数　学（４５分）

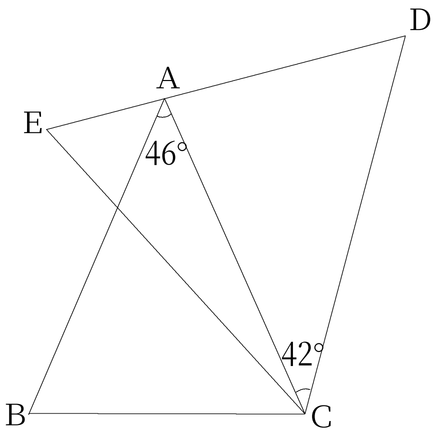
注意　1　解答は，すべて解答用紙に記入しなさい。
　　　2　答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは，$\sqrt{\quad}$ をつけたままで答えなさい。
　　　　　また，$\sqrt{\quad}$ の中の数は，できるだけ小さい自然数にしなさい。
　　　3　円周率はπを用いなさい。

1　次の①～③では答えのみを答えなさい。④，⑤では答えを求めるまでの過程も書いて答えなさい。

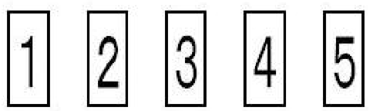
①　$(-2)^3-\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(\frac{3}{2}\right)^2$　を計算しなさい。

②　$(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})\times\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$　を計算しなさい。

③　右の図において，△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣ，∠ＢＡＣ＝４６°の二等辺三角形であり，△ＣＤＥは，正三角形である。点Ａは，辺ＤＥ上にあり，∠ＤＣＡ＝４２°である。このとき，∠ＣＡＤと∠ＢＣＥの大きさをそれぞれ求めなさい。



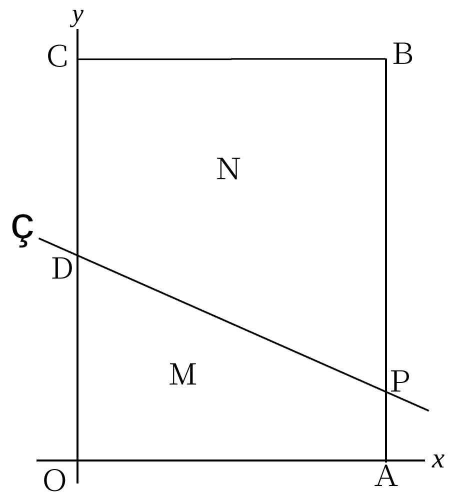
④　右の図のような，１から５までの整数を１つずつ書いた５枚のカードがある。この５枚のカードをよくきって同時に２枚を取り出すとき，取り出したカードに書かれた数字が２枚とも奇数である確率を求めなさい。



⑤　yが x の２乗に比例し，xの値が１から５まで増加するときの変化の割合が２である。このとき，yを x の式で表しなさい。

2　右の図のように，原点Ｏと点Ａ(３，０)，Ｂ(３，４)，Ｃ(０，４)，Ｄ(０，２)があり，点Ａと点Ｂ，点Ｂと点Ｃをそれぞれ結び，長方形ＯＡＢＣをつくる。座標の１目もりは１ cmとする。点Ｐは原点Ｏを出発して，この長方形ＯＡＢＣの辺上を，毎秒１ cm の速さで，Ｏ→Ａ→Ｂ→Ｃの順に点Ｏから点Ｃまで動く。

　また，点Ｄと点Ｐを通る直線 Çをひき，長方形ＯＡＢＣを２つの部分に分け，点Ｏを含む部分をＭ，点Ｃを含む部分をＮとする。



　点Ｐが，点Ｏを出発してから t 秒後のＭの面積を S cm^2 とすると，Sは t の式で表すことができる。

　このとき，①では答えのみを答えなさい。②，③では答えを求めるまでの過程も書いて答えなさい。

①　$1\leqq t\leqq 9$ のときに，t と Sの関係を表すグラフをかきなさい。

②　Ｍの面積が，長方形ＯＡＢＣの面積の $\frac{1}{3}$ になるときの t の値と，直線 Çの式を求めなさい。

③　$t=8$ のとき，Ｍを x 軸を軸として１回転させてできる立体の体積を求めなさい。

3　次の文章を読んで，①では答えのみを答え，②では答えを求めるまでの過程も書いて答えなさい。

先生が，硬貨の入った箱を１箱持ってきて，「さあ君たち，ヒントを出すから，この箱の中に何枚の硬貨が入っているか考えてごらん。」と言い，次の３つのヒントを出しました。

いま，青色の袋と赤色の袋がいくつかあり，これらの袋に硬貨を入れていくことにします。青色の袋にはどの袋にも x 枚，赤色の袋にはどの袋にも y 枚の硬貨を入れることにします。

ヒント〔Ⅰ〕「青色の袋だけに硬貨を入れていくと，６袋目に x 枚入れたところで，箱の中の硬貨は１枚になります。」

ヒント〔Ⅱ〕「赤色の袋だけに硬貨を入れていくと，５袋目に y 枚入れたところで，箱の中の硬貨はすべてなくなります。」

ヒント〔Ⅲ〕「どの袋にも，硬貨は１０枚までしか入りません。」

Ａ君は，まず，次のように考えました。

ヒント〔Ⅰ〕から，箱の中の硬貨の枚数を x を用いて表すと $\boxed{（ア）}$ となる。

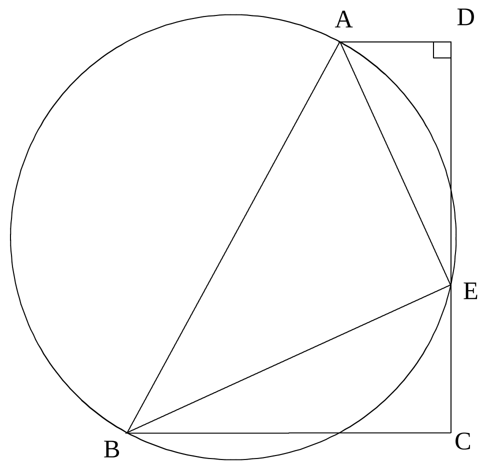
ヒント〔Ⅱ〕から，箱の中の硬貨の枚数を y を用いて表すと $\boxed{（イ）}$ となる。

①　（ア)，（イ）に適当な式を書き入れなさい。

②　x，y の値と硬貨の枚数を求めなさい。

4　右の図のように，ＡＤ//ＢＣ，ＡＤ＝２ cm，ＢＣ＝６ cm，ＣＤ＝７ cm，∠ＡＤＣ＝９０°の台形ＡＢＣＤがある。またＡＢを直径とする円をかき，この円と辺ＣＤとの交点のうち点Ｃに近い方をＥとし，点Ａと点Ｅ，点Ｂと点Ｅをそれぞれ結ぶ。

このとき，次の①，③(ア)では指示に従って答え，②，③(イ)では答えを求めるまでの過程も書いて答えなさい。



①　△ＡＤＥ∽△ＥＣＢを証明しなさい。

②　ＤＥ，ＡＢの長さをそれぞれ求めなさい。

③　点Ｅを含まない弧ＡＢ上に点Ｐをとり，四角形ＡＰＢＥをつくる。

（ア）　四角形ＡＰＢＥの面積が最大となる点Ｐを定規とコンパスを使って作図しなさい。
　なお，作図に使った線は消さないでおきなさい。

（イ）　(ア)のとき，四角形ＡＰＢＥの面積を求めなさい。