半導体電子工学II

神戸大学工学部　電気電子工学科

小川　真人

本日の内容

1. 復習:基本方程式
   - ✓ キャリア密度の式
   - ✓ フェルミレベルの位置の計算
   - ✓ ポアソン方程式
   - ✓ 電流密度の式
   - ✓ 連続の式(再結合)
2. pn接合
   a. 接合の形成
   b. pn接合中のキャリア密度分布
   c. 拡散電位
   d. 空乏層幅
   e. 電流-電圧特性

基本方程式

ポアソン方程式	$\nabla(\varepsilon\nabla\phi)=-\rho$ $\quad \dfrac{d^2\phi(x)}{dx^2}=-\dfrac{\rho(x)}{\varepsilon}$	
	電子	正孔
キャリア密度の式	$n=n_i\exp\left(\dfrac{E_F-E_i}{k_BT}\right)$	$p=n_i\exp\left(\dfrac{E_i-E_F}{k_BT}\right)$
電流密度の式	$J_e=qn\mu_eE+qD_e\nabla n$	$J_h=qp\mu_hE-qD_h\nabla p$
連続の式	$\dfrac{\partial n(x,t)}{\partial t}=\dfrac{1}{q}\dfrac{\partial}{\partial x}J_e(x,t)-U_e(x,t)$	$\dfrac{\partial p(x,t)}{\partial t}=-\dfrac{1}{q}\dfrac{\partial}{\partial x}J_h(x,t)-U_h(x,t)$

（復習）pn接合

拡散電位 ϕ_{bi}の計算

n型領域では

$$n_{\mathrm{n}} = n_{\mathrm{i}} \exp\left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{F}} - \varepsilon_{\mathrm{in}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right) = N_{\mathrm{D}}$$

$$\Updownarrow$$

$$\varepsilon_{\mathrm{in}} - \varepsilon_{\mathrm{F}} = -k_{\mathrm{B}}T \ln\left(\frac{N_{\mathrm{D}}}{n_{\mathrm{i}}}\right)$$

p型領域では

$$p_{\mathrm{p}} = n_{\mathrm{i}} \exp\left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{ip}} - \varepsilon_{\mathrm{F}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right) = N_{\mathrm{A}}$$

$$\Updownarrow$$

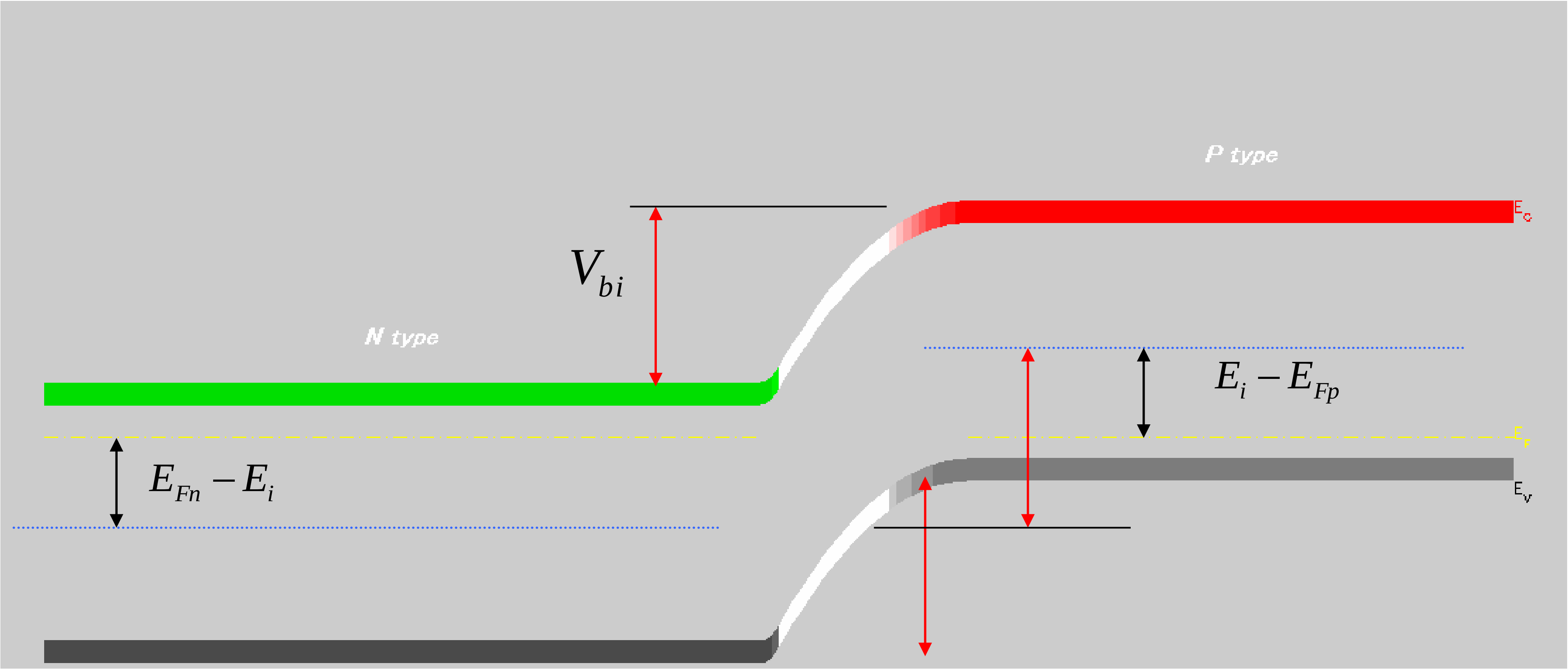
$$\varepsilon_{\mathrm{ip}} - \varepsilon_{\mathrm{F}} = k_{\mathrm{B}}T \ln\left(\frac{N_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{i}}}\right)$$

$$\varepsilon_{\mathrm{ip}} - \varepsilon_{\mathrm{in}} = k_{\mathrm{B}}T \ln\left(\frac{N_{\mathrm{A}}N_{\mathrm{D}}}{n_{\mathrm{i}}^2}\right) = eV_{\mathrm{bi}}$$

拡散電位の式

$$V_{\mathrm{bi}} = \frac{k_{\mathrm{B}}T}{e} \ln\left(\frac{N_{\mathrm{A}}N_{\mathrm{D}}}{n_{\mathrm{i}}^2}\right)$$

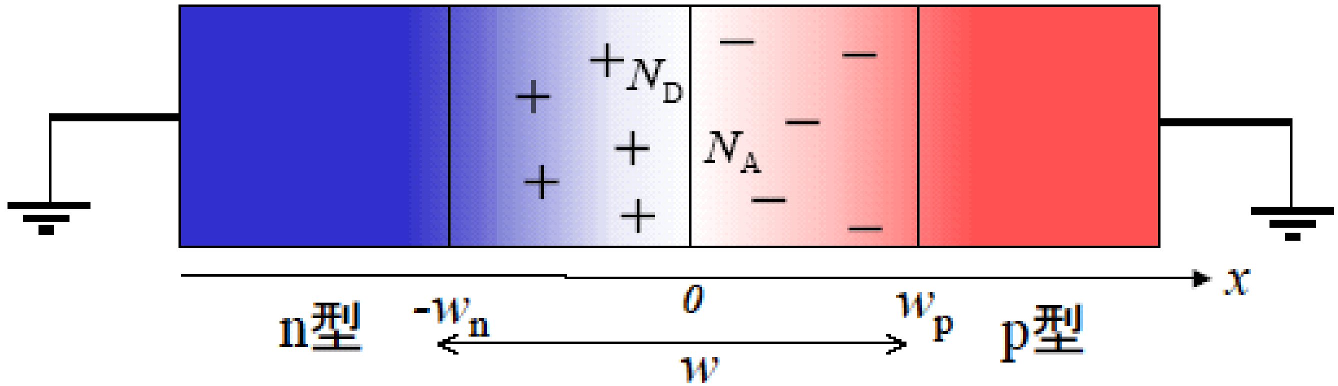
拡散電位



拡散電位

$$V_{bi} = \frac{k_B T}{q} \ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right)$$

空乏層幅



ポアソン方程式

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -\frac{qN_D}{K_{Si}\varepsilon}$$

$$\phi(x) = -\frac{qN_D}{2K_{Si}\varepsilon_0}(x+2w_n)x \qquad \phi(x) = \frac{qN_A}{2K_{Si}\varepsilon_0}(x-2w_p)x$$

$$N_D w_n = N_A w_p \qquad V_{bi} = \phi(-w_n) - \phi(w_p)$$

$$\boxed{w = w_n + w_p = \sqrt{\frac{2K_{si}\varepsilon_0 V_{bi}}{qN_D N_A}(N_D + N_A)}}$$

電荷分布・電界分布・電位分布

p.37~

- 電荷密度分布が既知→ 電位分布を求めたい

Poisson方程式を使う

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{K_{Si}\varepsilon_0}$$

pn接合の内部の電位の計算 p.65~

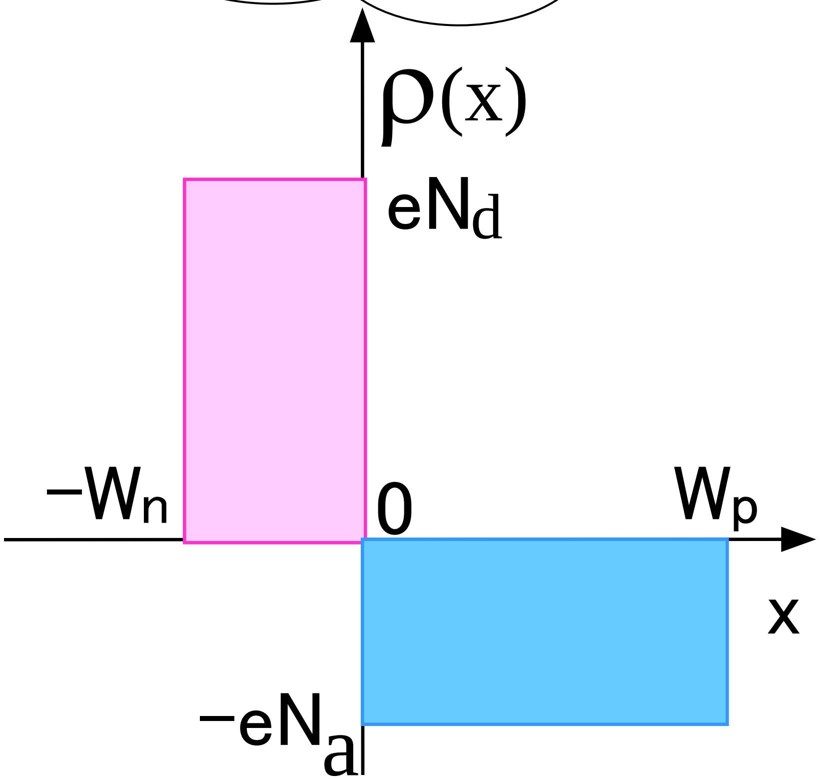
	電子	正孔
ポアソン方程式	$\nabla\left(\varepsilon\nabla\phi\right)=-\rho$ （３D）	$\dfrac{d^2\phi(x)}{dx^2}=-\dfrac{\rho(x)}{\varepsilon}$
キャリア密度の式	$n=n_i\exp\left(\dfrac{E_F-E_i}{k_BT}\right)$	$p=n_i\exp\left(\dfrac{E_i-E_F}{k_BT}\right)$
電流密度の式	$J_n=qn\mu_nE+qD_n\nabla n$	$J_p=qp\mu_pE-qD_p\nabla p$
連続の式	$\dfrac{\partial n(x,t)}{\partial t}=\dfrac{1}{q}\nabla J_n(x,t)+G_n(x,t)-R_n(x,t)$	$\dfrac{\partial p(x,t)}{\partial t}=-\dfrac{1}{q}\nabla J_p(x,t)+G_p(x,t)-R_p(x,t)$

空乏層長の計算→ポアソン方程式

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{K_{Si}\varepsilon_0} \quad (1)$$

この形の微分方程式は2年生でやったぞ

電荷密度分布が右図の場合を考えよう



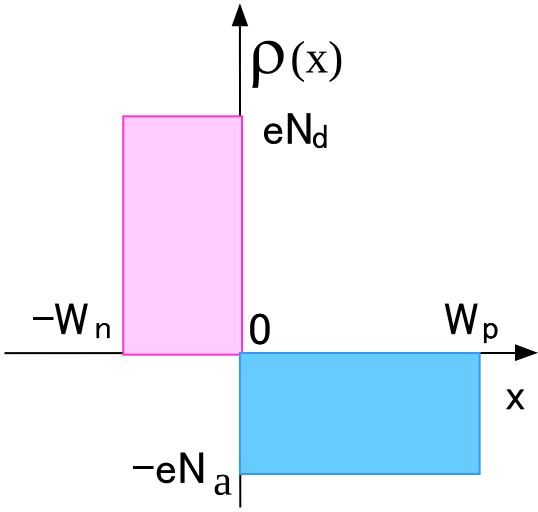
$$\rho(x) = \begin{cases} eN_d & -W_n < x < 0 \\ -eN_a & 0 < x < W_p \\ 0 & x < -W_n, x > W_p \end{cases}$$

(2)

境界条件と解法

- X＝－W_nで　電界　E=0　①，　電位　φ ＝0　②
- X＝　W_pで　電界　E=0　③，　電位　φ ＝-V_{bi}+V　④

$$-W_n \le x \le 0 \quad \text{で} \quad \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -\frac{eN_d}{K_{Si}\varepsilon_0} \qquad (3)$$



1回積分して①を用いる

$$E(x) = -\frac{d\phi}{dx} = \frac{eN_d}{K_{Si}\varepsilon_0}(x+W_n) \qquad (4)$$

更に積分して②を用いる

$$\phi(x) = -\frac{eN_d}{2K_{Si}\varepsilon_0}(x+W_n)^2 \qquad (5)$$

境界条件と解（続き）

・ X＝ W_pで 電界 E=0 ③, 電位 φ ＝$-V_{bi}+V$ ④

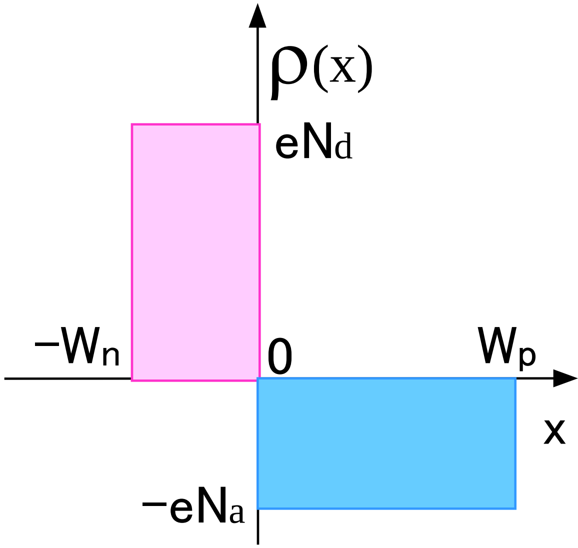
$$0 \le x \le W_p \quad \text{で} \quad \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = \frac{eN_a}{K_{Si}\varepsilon_0} \qquad (6)$$

1回積分して③を用いる

$$E(x) = -\frac{d\phi}{dx} = -\frac{eN_a}{K_{Si}\varepsilon_0}\left(x - W_p\right) \qquad (7)$$

更に積分して④を用いる

$$\phi(x) = \frac{eN_a}{2K_{Si}\varepsilon_0}\left(x - W_n\right)^2 - V_{bi} + V \qquad (8)$$

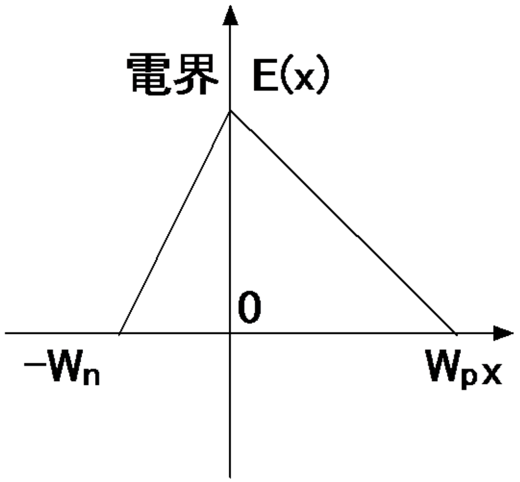


解のまとめ

電界分布(位置xの1次式)

$$E(x) = -\frac{d\phi}{dx} = \frac{eN_d}{K_{Si}\varepsilon_0}(x + W_n) \qquad (4)$$

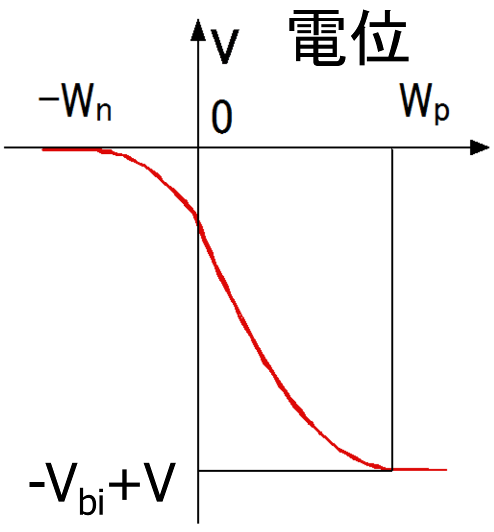
$$E(x) = -\frac{d\phi}{dx} = -\frac{eN_a}{K_{Si}\varepsilon_0}(x - W_p) \qquad (7)$$



電位分布（位置xの2次式）

$$\phi(x) = -\frac{eN_d}{2K_{Si}\varepsilon_0}(x + W_n)^2 \qquad (5)$$

$$\phi(x) = \frac{eN_a}{2K_{Si}\varepsilon_0}(x - W_p)^2 - V_{bi} + V \qquad (8)$$



x=0で電位と電束連続

x=0で**電位と電束密度は連続**でなければならない

$$\phi(x=0_-)=\phi(x=0_+) \qquad \frac{d\phi(x=0_-)}{dx}=\frac{d\phi(x=0_+)}{dx} \qquad (9)$$

（5）,(8)と(9)より

$$-\frac{eN_d}{2K_{Si}\varepsilon_0}W_n^2=\frac{eN_a}{2K_{Si}\varepsilon_0}W_p^2-V_{bi}+V \qquad (10)$$

（4）,(7)と(9)より

$$N_dW_n=N_aW_p \qquad (11)$$

空乏層幅

$$w_n = \sqrt{\frac{2K_{si}\varepsilon_0\left(V_{bi} - V\right)}{eN_d}\frac{N_a}{N_d + N_a}}$$

（n側）

（教2.23）

$$w_p = \sqrt{\frac{2K_{si}\varepsilon_0\left(V_{bi} - V\right)}{eN_a}\frac{N_d}{N_d + N_a}}$$

（p側）

Vが変化したらwはどうなる? N_d, N_aが変化したら?

$$\boxed{w = w_n + w_p = \sqrt{\frac{2K_{si}\varepsilon_0(V_{bi} - V)}{eN_d N_a}\left(N_d + N_a\right)}}$$

（教2.24）

出てきた用語

- ドリフト電流
- 拡散電流
- 連続の式
- 発生・再結合(SRH型)
- pn接合
- ビルト-インポテンシャル
  （拡散電位, 内部電位）
- 空乏層幅
- 固定電荷
- キャリア(可動電荷)

どうやって求める?
どんな役割?

どうやって求める?
どんな役割?
空乏って何が無いの

イオン化したドナ，アクセプタは動けない

正孔，電子は動ける
ドリフト・拡散

2.2 pn接合の電流電圧特性

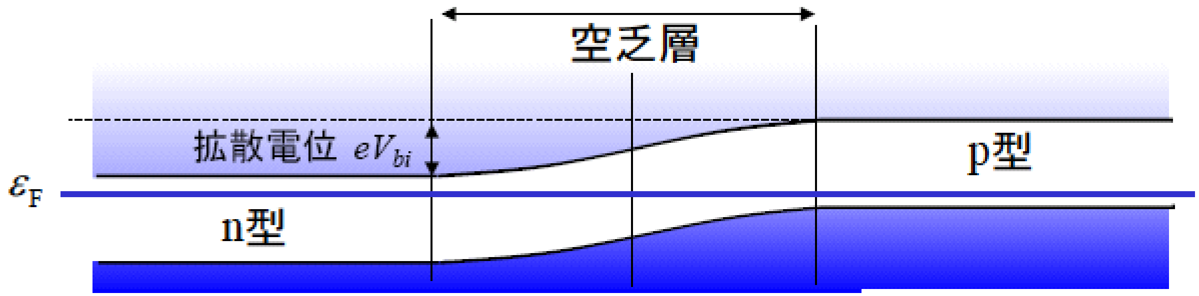
pp.71~79

電流-電圧特性の計算

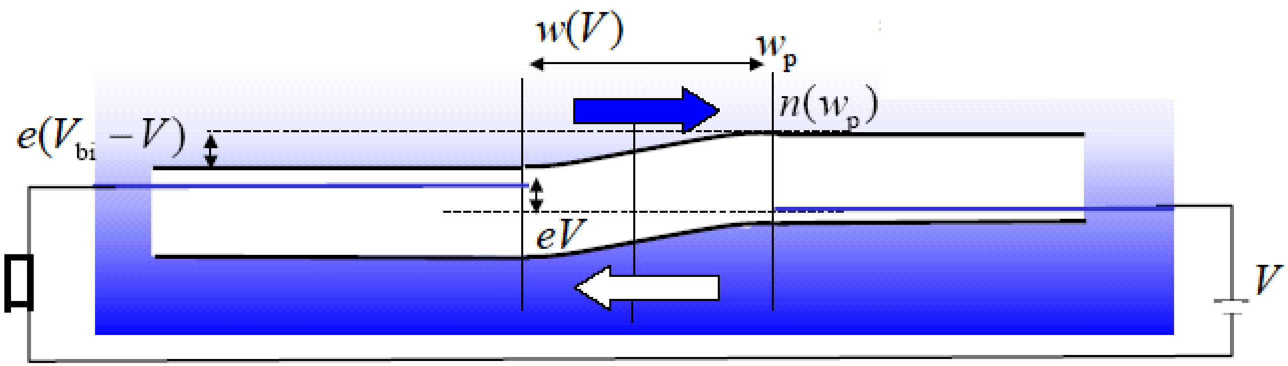
ポアソン方程式	$\nabla(\varepsilon\nabla\phi) = -\rho$（３D）	$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon}$
	電子	正孔
キャリア密度の式	$n = n_i \exp\left(\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_i}{k_B T}\right)$	$p = n_i \exp\left(\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_F}{k_B T}\right)$
電流密度の式	$J_e = qn\mu_e E + qD_e \nabla n$	$J_h = qp\mu_h E - qD_h \nabla p$
連続の式	$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{q}\nabla J_e(x,t) + G_e(x,t) - R_e(x,t)$	$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = -\frac{1}{q}\nabla J_h(x,t) + G_h(x,t) - R_h(x,t)$

電流-電圧特性(1)

(a)熱平衡



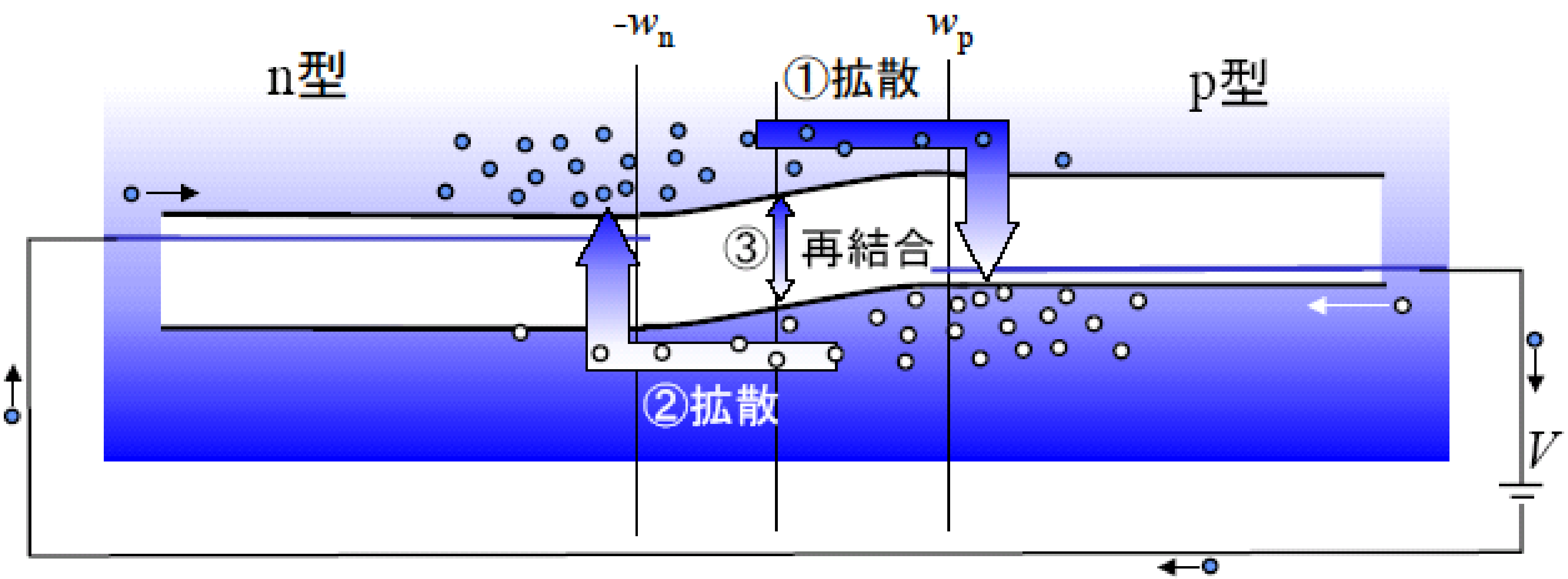
(b)順方向
バイアス印加



$$w(V)=\sqrt{\frac{2K_{Si}\varepsilon_0(V_{bi}-V)}{eN_aN_d}(N_d+N_a)}$$

$$n(w_p)=n_{n0}\exp\left(-\frac{e(V_{bi}-V)}{k_BT}\right)$$
$$=n_{p0}\exp\left(\frac{eV}{k_BT}\right)$$

電流-電圧特性(2)



全電流　＝　①:n型からp型への電子注入電流(p型領域で再結合)

＋

②:p型からn型への正孔注入電流(n型領域で再結合)

＋

③:　空乏層中での再結合電流

電流-電圧特性(3)

$$J_n = qD_n \left.\frac{dn(x)}{dx}\right|_{x=w_p}$$

(拡散電流のみ)

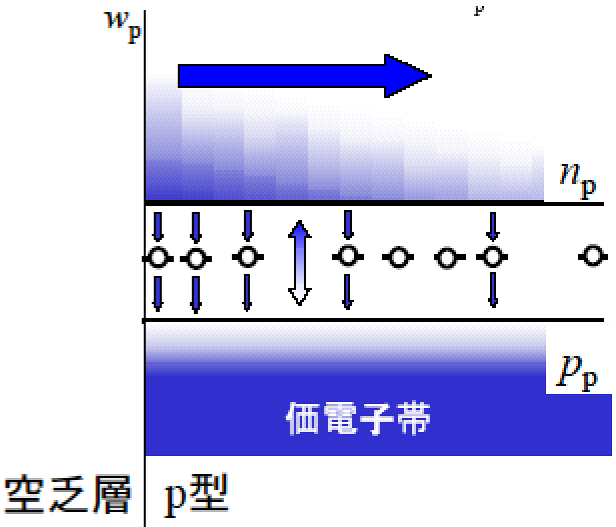
$$U_n = \frac{n(x) - n_{p0}}{\tau_n}$$

(再結合率)

連続の式より

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n(x,t)}{\partial x^2} - \frac{n(x,t) - n_{p0}}{\tau_n}$$

定常状態: $\frac{\partial n(x)}{\partial t} = 0$



$$\boxed{0 = D_n \frac{d^2 n(x)}{dx^2} - \frac{n(x) - n_{p0}}{\tau_n}}$$

(解くべき微分方程式)

電流-電圧特性(4)

境界条件

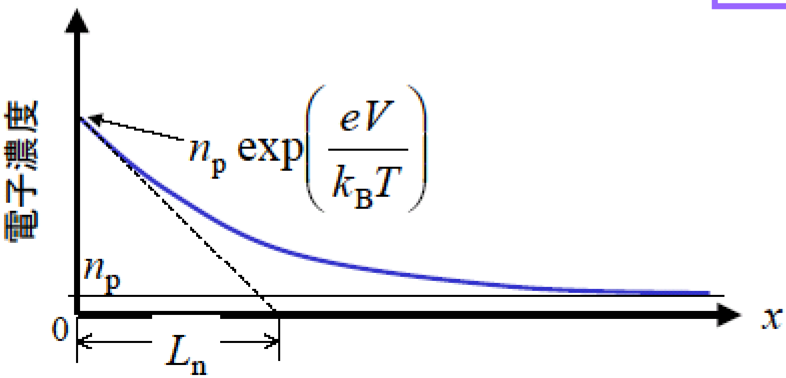
$$n(w_p) = n_{p0} \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right) \qquad n(\infty) = n_{p0}$$

解

$$n(x) = n_{p0}\left[\exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1\right]\exp\left(-\frac{x - w_p}{L_n}\right) + n_{p0} \qquad L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

電子による拡散電流 ①

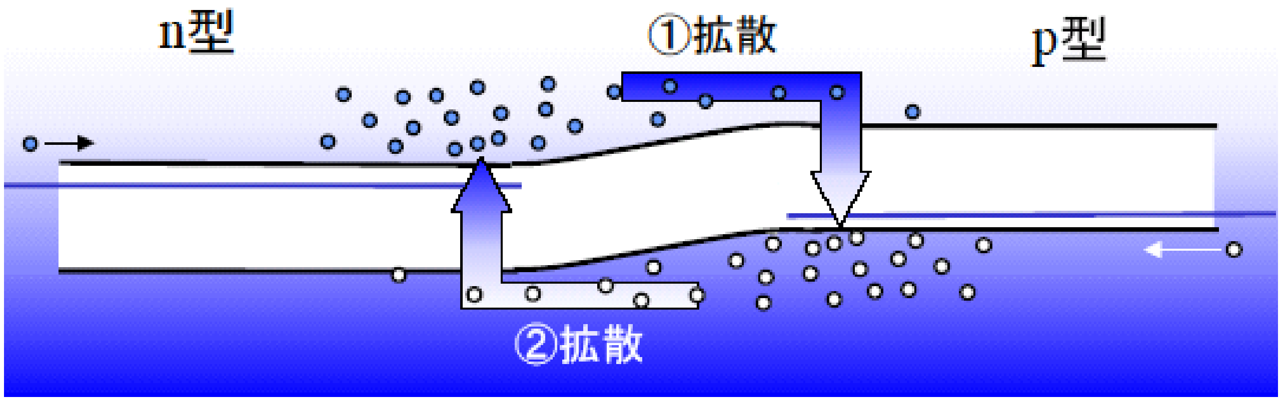
$$J_n = e\frac{D_n}{L_n} n_{p0}\left[\exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1\right]$$



②

$$J_p = e\frac{D_p}{L_p} p_{n0}\left[\exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1\right]$$

電流-電圧特性(5)



電子による拡散電流 ①

$$J_n = e\frac{D_n}{L_n} n_{p0}\left[\exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1\right]$$

正孔による拡散電流②

$$J_p = e\frac{D_p}{L_p} p_{n0}\left[\exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1\right]$$

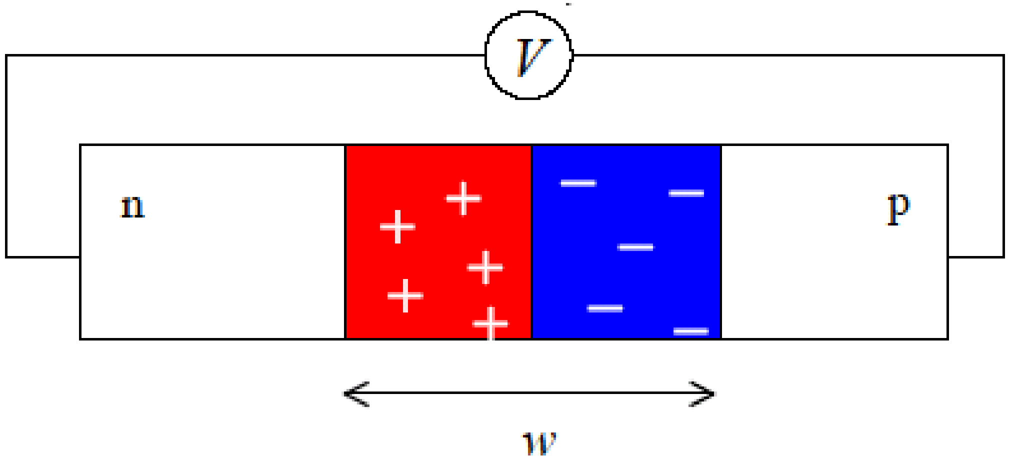
$$J = J_n + J_p = e\left(\frac{D_n n_{p0}}{L_n} + \frac{D_p p_{n0}}{L_p}\right)\left[\exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1\right] = J_s\left[\exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1\right]$$

2.8 空乏層の容量とC-V特性

p.46～

電荷と容量

印加バイアス



$$Q = N_d w_n = N_a w_p = e\frac{N_a N_d}{N_d + N_a} w = \sqrt{2eK_{Si}\varepsilon_0 \frac{N_a N_d}{N_d + N_a}\left(V_{bi} - V\right)}$$

$$C = \frac{dQ}{dV} = \sqrt{\frac{eK_{Si}\varepsilon_0}{2}\frac{N_a N_d}{N_a + N_d}\frac{1}{V_{bi} - V}} = \sqrt{\frac{eK_{Si}\varepsilon_0}{2\phi_{bi}}\frac{N_a N_d}{N_d + N_a}}\left(1 - \frac{V}{V_{bi}}\right)^{-1/2}$$

$$\equiv C(0)\left(1 - \frac{V}{V_{bi}}\right)^{-1/2} \qquad (2.32a)$$

空乏層幅、接合容量

空乏層幅
Depletion Width

$$W = \sqrt{\frac{2K_{Si}\varepsilon_0}{e}\left(\frac{1}{N_a}+\frac{1}{N_d}\right)(V_{bi}-V)}$$

接合容量

junction Capacitance

$$C(V) \equiv \left|\frac{dQ(V)}{dV}\right|$$

C-V特性から

ドーピング密度の計算

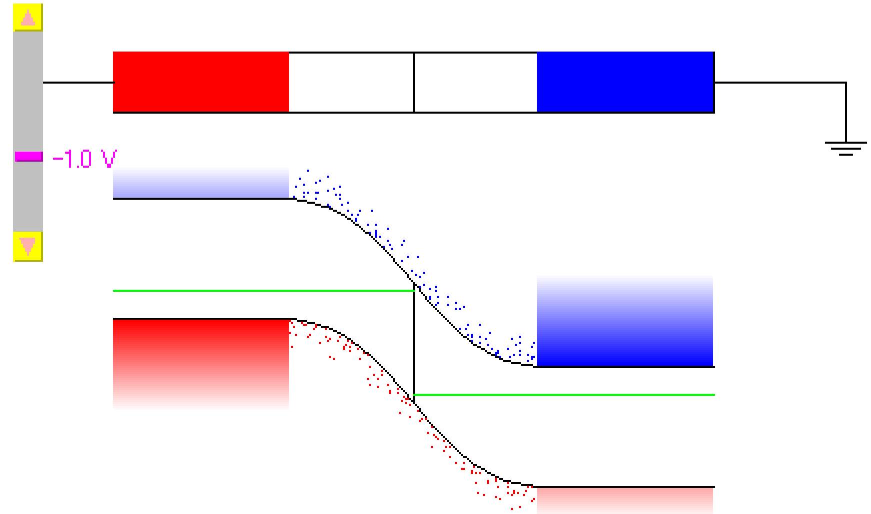
片側階段接合

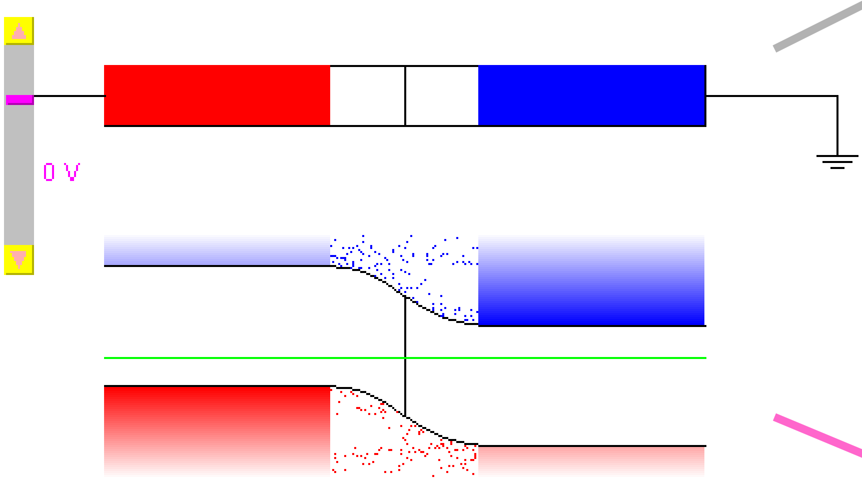
$$N_d = -\frac{2}{eK_{Si}\varepsilon_0}\frac{1}{\frac{d(1/C^2)}{dV}}$$

ただし $N_a >> N_d$

電圧を印加した時のバンド図

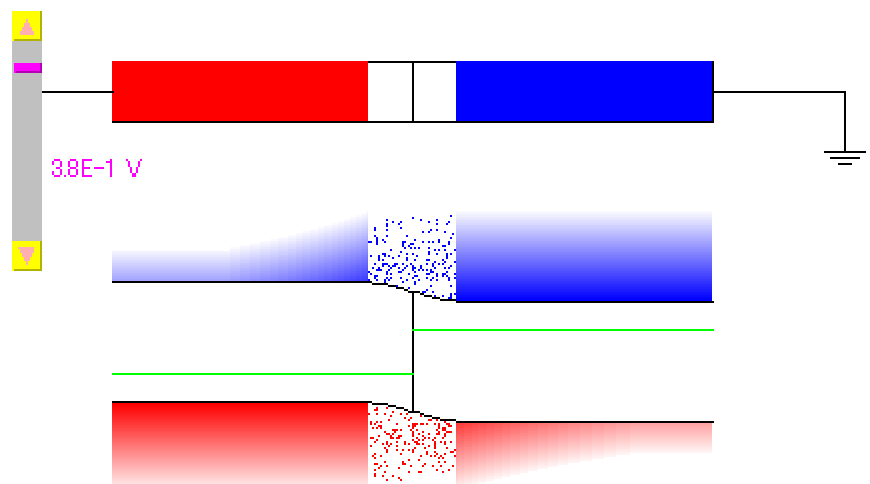
逆バイアス
−1.0 [V]





熱平衡

順バイアス
0.38 [V]



付録

中性半導体のフェルミ準位の計算法

- 中性半導体
  - 電荷中性条件

    （負電荷と正電荷が同じ量）

$$-n - N_A + p + N_D = 0$$

（電子密度 [m^{-3}]）　（正孔密度 [m^{-3}]）

（アクセプタ密度 [m^{-3}]）　（ドナ密度 [m^{-3}]）

✓ N,N$_D$ ≫ p,N$_A$のとき（n型半導体）

✓ p,N$_A$ ≫ N,N$_D$のとき（p型半導体）

✓それ以外

pn積一定の法則
（質量作用の法則）

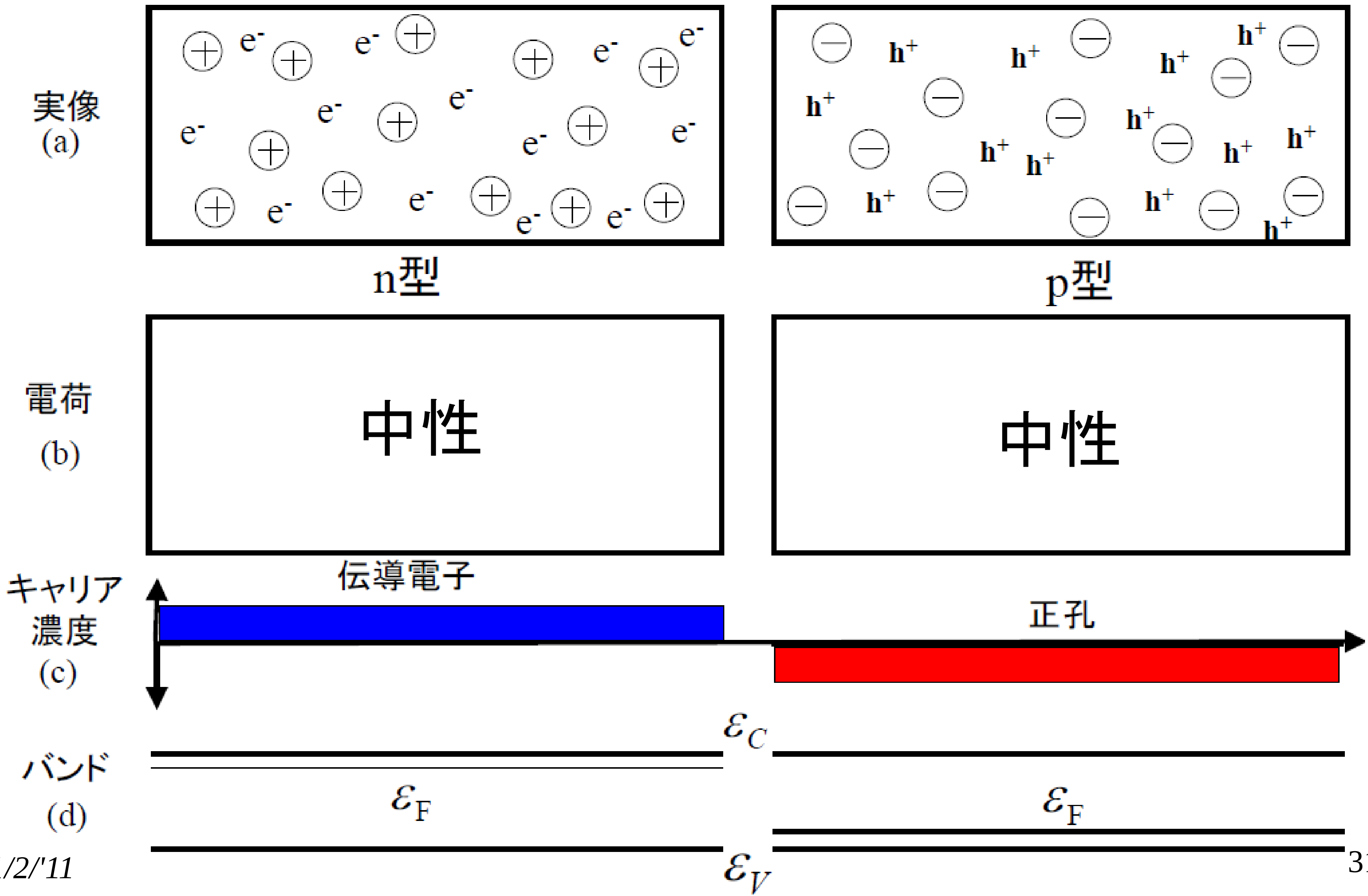
- 熱平衡状態(バイアスなし,光照射なし）

$$pn = n_i \exp\left(\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_F}{k_B T}\right) \times n_i \exp\left(\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_i}{k_B T}\right)$$
$$= n_i^2 = const$$

- 非平衡状態（バイアス印加時など）p, nそれぞれのフェルミレベルが異なるので

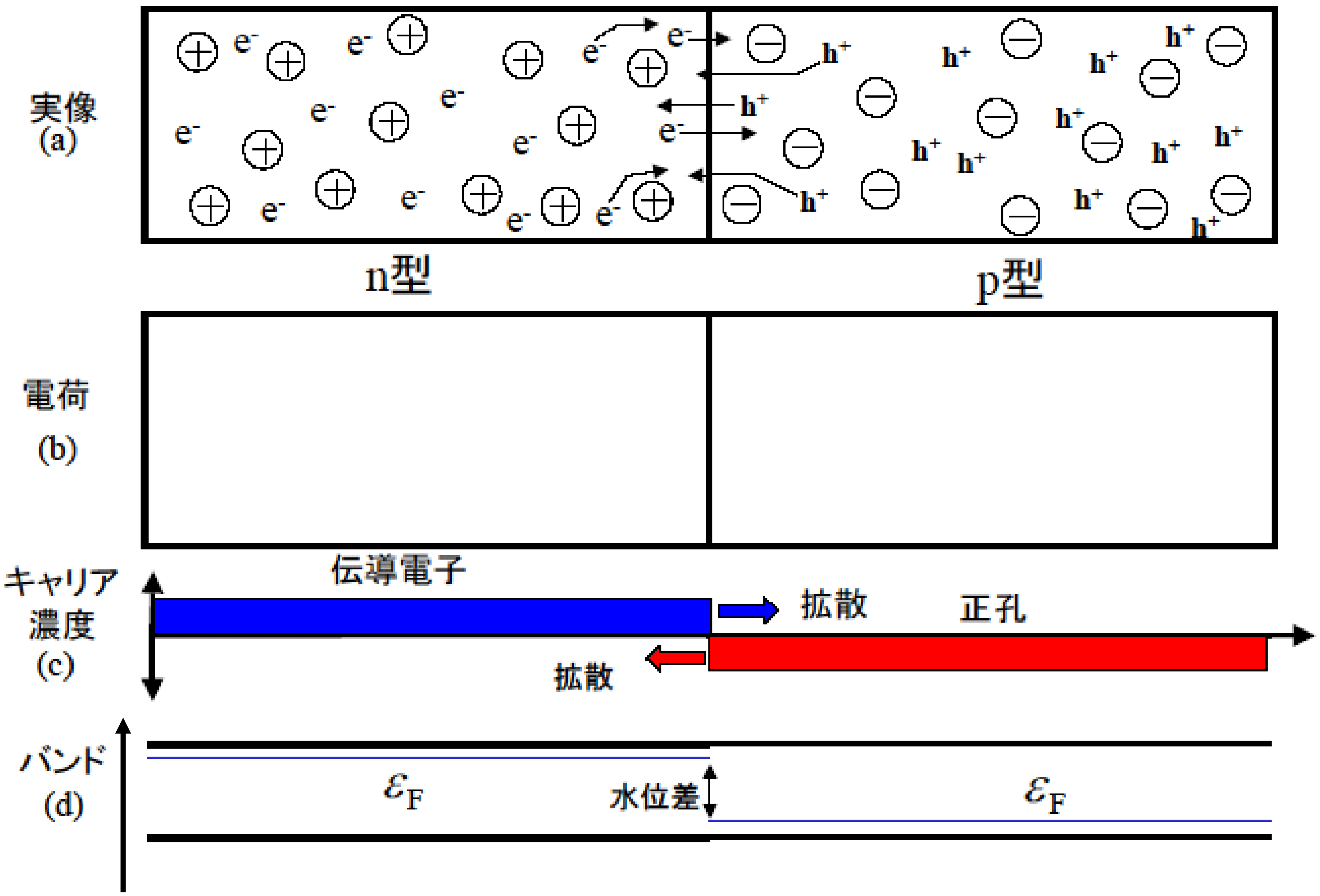
$$pn = n_i \exp\left(\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{Fp}}{k_B T}\right) \times n_i \exp\left(\frac{\varepsilon_{Fn} - \varepsilon_i}{k_B T}\right)$$
$$= n_i^2 \exp\left(\frac{\varepsilon_{Fn} - \varepsilon_{Fp}}{k_B T}\right) \neq n_i^2$$

接合前

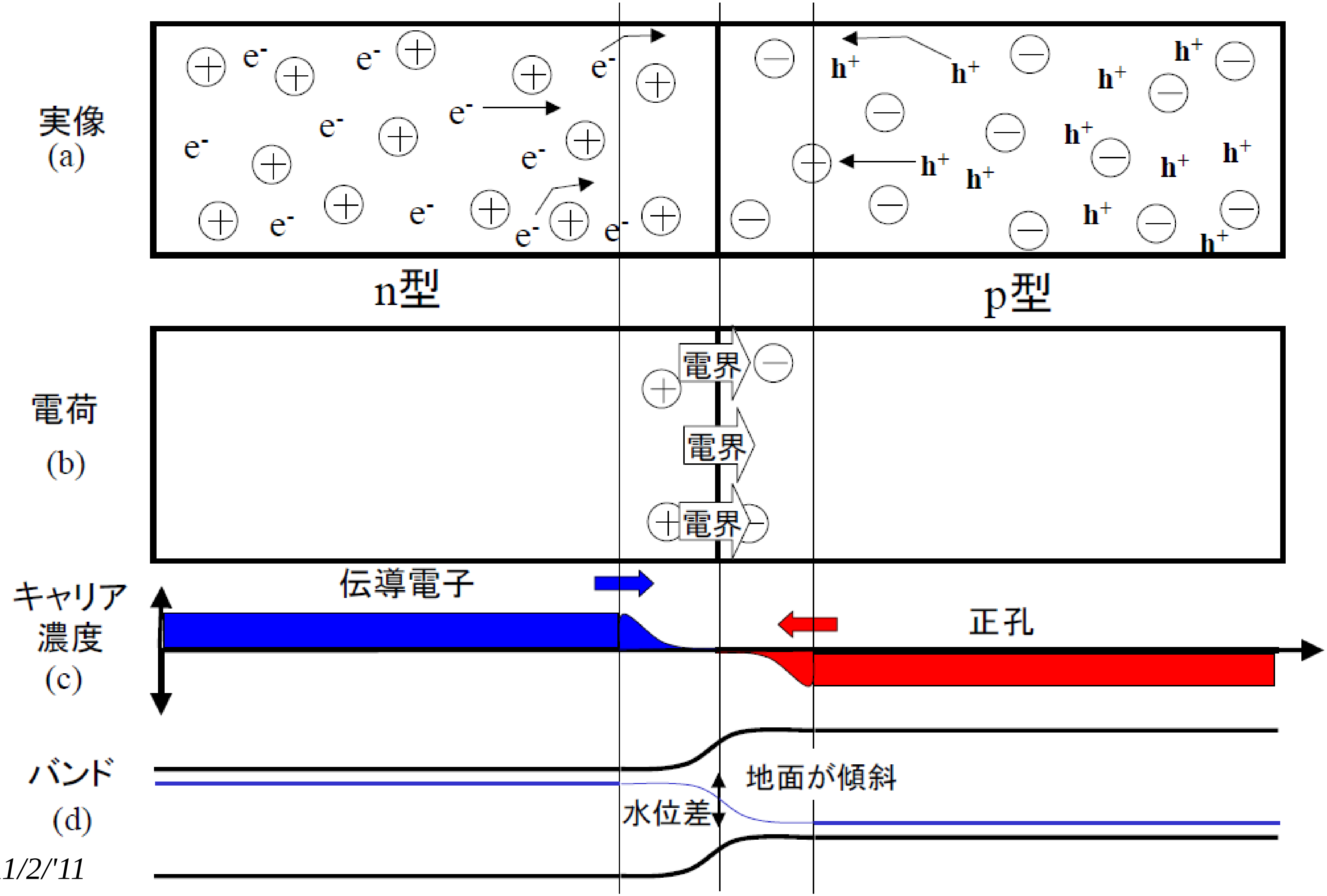


実像
(a)
e-
h+
n型
p型
電荷
(b)
中性
中性
キャリア
濃度
(c)
伝導電子
正孔
バンド
(d)
ε_C
ε_F
ε_F
ε_V

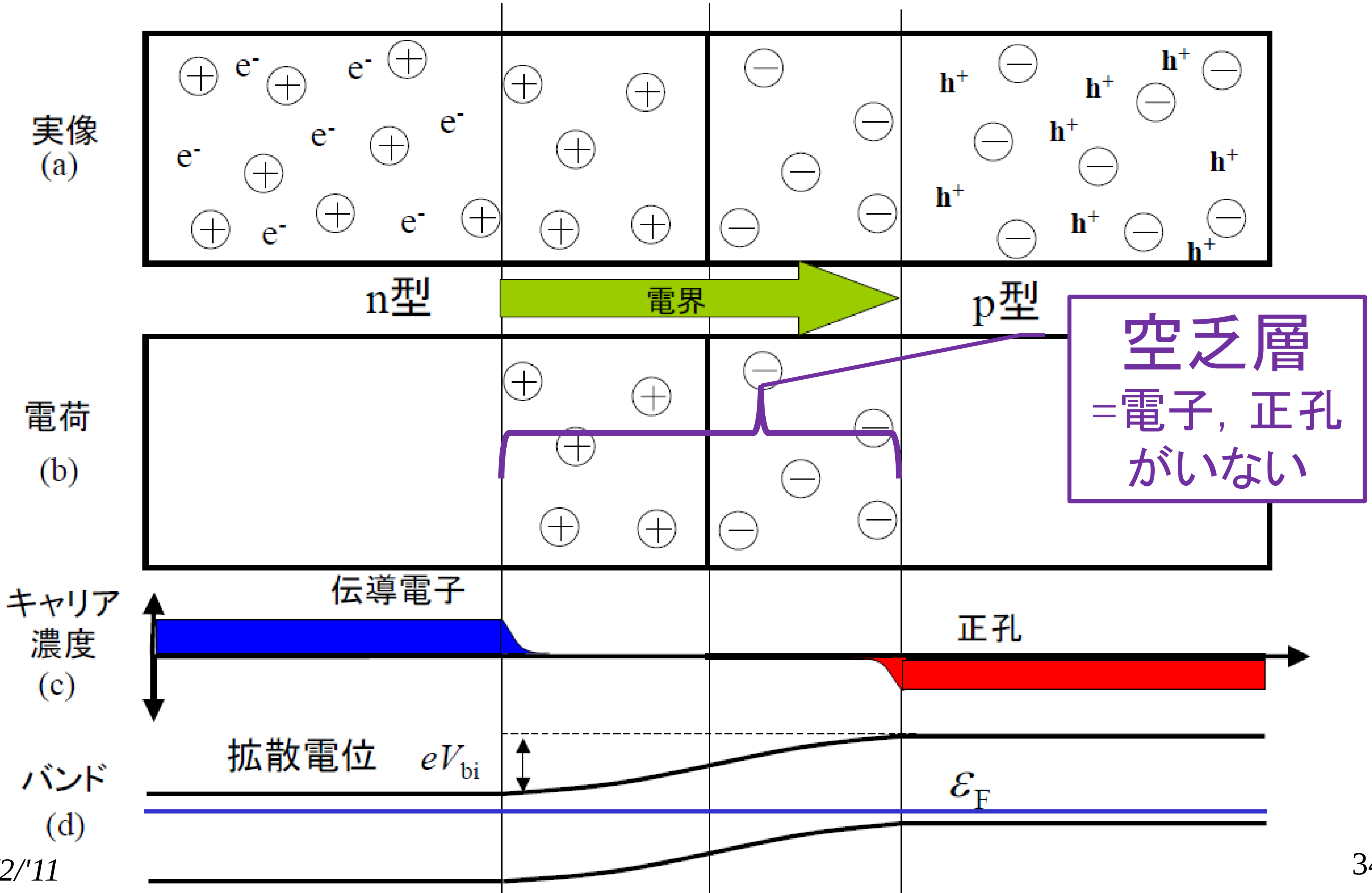
n型半導体とp型半導体接合直後



途中

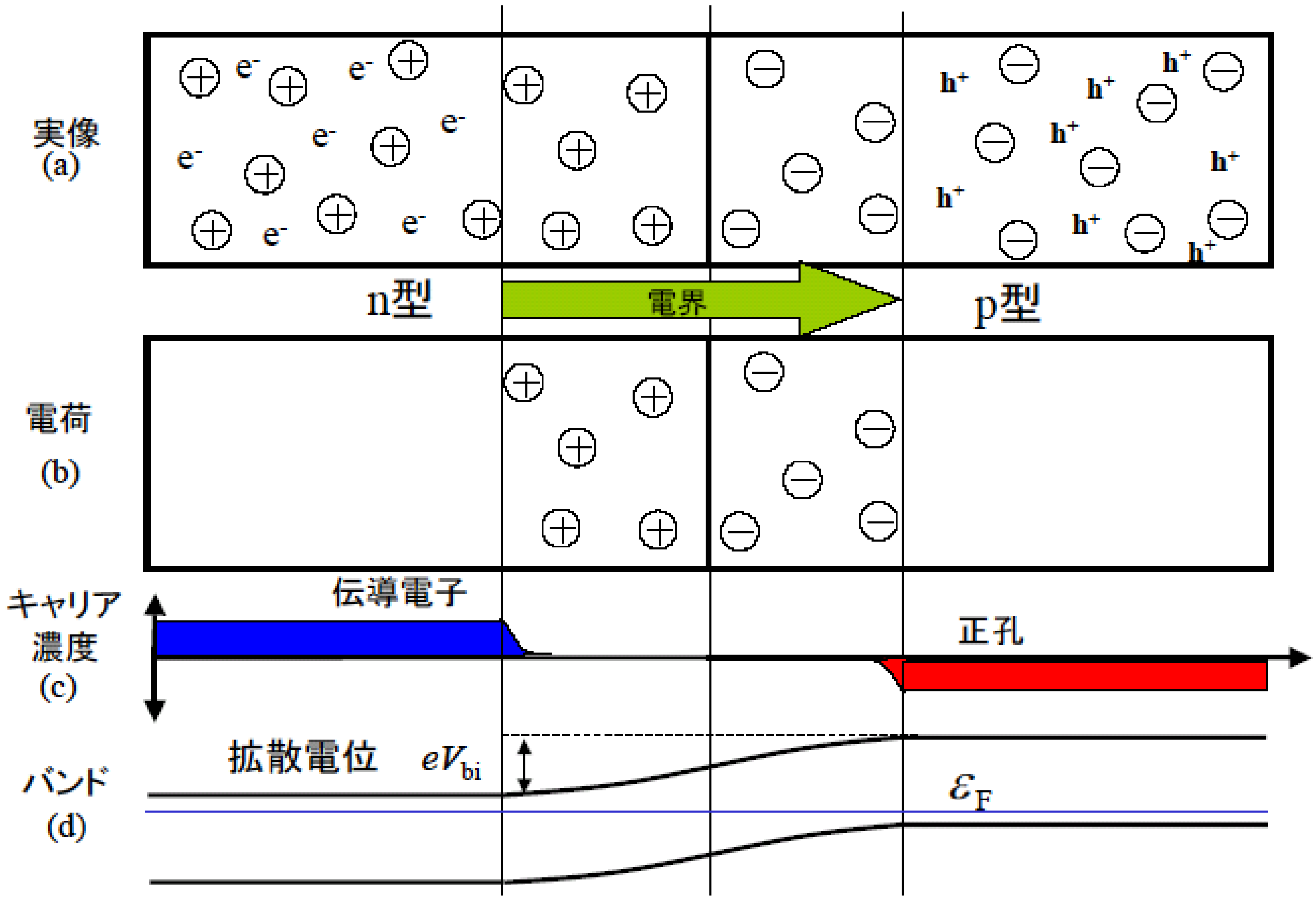


接合形成後



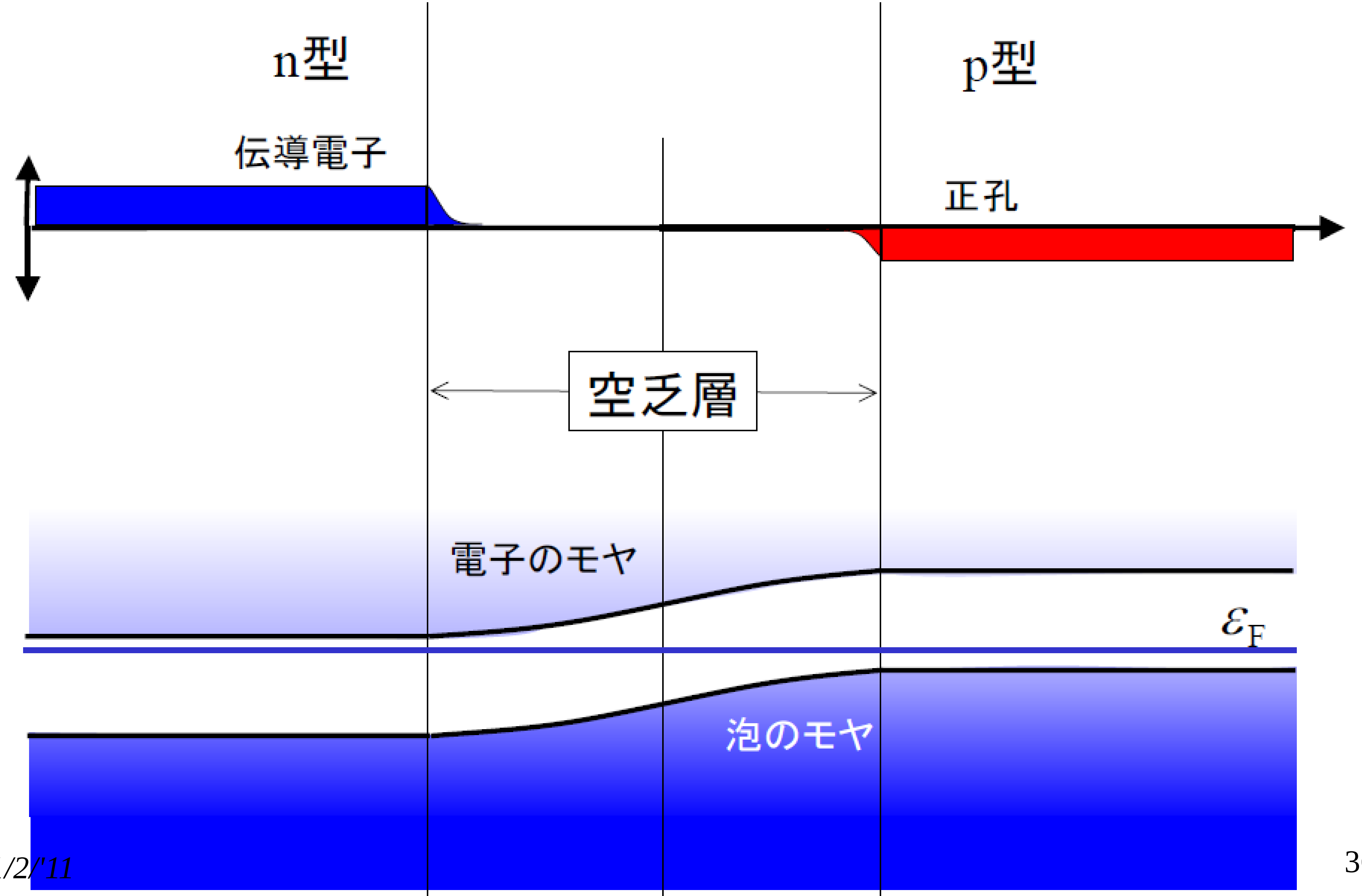
実像
(a)
e-
h+
n型
電界
p型
空乏層
=電子，正孔
がいない
電荷
(b)
キャリア
濃度
(c)
伝導電子
正孔
バンド
(d)
拡散電位 eV_{bi}
$\mathcal{E}_F$

np接合形成終了



実像
(a)
e-
h+
n型
電界
p型
電荷
(b)
キャリア
濃度
(c)
伝導電子
正孔
拡散電位
eV_{bi}
バンド
(d)
ε_F

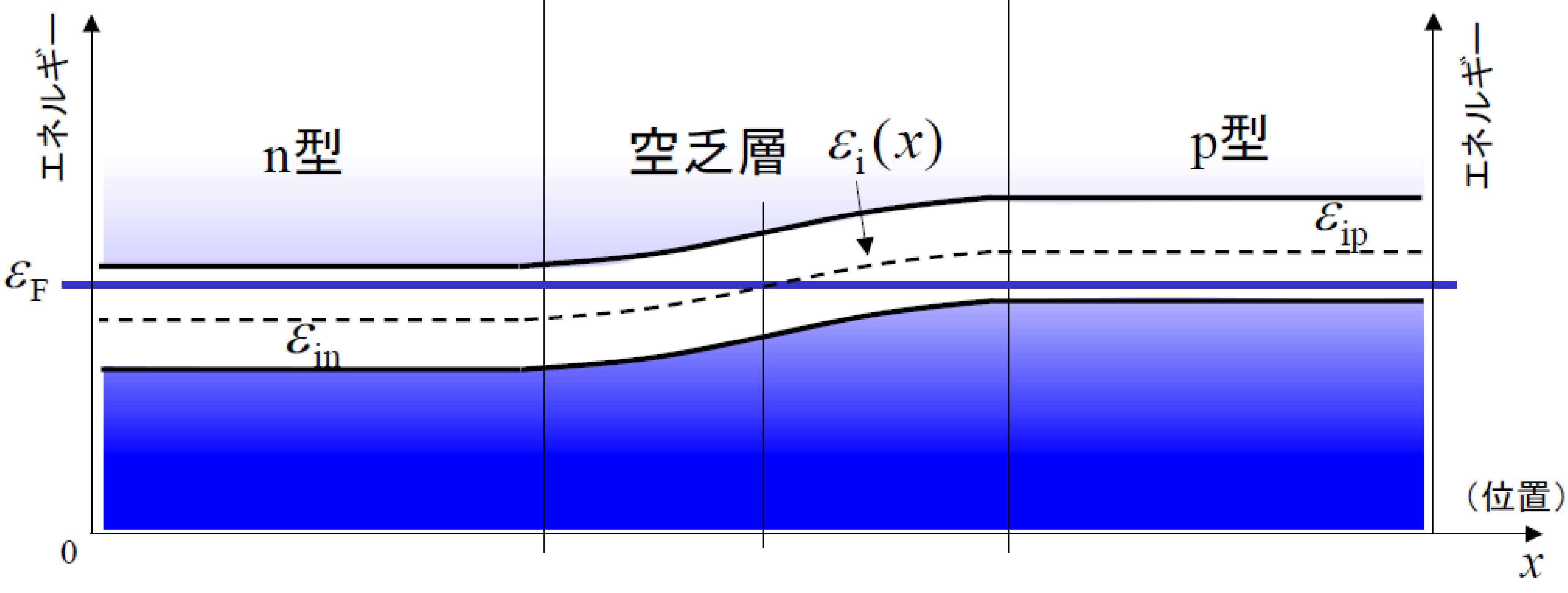
pn接合でのキャリア密度分布



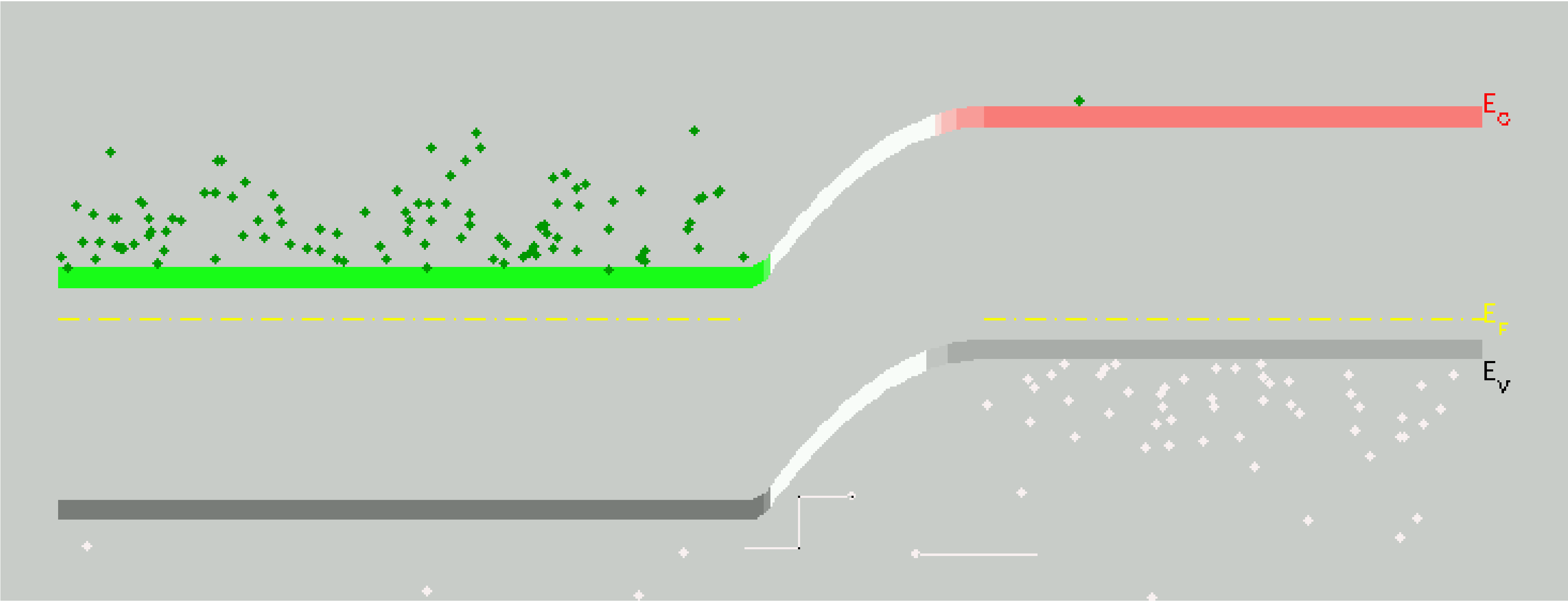
pn接合内のキャリア密度

$$n_{\mathrm{n}} = n_{\mathrm{i}} \exp\left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{F}} - \varepsilon_{\mathrm{in}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right) \qquad n = n_{\mathrm{i}} \exp\left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{F}} - \varepsilon_{\mathrm{i}}(x)}{k_{\mathrm{B}}T}\right) \qquad n_{\mathrm{p}} = n_{\mathrm{i}} \exp\left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{F}} - \varepsilon_{\mathrm{ip}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right)$$

$$p_{\mathrm{n}} = n_{\mathrm{i}} \exp\left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{in}} - \varepsilon_{\mathrm{F}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right) \qquad p = n_{\mathrm{i}} \exp\left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{i}}(x) - \varepsilon_{\mathrm{F}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right) \qquad p_{\mathrm{p}} = n_{\mathrm{i}} \exp\left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{ip}} - \varepsilon_{\mathrm{F}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right)$$



Pn接合内のキャリア分布(2)



出てきた用語

- 半導体
- 伝導帯
- 価電子帯
- バンドギャップ
- 真性半導体
- 外因性半導体
- 中性半導体
- 電荷中性条件
- キャリア密度の式
- フェルミレベル（フェルミ準位）
- pn積
- ポアソン方程式
- ドリフト電流
- 拡散電流
- 電流密度の式
- 移動度
- アインシュタインの式
- フォノン散乱
- イオン化不純物散乱
- 連続の式

自己チェック(1)

- ✓ フェルミ準位とキャリア密度との関係は?
- ✓ 電荷中性条件とは?
- ✓ 外因性半導体の中性領域(中性半導体)でのフェルミレベルは計算できる?
- ✓ キャリア密度の式(Boltzmann近似)の導出は?
- ✓ Boltzmann近似ってなんだっけ?
- ✓pn積一定の法則

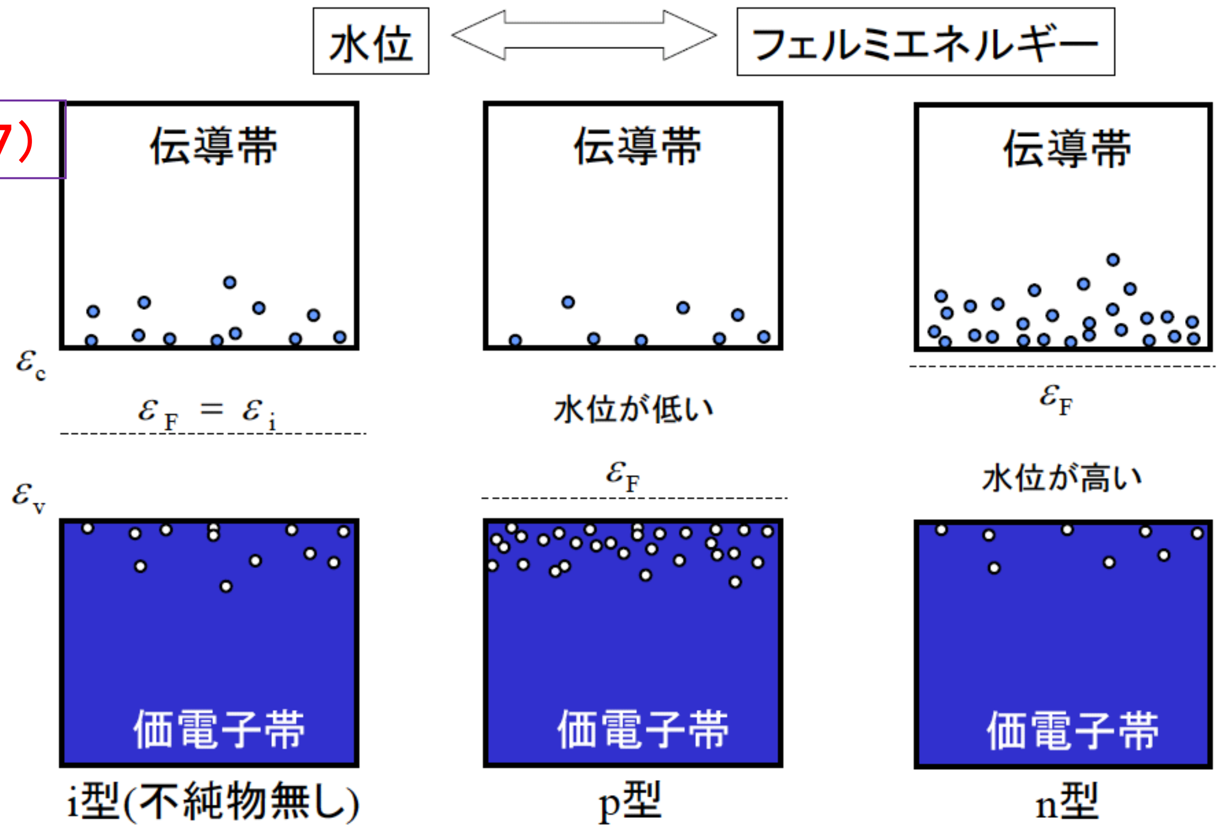
フェルミ準位とキャリア密度との関係

■キャリア密度の式　教(1. 6, 7)

$$n = n_i\, e^{(E_F - E_i)/kT}$$

$$p = n_i\, e^{(E_i - E_F)/kT}$$

相馬
p.84,p.95



$n_i = 1.5 \times 10^{16}$ [m^{-3}]

(Siの場合)

土屋
FD分布関数

・大きさを覚えよう。・**単位**にも注意しよう

（付） キャリア密度の厳密な計算

$$n = \int_{E_c}^{+\infty} g_C(E) f_{FD}(E) dE$$

$$= \int_{E_c}^{+\infty} \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{E - E_C}\, \frac{1}{1+\exp\left(\dfrac{E - \varepsilon_F}{k_B T}\right)} dE$$

$$= N_C F_{1/2}(\eta)$$

状態密度＝座席の数

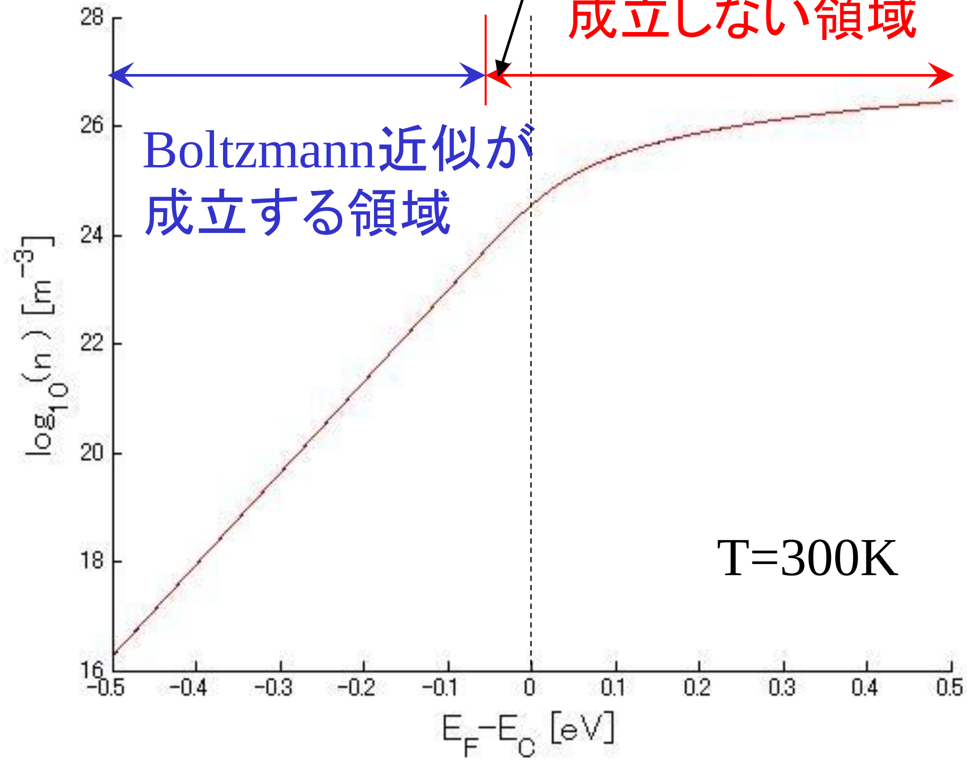
分布関数＝席の占有割合

相馬 p.84

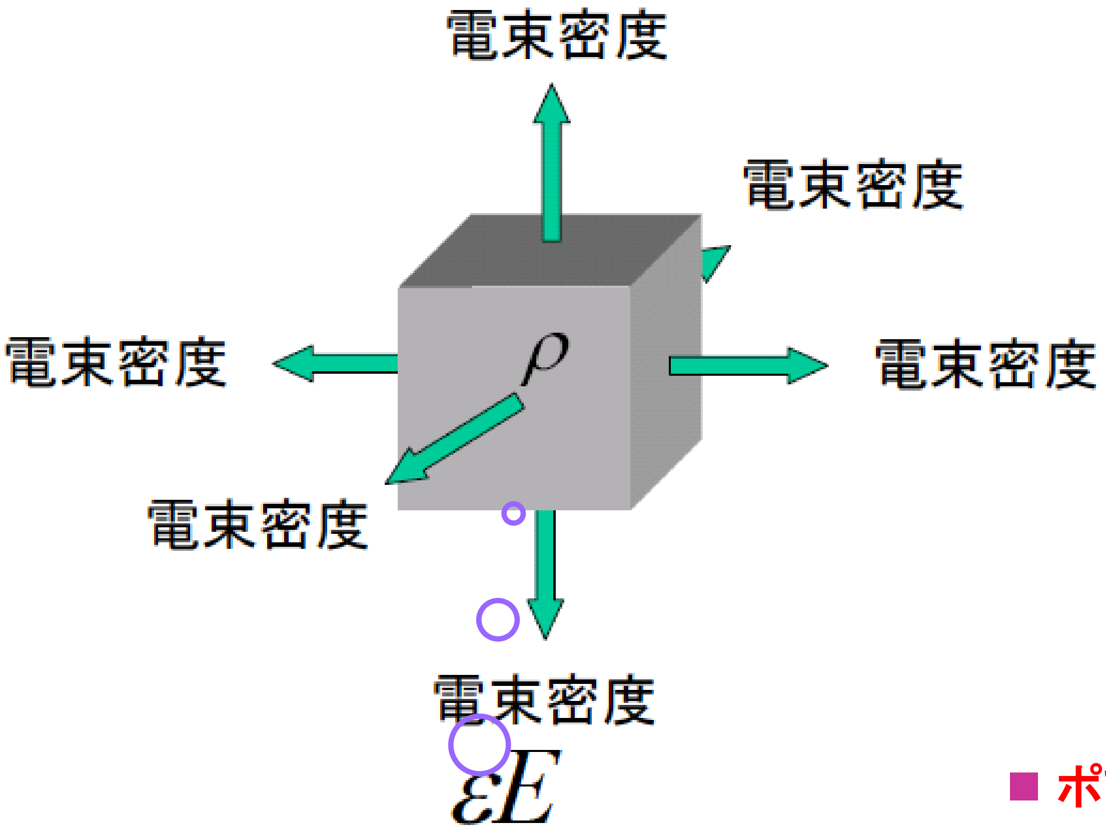
~3k$_B$T

Boltzmann近似が成立しない領域

Boltzmann近似が成立する領域



ポアソン方程式



ポアソンの式

$$\nabla \cdot (\varepsilon E) = \rho$$

- ポアソン方程式

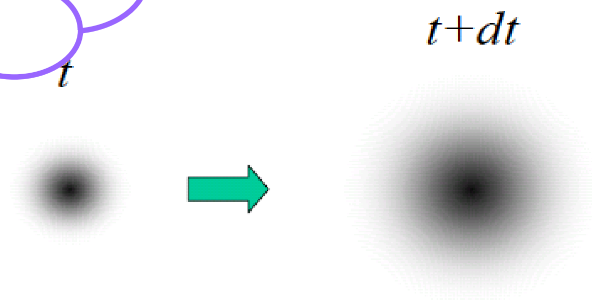
$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{K\varepsilon_0} = -\frac{e}{K\varepsilon_0}(p - n + N_D - N_A)$$

ガウスの法則
（忘れたら復習しよう）
電磁気I（喜多）
量子物理I（小川）

電流密度の式

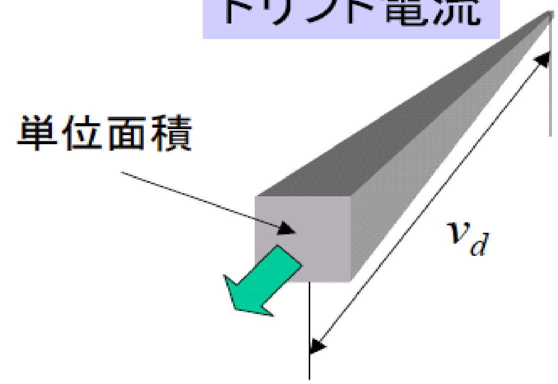
小島6/7
ノート

拡散電流



$$J = eD\frac{dn}{dx}$$

ドリフト電流



$$J = -env_{\mathrm{d}} = en\mu E$$

ドリフト・拡散電流の式

$$J = eD\frac{dn}{dx} + en\mu E$$

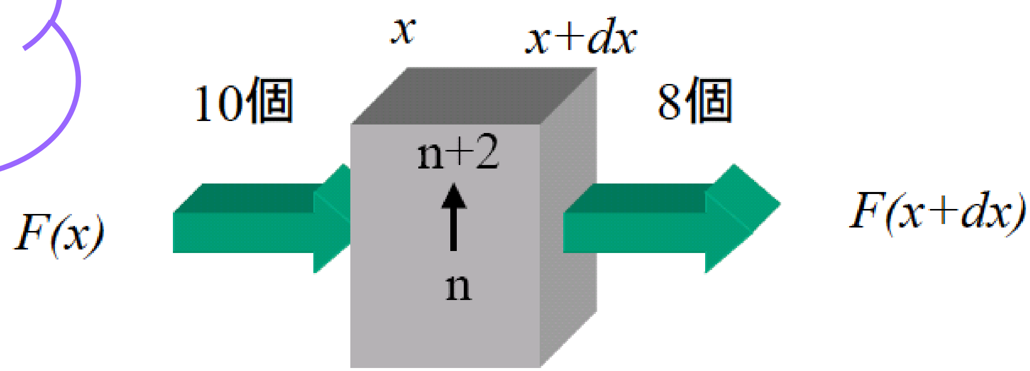
- 電流密度の**式(1．64，65)**

マイナスに注意

$$J_n = eD_n\frac{dn}{dx} + en\mu_n E \qquad J_p = -eD_p\frac{dp}{dx} + ep\mu_p E$$

連続の式(粒子数保存)

連続の式
（忘れたら復習しよう）
電磁気I（喜多）
量子物理I（小川）



$$\left[n(t+dt)-n(t)\right]dA\,dx=\left[F(x)-F(x+dx)\right]dA\,dt$$

粒子数保存の式

$$\frac{\partial n}{\partial t}=-\frac{dF}{dx}\qquad \text{(1D)}$$

$$=-\nabla\cdot F\qquad \text{(3D)}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t}=-\frac{d\left(\dfrac{1}{-e}J\right)}{dx}=\frac{1}{e}\nabla\cdot J$$

値を覚えて量の感覚を身につけよう!

記号	意味	値	単位
k_B	Boltzmann定数	1.38×10^{-23}	J/K
e	電子の電荷(絶対値)	1.60×10^{-19}	C
ε_0	真空の誘電率	8.85×10^{-12}	F/m
$k_B T / e$		0.026 (T=300K)	V

他にも必要なものがあったら自分のノートに表を作ってみよう*)

（期末試験対策や他の科目の受講の時に役に立つ）

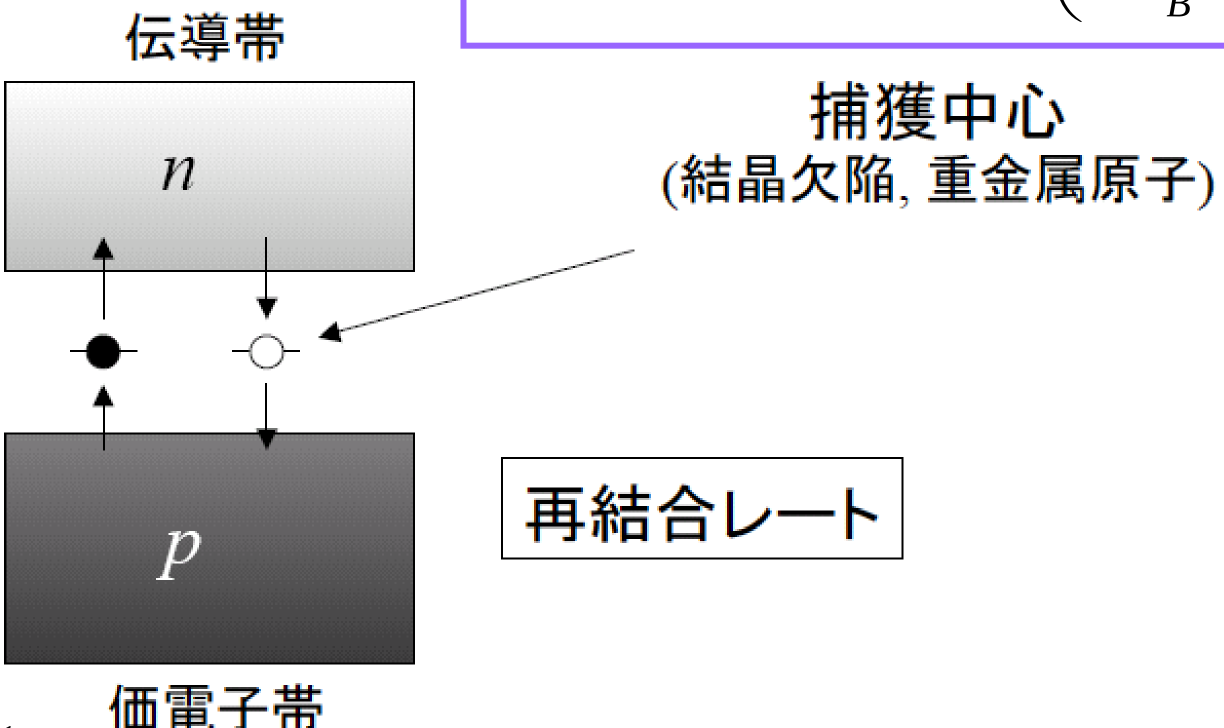
- Planck定数は？
- 光速は？
- SiやGeやGaAsの物性定数は？

*)表を書くのが面倒だって? それなら適当な文献からコピーして貼り付けておいたら？

トラップを介した再結合

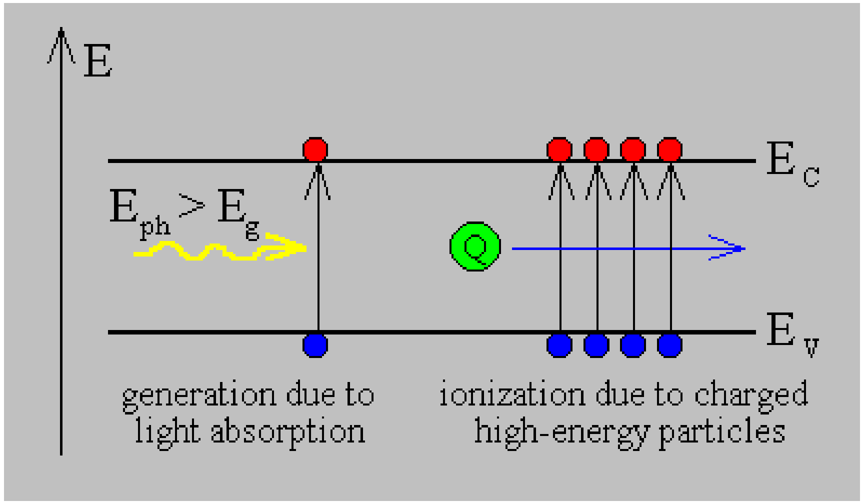
（考察課題）$A_n = A_p \equiv A_0$ が成り立たない場合はどうなる？

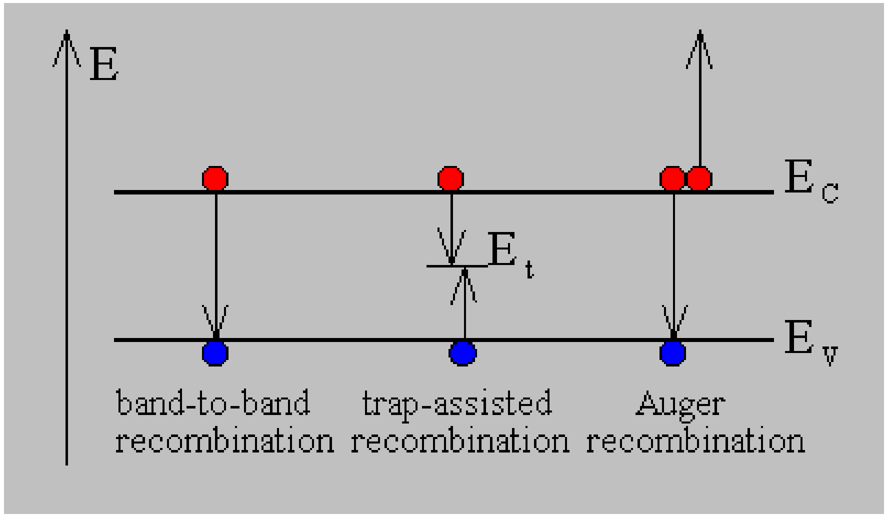
$$U = \frac{A_0 N_t \left(pn - n_i^2\right)}{n + p + 2n_i \cosh\left(\dfrac{E_t - E_i}{k_B T}\right)}$$



キャリアの発生と再結合

電磁気学の連続の式と違う所だ





光による発生

α線による
発生

直接再結合

トラップを
介した再結合
（SRH再結合）

発生

再結合

その他の発生・再結合メカニズム

■バンド間再結合（band to band recombination）

$$U = B\left(np - n_i^2\right)$$

発光再結合など（バンド内のキャリア密度の積に比例）

■表面再結合（surface recombination）

$$U_S = \frac{pn - n_i^2}{p + n + 2n_i \cosh\left(\frac{E_i - E_t}{k_B T}\right)} N_{st} v_{th} \sigma_s$$

N_{st} :surface trap density ［m-2］

■Auger再結合（Auger recombination）…3つのキャリアが関係する再結合

:2個の電子が衝突して1個は正孔と再結合して消滅し、エネルギーを他の1個に与える。

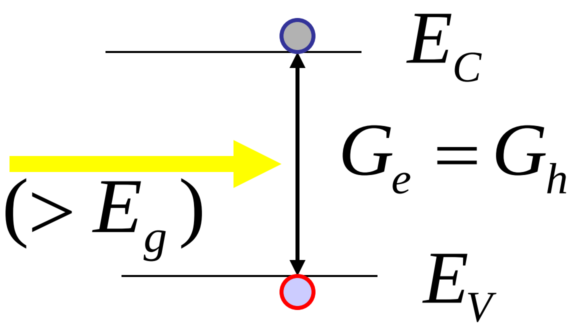
$$U_A = C_n n\left(np - n_i^2\right) + C_p p\left(np - n_i^2\right)$$

光によるキャリア発生

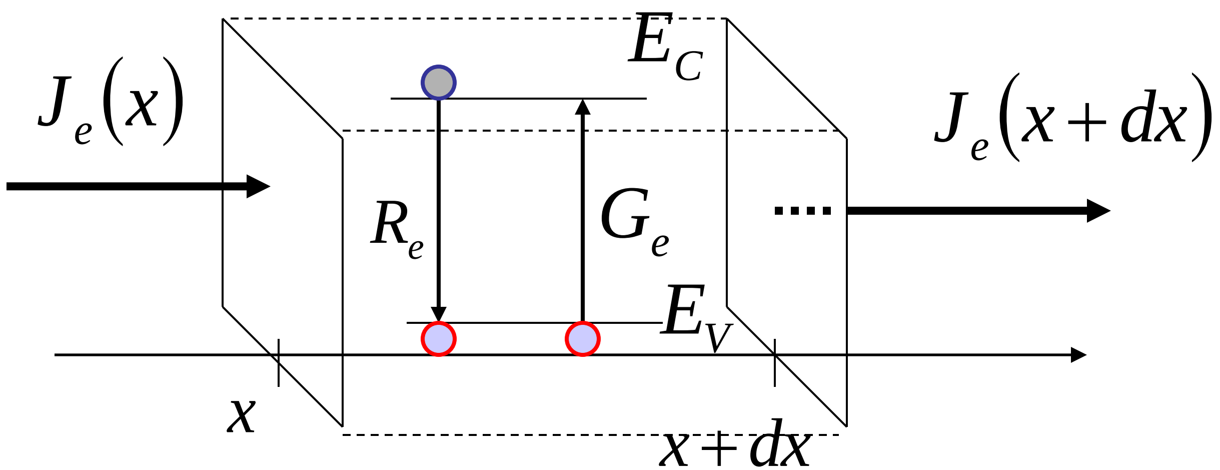
■入射光強度 I_{ph} [Wm^{-2}], 吸収係数 α [m-1],
フォトンエネルギー E_{ph} [J]（$>E_G$)によるキャリア発生率。

$$G_e = G_h = \alpha \frac{I_{ph}}{E_{ph}}$$

$$E_{ph} = \hbar\omega \ (> E_g)$$



連続の式



電流連続の式より

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{e}\frac{\partial}{\partial x}J_n(x,t) + G_n(x,t) - R_n(x,t)$$

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = -\frac{1}{e}\frac{\partial}{\partial x}J_p(x,t) + G_p(x,t) - R_p(x,t)$$

マイナスに注意