C^+ p \quad (10)$$

C^+ は $N \times M$ 長方形であり、その要素 c_{nm}^+ は、 m 番目の投影値 p が測定により既知となった場合に、 n 番目の標本点の μ をどの程度に見積もれば良いかを示している。

C^+ は、X線を投影する実験の前に、あらかじめ計算しておくことができる。そして、この式から明らかのように、最終の計算は単純な行列のかけ算だけでよい。

3. 実験方法

3.1 実験装置

図4に実験に使用したハードウェア構成を示す。X線投影画像を撮影するために、市販のマイクロフォーカスX線テレビ装置(東芝製 Tosmicron6125R)を使用した。この装置は125kV, 0.5mAまでのX線が出力可能である。そのX線テレビ装置の中に、専用に設計した試料回転装置(2軸制御可能)を挿入し、試料を回転できるようにした。また、回転中心と投影画像中心の位置合わせを可能にするため、試料を固定する回転治具の陰影の両端エッジ座標の midpoint から回転中心を算出できるようにした。X線投影画像は、直径4インチのイメージ・インテンシファイヤ (I.I.) で増幅して CCDカメラで撮像し、画像処理装置(日本アビオニクス製 Image Σ III) によって時間積算平均(16~32フレーム)を行い、量子ノイズを減少させた。試料回転装置のステッピングモータは、PC (Power Macintosh 9500) のシリアルポートからシーケンサーを介してを制御し、各回転ステップ毎に、積算した投影画像の結果を、 GPIBボード (National Instruments製 PCI/GPIB/Mac) によって PC に取り込んだ。CT の計算 (C言語) は、EWS (SPECfp95=18.7, HPモデル C180) で実行し

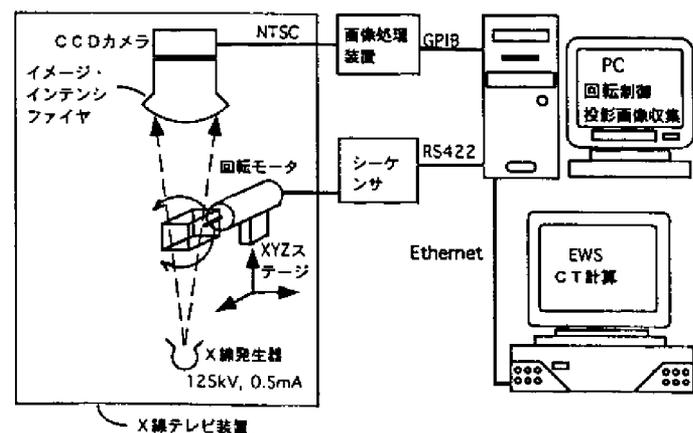


図4 実験に使用したハードウェア構成

た。

3.2 投影値測定と再構成方法

実験に用いた投影モデルを図5に示す。はじめに、この投影モデルに一致する経路で線積分を行い、標本化投影モデル行列Cを計算する。これはX線装置の幾何学的な形状や、試料の回転方法によって決まる。X線経路は、マイクロフォーカスX線源（スポットサイズ10 μ m）を使用しているため扇型のファンビームになる。

再構成する標本化領域の分割数は64 \times 64とした。1回転ステップあたりの投影値数は、標本化領域の1ピクセルに2本程度のX線投影経路が入るように、標本化領域の分割数の2倍の128とした。この程度の密度でX線経路があれば良好な結果が得られることを、シミュレーションによって確認済みである⁸⁾。線積分範囲rは、標本化領域の端部に位置するSINC関数のテールの広がりまで積分するように、2^{1/2} \times 64とした。線積分範囲を標本化領域内だけにすると、端部にアーティファクトが発生する。h1は、X線源とI.I.面との距離であり、h1=594mm

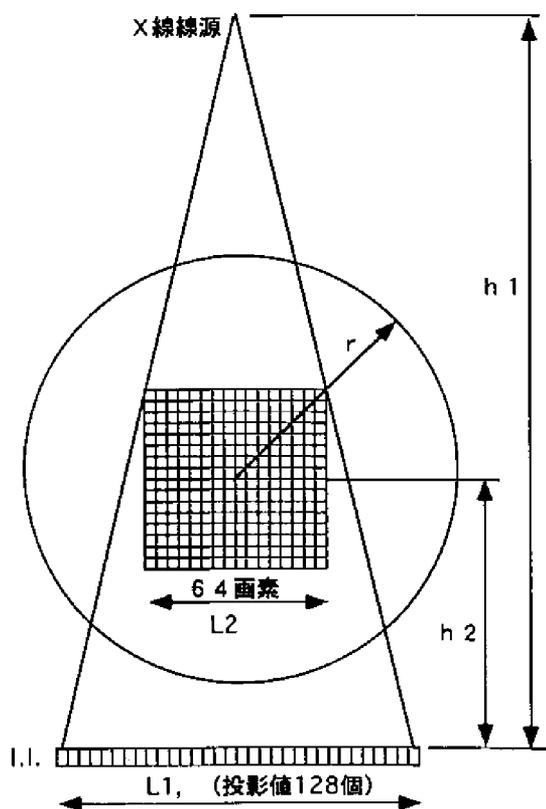


図5 投影モデル

で一定である。h2は、I.I.と回転中心までの距離であり、移動可能である。このような投影モデルに基づいて標本化投影モデル行列Cを計算し、次にCを特異値分解して、一般逆行列C⁺を準備した。このとき、特異値の大きさを調べて適当な場所で打ち切りを行った数種類の一般逆行列C⁺を用意した。

投影経路は、X線経路を固定として試料を回転させて投影モデルと一致するように変化させた。1サイクルあたりの試料の回転範囲は π とし、投影方向はファンビーム中央の角度で、4方向（ $\pi/4$ 毎に投影）と8方向（ $\pi/8$ 毎に投影）で実験を行った。

投影値pは、歪みを少なくするために、I.I.の中心部の幅L1=50mmの範囲でX線を受光して、その範囲がCCDカメラの512画素幅に相当するようにI.I.後段の光学ズームで調整した。図5から明らかなように標本化領域の実サイズL2は次式で与えられる。

$$L2 = 2L1(h1 - h2)/(2h1 + L1) \quad (11)$$

そして、中央の水平走査線である240本目の輝度信号を取り出し、512個の水平画素から間引いて128画素分の投影値を収集した。量子化は8bitで行った。最大輝度をI0として式(2)により対数変換をして投影値pを求めた。

4. 実験結果

特異値の大きさをグラフ化した結果を図6に示す。図6(a)は4方向から、図6(b)は8方向から投影した場合の特異値の値の大きさの分布を示している。(a)では番号が300以下までは特異値の値が大きく、変化が緩やかである。番号が300を越えたあたりから急激に特異値が減少している。式(10)を展開すると次式になる。

$$\mu = \left(\sum_{i=1}^R \sigma^{-1} \mathbf{v}_R \mathbf{u}_R^t \right) \mathbf{p} \quad (12)$$

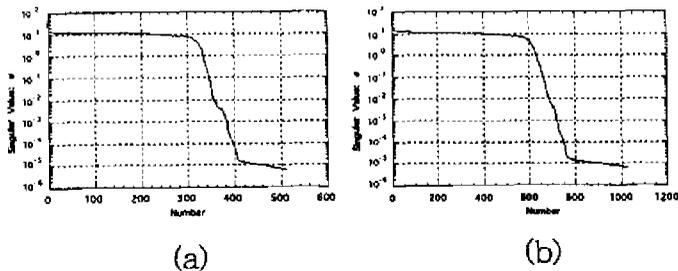


図6 特異値の大きさの分布
(a)は4方向から、図6(b)は8方向から投影した場合

式(12)からわかるように、CT画像を計算するときは、特異値の逆数 σ^{-1} を v にかけ算することになる。このため、値が小さい特異値ほど、逆数となったときの値が非常に大きくなり、画像再構成時の影響力が大きくなる。 v ベクトルのサイズは $w \times w$ なので w 毎に折り畳んで画像化すると、図7のようになる。特異パターンが現れ、列ベクトルの番号が大きくなるほど複雑なパターンになり、特徴のないノイズ的な画像になる。このことから、値が小さい特異値まで使用すると、ノイズ的な画像が大きな重みで積算されてくるので、画像が大幅に劣化する。

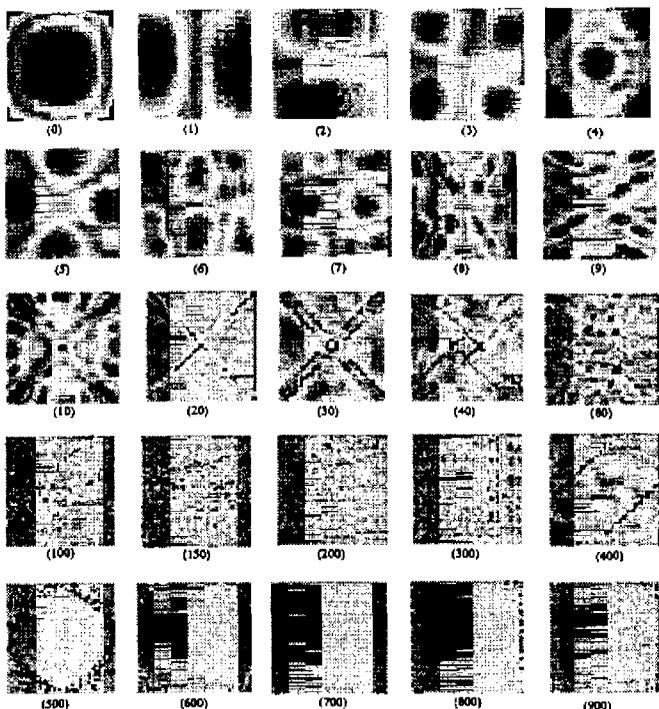


図7 v ベクトルを w 毎に折り畳んで画像化した特異パターン(8方向投影の場合)。括弧内の数字は v ベクトルの番号

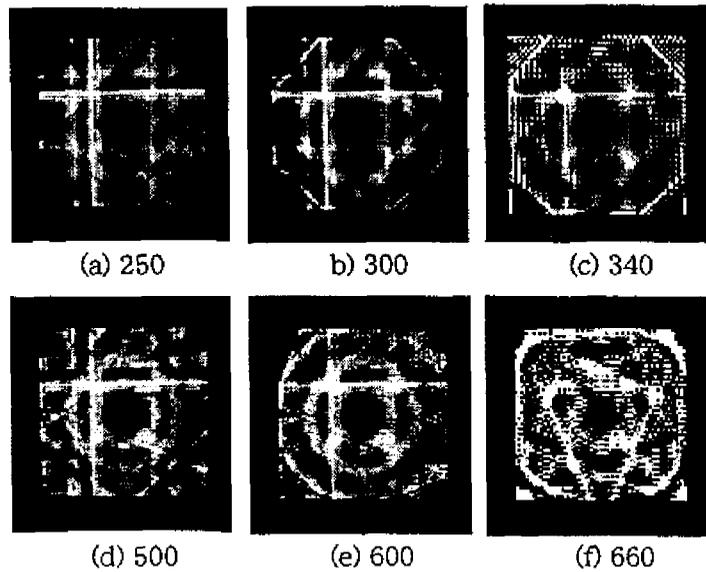


図8 いろいろな番号の特異値で打ち切った逆行列によって求めたCT画像。(a), (b), (c)は4方向投影、(d), (e), (f)は8方向投影の場合。数字は打ち切り番号

図8にいろいろな番号の特異値で打ち切った逆行列によって求めたCT画像を示す。打ち切り番号は式(12)の R の値である。観測対象物はプラスチック製の小型部品(外径11mm)であり、2重のパイプが4カ所で連結された構造になっている。4方向では不十分であるが、8方向の投影では、基本的な内部構造が再現できていることがわかる。

打ち切った番号が大きすぎると、CT画像が劣化している。これは、投影値 p に含まれるわずかなノイズが C^+ の特異値の逆数によって増幅されて、原ベクトルを圧倒してしまうためである。反対に打ち切りの番号が小さすぎると、空間周波数の高い成分は再現できなくなる。この打ち切りの位置をどこにするか決めるのは、難しい問題であり正則化パラメータを使う方法¹³⁾などがあるが、一義的には決まらない。今回の特異値のように値がある番号までほぼ一定で、それよりも大きな番号で急激に小さくなる場合は、一定の部分を使い、それ以降は切り捨てれば、良好なCT画像が得られることが実験的にわかった。

誤差が最小二乗になるように一般逆行列が計算さ

れているので、滑らかな画像が得られている。これは境界部が不鮮明になる欠点があるが、一方ではダイナミックレンジの小さいX線センサー（実験では8 bitで量子化）の使用により、飽和や遮断による異常な投影値が測定された場合でも、誤差が均された妥当性の高い画像が得られる長所がある。

計算時間は、投影値の対数処理と、一般逆行列 C^+ と投影値ベクトル p のかけ算に8方向の場合4.8秒であった。

5. おわりに

本論文では、少ない投影データから、できるだけ妥当性が高いX線CT画像を求めるために、標本化定理と特異値分解を組み合わせた手法を提示して、実際にマイクロフォーカスX線テレビ装置で測定したX線投影データからCT画像を再構成する実験を行った。その結果、4～8方向といった極端に少ない投影データ数により4096個の標本点からなる画像を再構成することができた。従来の投影方向は400～800方向なので、提案した手法の有効性が明確になった。

本方式の特徴は、

- (1) 投影方向が少なくても良いので、スキャン時間の短縮と、スキャン機構の単純化が可能である。
- (2) 画像化の計算は、一般逆行列と投影ベクトルのかけ算でよいので、ハードウェア並列処理による超高速計算が可能である。
- (3) 誤差最小二乗の滑らかなCT画像が得られる。

これらの高速性と装置の単純化が可能になる特徴により、いままで検査コストの制限からCT検査の対象外であった、安価な工業製品や農林水産物の検査への応用が期待できる。

今後の課題は、一般逆行列という係数行列の形式であらかじめ計算することができる特徴を発展させ

ることである。つまり、係数行列化が可能な他の画像処理行列と前もってかけ算して、画像処理機能を組み込んだ一般逆行列を作成しておき、この行列と投影ベクトルをかけ算することによって、CT画像の再構成と画像処理とを一括して行う統合化の方法を検討することである。

参考文献

- 1) 岩井, 斎藤, 今里(編): 医用画像診断装置, コロナ社(1988)
- 2) 田山, 船岡: 緩やかな2次元濃度分布に対する切り特異値分解による可視化計測, 可視化情報, 14, No.52, 21-27 (1994).
- 3) N. Tayama, S. Saito and M. Miura: Fast Visualization for 3D Smooth Density Distribution from a Few Projections, Third Asian Symposium on Visualization Proc., G16, 681-686 (1994).
- 4) 田山, 楊: 緩やかな濃度分布の線形計画法による非破壊検査, 非破壊検査, 43, 41/47 (1995).
- 5) 田山: 緩やかな濃度分布に対する最小二乗法による非破壊検査, 非破壊検査, 43, 435/443 (1995).
- 6) 田山, 斎藤, 氏家, 渡邊: 3方向または4方向投影から加速器ビーム断面強度分布を高速に画像化する一手法とその仕組み, 画像電子学会誌, 24, 2, 145/152 (1995)
- 7) 大坊, 長谷川, 熊谷, 藤澤, 南幅, 田山: 少数投影によるCT装置の開発, 第56回応物学会予稿集, 26a-G-7, 51 (1995)
- 8) 大坊, 長谷川, 熊谷, 藤澤, 南幅, 田山: 特異値分解を利用したCT装置の開発, 応物学会東北支部第50回予稿集, 19B-4, 99/101 (1995)
- 9) 大坊, 長谷川, 熊谷, 藤澤, 南幅, 田山: 特異値分解法によるCT装置の開発, 第43回応物学会予稿集, 28p-B-2, 53 (1996)
- 10) M. Daibo, T. Minamihaba, T. Hasegawa, T. Kumagai, M. Fujisawa and N. Tayama: Developments of CT System Using Singular Value Decomposition Method, SCAR96 Computer Applications to Assist Radiology, 475/476 (1996)
- 11) T. Hasegawa, T. Minamihaba, M. Daibo, T. Kumagai, M. Fujisawa and N. Tayama: Development of interactive multimedia database, Proc SPIE, 2915, 183/190 (1997)
- 12) 尾上守夫: 画像処理ハンドブック, 昭晃堂 (1987)
- 13) 武者, 岡本: 逆問題とその解き方, オーム社 (1992)
- 14) Michael W. Berry, Large-scale Sparse Singular Value Computations, International Journal of Supercomputer Applications, Vol. 6, No. 1, 13/49 (1992)