

2017 年度夏学期 特別実験  
ねじれ振り子を用いた CSL 模型の検証

米田靖史  
理学部物理学科 4 年 05-161568

2017 年 9 月 4 日提出

## 目次

1	はじめに	3
2	CSL 模型とその検証	4
2.1	CSL 模型の要請	4
2.2	定常状態にあるねじれ振り子のエネルギーの計算	6
3	光てこによるねじれ振り子の回転の検出	11
3.1	力学系	11
3.2	光学系	18
3.3	電気系	20
3.4	熱雑音	21
3.5	その他の雑音	22
4	測定と解析	25
5	結論と今後の課題	27
5.1	結論	27
5.2	考察と今後の展望	27
付録 A	積分の詳細	28
付録 B	Q 値の測定	29
付録 C	較正曲線	30
付録 D	使用した電気回路	31

## 1 はじめに

CSL 模型は Objective Collapse Theory のもっともよく調べられている模型のひとつで、その時間発展方程式は粒子数の少ない極限で標準的な量子力学の時間発展方程式 (Schrödinger 方程式) を、粒子数の多い極限で Born の確率規則と射影仮説とを再現する、「測定」のあらわれない理論である。

CSL 模型は非相対論的な質点の力学しか記述できないなど物理学の理論としては不十分な点も多い現象論だが、現在までに CSL 模型の数学的な矛盾は見つかっていない。したがって CSL 模型の実験的な検証には一定の意味がある。実際 CSL 模型の実験的検証は可能であり、物質波の干渉を利用した直接的な検証実験の他にも、CSL 模型でエネルギーが保存しないことを利用した間接的な検証実験も行われている。

CSL 模型には理論を特徴付ける 2 つのパラメタ  $r$  と  $\lambda$  が存在する。今回の実験では熱浴と接している定常状態にある巨視的なねじれ振り子の運動を光てこを用いて測定することで、ねじれ振り子の力学的なエネルギーの実験値から、 $r \lesssim 10^{-5}$  m の領域で

$$\lambda r^2 < 2(1) \times 10^{-17} [\text{m}^2\text{s}^{-1}] \quad (1)$$

の制限を付けることができた。

今回の実験では CSL 模型のパラメタの上限を更新することはできなかったが、実験に改良できる点は多く、今後実験を続けることで将来的には先行研究よりも強い上限を付けることが可能であると考えられる。

## 2 CSL 模型とその検証

### 2.1 CSL 模型の要請

標準的な量子力学は現在まで多くの実験事実を矛盾なく説明しているが、その解釈によっては「観測問題」と呼ばれる問題が生じることが知られている。それは、「測定」と呼ばれる操作が標準的な量子力学で本質的な役割を果たすことに由来する。そこで、そもそも「測定」の現れない理論を考えることで「観測問題」を解決しようという試みがなされ、それらは Objective Collapse Theory と総称されている。

CSL 模型は Objective Collapse Theory のひとつで、その中でもよく調べられている模型である。CSL 模型は標準的な量子力学が近似理論であるとして、標準的な量子力学の時間発展方程式に現象論的な修正を施している。

CSL 模型の要請は以下のようにまとめられる。

#### CSL 模型の要請

質量  $m$  の同種粒子からなる多粒子系を考える。CSL 模型は以下の 3 つの要請を基本法則とする。 $\hbar$  は Dirac 定数、 $m_0$  は原子質量単位、 $r$  と  $\lambda$  はそれぞれ長さと同波数の次元を持つ理論の定数である。

1. 物理系に対応する Hilbert 空間  $\mathcal{H}$  が存在し、系の純粋状態は  $\mathcal{H}$  上のノルム 1 の射線  $|\psi\rangle$  で表される。
2. 状態  $|\psi\rangle$  における位置  $x$  での粒子の質量密度は

$$\hat{M}(x) \equiv m \int d^3y \left[ \frac{1}{(2\pi r^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x-y)^2}{2r^2}\right) \right] \hat{a}^\dagger(y) \hat{a}(y) \quad (2)$$

を用いて、 $\langle \hat{M}(x) \rangle_\psi \equiv \langle \psi | \hat{M}(x) | \psi \rangle$  で与えられる。ここで、 $\hat{a}(x)$  は交換関係

$$[\hat{a}(x), \hat{a}(y)]_\pm = [\hat{a}^\dagger(x), \hat{a}^\dagger(y)]_\pm = 0, [\hat{a}(x), \hat{a}^\dagger(y)]_\pm = \delta(x-y) \quad (3)$$

を満たす  $\mathcal{H}$  上の線型作用素であり、交換関係の符号は粒子の従う統計的な性質で決まる。

3. 閉じた系について  $\mathcal{H}$  上の自己共役演算子  $\hat{H}$  が存在し、状態の時間発展は確率微分方程式

$$d|\psi(t)\rangle = \left( \begin{array}{l} \frac{1}{i\hbar} \hat{H} dt - \frac{(4\pi r^2)^{3/2} \lambda}{2m_0^2} \int d^3x \left( \hat{M}(x) - \langle \hat{M}(x) \rangle_{\psi(t)} \right)^2 dt \\ + \frac{\sqrt{(4\pi r^2)^{3/2} \lambda}}{m_0} \int d^3x \left( \hat{M}(x) - \langle \hat{M}(x) \rangle_{\psi(t)} \right) \cdot dW(t, x) \end{array} \right) |\psi(t)\rangle \quad (4)$$

に従う。ここで  $W(t, x)$  は空間の各点で定義される Wiener 過程である。すなわち  $W(t, x)$  は

- 確率 1 で  $t$  について連続
- $P[W(t', x) - W(t, x)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi|t'-t|}} \exp\left(-\frac{(W(t', x) - W(t, x))^2}{2|t'-t|}\right)$
- $t < t' < s < s'$  のとき  $W(t', x) - W(t, x)$  と  $W(s', x) - W(s, x)$  は独立
- $x \neq y$  のとき  $W(t', x) - W(t, x)$  と  $W(t', y) - W(t, y)$  は独立

を満たす確率場である。 $\cdot$  は伊藤積を表す。

要請についていくつかコメントする。

要請 2 について 標準的な量子力学では極めて重要な役割を果たしていた「測定」と呼ばれる操作が、CSL 模型の要請には現れないことに注意する。このとき数学的な状態と物理的な予言との対応は必ずしも自明ではない [2]。ここでは [2, 3] にあるように状態から質量密度への写像の存在を要請する。一方で標準的な量子力学では質量密度以外の一般の可観測量が定義され、それらを測定したときの測定値が従う確率分布も予言できることに注意する。

要請 3 について CSL 模型の時間発展方程式は [1] 以降複数の異なるものが提案されているが、今回の実験では [4] で提案されている Mass Proportional CSL 模型と呼ばれているものを扱った。確率場の確率分布は CSL 模型が提案された当初のもの [1] とは厳密には異なっているが、簡単のため [3] にあるものを扱った。確率場についてアンサンブル平均を取った期待値を計算する限り 2 つの確率分布での予言は一致するため、どちらの確率分布を使っても今後の議論には影響しない。CSL 模型の時間発展方程式は  $\gamma$  の 0 次の近似で標準的な量子力学の時間発展方程式と一致する。また、 $\gamma$  の高次の項に着目すると時間発展方程式は非線型であることがわかる。もし理論の時間発展方程式が任意の状態を何らかの自己共役演算子の固有状態のひとつに変化させるなら、時間発展方程式は線型であってはならないことがわかる。直接的な計算により、CSL 模型の時間発展方程式は粒子数の少ない極限で Schrödinger 方程式を、粒子数の多い極限で質量密度を測定したときの Born の確率規則と射影仮説を再現することが知られている [1]。

現在までに CSL 模型の数学的な矛盾は見つかっていない。したがって CSL 模型の実験的検証には一定の意味があり、実際に CSL 模型の実験的検証は可能である。標準的な量子力学で測定によって引き起こされるとしていた状態の変化を時間発展方程式から得られる物理的な過程として説明するためには理論のパラメタには下限が存在する [5, 6]。一方で CSL 模型は標準的な量子力学と異なる物理的な予言をするため、測定値と標準的な量子力学の予言との差から理論のパラメタに上限を付け、その実験的なパラメタの上限が下限を下回ることを示すことで理論を否定することが可能である。

先行研究により、CSL 模型のパラメタに対して図 1 のような制限が与えられている。

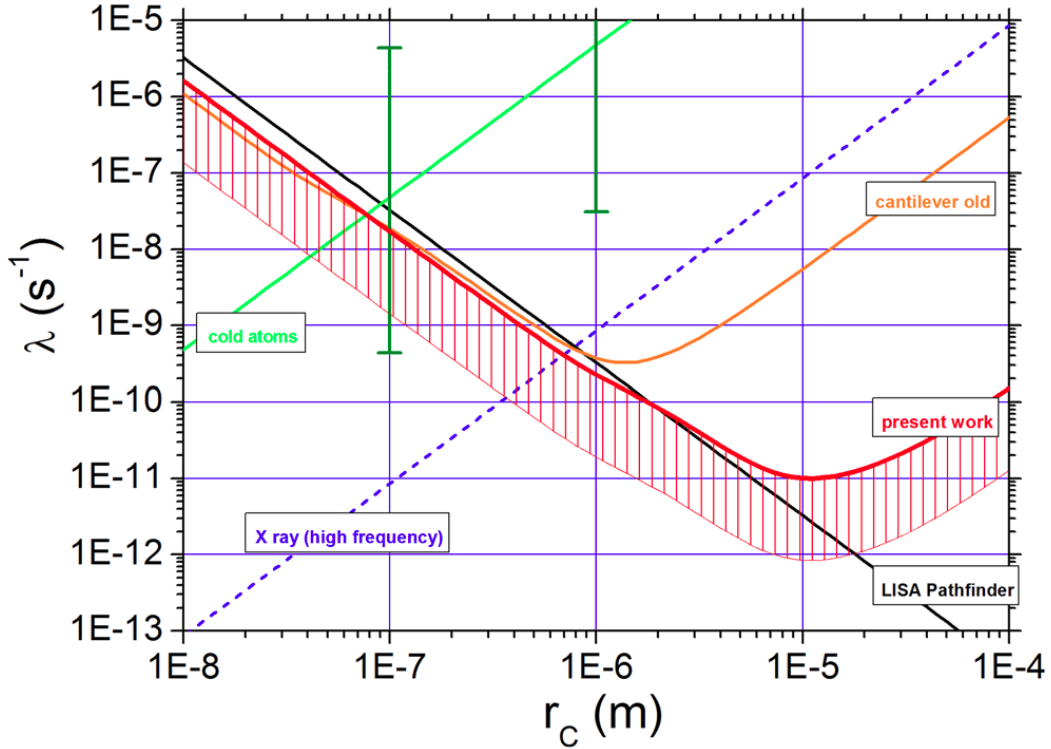


図1 CSL 模型のパラメタの実験的につけられた制限。黒色の線は LISA Pathfinder に搭載された干渉計の雑音の測定 [7] で、橙色の線と赤色の線はそれぞれ極低温に冷却された被膜の振動の測定 [8, 9] で、青色の線はゲルマニウムの自発的な X 線の放出の測定 [10] で、緑色の線は冷却ルビジウム原子気体の膨張の測定 [11] で排除された領域の境界を表す。縦棒は CSL 模型で潜像の形成を説明するために Adler[5] により提案されたパラメタの範囲を表す。図は [9] から引用した。

質量の大きな物質波の干渉を利用した直接的な検証実験も行われているが、CSL 模型がエネルギー保存則をぐくわずかに破ることを利用した実験は現在のもっとも強い上限のひとつを与えている。

本実験では先行研究よりも強い上限

$$\lambda r^2 < 10^{-22} [\text{m}^2 \text{s}^{-1}] \quad (5)$$

を与えることを目標とした。

## 2.2 定常状態にあるねじれ振り子のエネルギーの計算

CSL 模型では閉じた系であってもエネルギーは保存せず、多くの場合でエネルギーは単調に増加する。このことは、CSL 模型の時間発展方程式が位置演算子の固有状態についての崩壊を引き起こすことと Kennard-Robertson の不確定性関係とからも直感的に理解できる。したがって CSL 模型が正しければエネルギーは定常状態にあっても標準的な量子力学で予言されるエネルギーよりも大きなエネルギーを持つはずで、とくに散逸の小さな系ではこの効果がより顕著に表れると考えられる。

そこで本節では図2のような、熱浴と接して定常状態にある巨視的なねじれ振り子の回転運動のエネルギーを CSL 模型の時間発展方程式を用いて計算する。

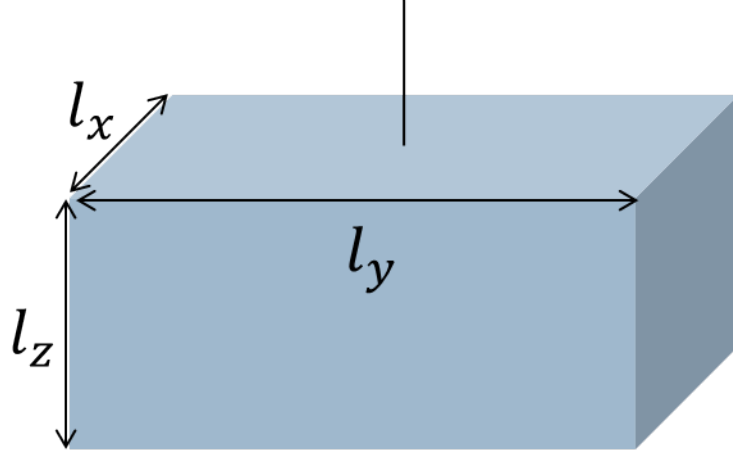


図 2

### 2.2.1 密度演算子の時間発展方程式

最初に密度演算子を導入する。純粋状態  $|\psi\rangle$  での質量密度は

$$\langle \hat{M}(x) \rangle_{\psi} = \text{Tr} [\hat{M}(x) (|\psi\rangle \langle \psi|)] \quad (6)$$

より、確率  $p_i$  で状態  $|\psi_i\rangle$  を混合した状態での質量密度の期待値  $\langle \hat{M}(x) \rangle$  は、密度演算子  $\hat{\rho} \equiv \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$  を用いて

$$\langle \hat{M}(x) \rangle = \sum_i p_i \langle \hat{M}(x) \rangle_{\psi_i} = \text{Tr} [\hat{M}(x) \hat{\rho}] \quad (7)$$

と書ける。そこで状態を密度演算子で記述することを考える。

時間発展する系での密度演算子の時間発展を考える。密度演算子の微分

$$d\hat{\rho}(t) = \sum_i p_i (|d\psi\rangle \langle \psi| + |\psi\rangle \langle d\psi| + |d\psi\rangle \langle d\psi|) \quad (8)$$

に時間発展方程式 (4) を代入すると、密度演算子の従う確率マスター方程式が得られる。確率場についてのアンサンブル平均を考えると、伊藤公式より

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}(t)] + \int d^3x \left( \hat{A}(x) \hat{\rho}(t) \hat{A}^\dagger(x) - \frac{1}{2} \{ \hat{A}^\dagger(x) \hat{A}(x), \hat{\rho}(t) \} \right) \quad (9)$$

$$\hat{A}(x) \equiv \frac{\sqrt{(4\pi r^2)^{3/2} \lambda}}{m_0} \hat{M}(x) \quad (10)$$

となり、Lindblad 型のマスター方程式に帰着する。現実的な設定での応用を考え、以降の計算では確率場についてアンサンブル平均した密度演算子を用いる。

標準的な量子力学とは異なり自己共役演算子  $\hat{O}$  についても  $\langle \hat{O} \rangle_{\psi}$  の物理的な対応は明らかではないが、量子力学と CSL 模型との対応から、粒子数の多い極限では標準的な量子力学で  $\hat{O}$  に対応していた物理量  $O$  の状態  $|\psi\rangle$  での値と等しいと考えられる。したがって密度演算子  $\hat{\rho}$  で表される状態での物理量  $O$  のアンサンブル

ル平均は  $\text{Tr} [\hat{O}\hat{\rho}]$  と書ける。  $\text{Tr} [\hat{O}\hat{\rho}]$  を  $\langle \hat{O} \rangle$  と略記することにすれば

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{O} \rangle = \frac{d}{dt} \text{Tr} [\hat{O}\hat{\rho}] = \text{Tr} \left[ \hat{O} \frac{d\hat{\rho}}{dt} \right] \quad (11)$$

$$= \text{Tr} \left[ \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] \hat{O} + \int d^3x \left( \hat{A}(x) \hat{\rho} \hat{A}^\dagger(x) - \frac{1}{2} \{ \hat{A}^\dagger(x) \hat{A}(x), \hat{\rho} \} \right) \hat{O} \right] \quad (12)$$

$$= \left\langle \frac{1}{i\hbar} [\hat{O}, \hat{H}] - \underbrace{\frac{1}{2} \int d^3x [\hat{A}(x), [\hat{A}(x), \hat{O}]]}_{\text{CSL 模型による補正項}} \right\rangle \quad (13)$$

となる。

### 2.2.2 孤立したねじれ振りの回転運動のエネルギーの時間変化

散逸の影響は後から現象論的に扱うことにして、孤立したねじれ振りの回転運動のエネルギーの時間変化を計算する。

計算の便宜のため多粒子系を第一量子化で記述する。系の粒子数を  $N$  とし  $n$  番目の粒子の位置演算子の組を  $(\hat{x}_n^1, \hat{x}_n^2, \hat{x}_n^3)$  とする。このとき  $\hat{A}(x)$  の Schrödinger 表現は

$$\hat{A}(x) = \sqrt{(4\pi r^2)^{3/2} \lambda} \frac{m}{m_0} \int d^3y \left[ \frac{1}{(2\pi r^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x-y)^2}{2r^2}\right) \right] \hat{a}^\dagger(y) \hat{a}(y) \quad (14)$$

$$= \sqrt{(4\pi r^2)^{3/2} \lambda} \frac{m}{m_0} \int d^3y d^3y' \left[ \hat{a}^\dagger(y') \langle y' | \frac{1}{(2\pi r^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x-y)^2}{2r^2}\right) | y \rangle \hat{a}(y) \right] \quad (15)$$

$$\rightarrow \sqrt{(4\pi r^2)^{3/2} \lambda} \frac{m}{m_0} \sum_n \left[ \frac{1}{(2\pi r^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x-x_n)^2}{2r^2}\right) \right] \quad (16)$$

$$= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{ik \cdot x} \int d^3x' e^{-ik \cdot x'} \left( \sqrt{(4\pi r^2)^{3/2} \lambda} \frac{m}{m_0} \sum_n \left[ \frac{1}{(2\pi r^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x' - x_n)^2}{2r^2}\right) \right] \right) \quad (17)$$

$$= \frac{\sqrt{(4\pi r^2)^{3/2} \lambda}}{(2\pi)^3} \frac{m}{m_0} \int d^3k e^{-\frac{1}{2} r^2 k^2} \sum_n \exp(-ik \cdot (x - x_n)) \quad (18)$$

と書ける。

$\hat{O} = \frac{(\hat{L}^z)^2}{2I}$  として具体的な計算を進める。ここで、 $\hat{L}^i$  は全角運動量演算子の  $x^i$  成分である。したがって交換関係

$$[\hat{x}_n^i, \hat{L}^j] = i\hbar \epsilon_{ijk} \hat{x}_n^k \quad (19)$$

を満たす。

以上を用いて  $\frac{d}{dt} \left\langle \frac{(\hat{L}^z)^2}{2I} \right\rangle$  の CSL 模型の時間発展方程式の補正項に由来する項  $\epsilon$  を計算すると

$$\epsilon = \left\langle -\frac{1}{2} \int d^3x \left[ \hat{A}(x), \left[ \hat{A}(x), \frac{(\hat{L}^z)^2}{2I} \right] \right] \right\rangle \quad (20)$$

$$= \left\langle -\frac{r^3 \lambda m^2}{2\pi^{3/2} m_0^2} \int d^3k e^{-r^2 k^2} \sum_{n_1, n_2} \left[ e^{-ik \cdot x_{n_1}}, \left[ e^{ik \cdot x_{n_2}}, \frac{(\hat{L}^z)^2}{2I} \right] \right] \right\rangle \quad (21)$$

$$= \left\langle \frac{\hbar^2 r^3 \lambda}{2\pi^{3/2} m_0^2 I} \int d^3k e^{-r^2 k^2} \left| \sum_n m (k_x y_n - k_y x_n) e^{-ik \cdot x_n} \right|^2 \right\rangle \quad (22)$$



演算子の積の期待値を期待値の積で近似する。この近似は物理量のゆらぎが十分小さいときに有効である。

$$\simeq \frac{\hbar^2 r^3 \lambda}{2\pi^{3/2} m_0^2 I} \int d^3 k e^{-r^2 k^2} \left| \sum_n m(k_x y_n - k_y x_n) e^{-ik \cdot x_n} \right|^2 \quad (23)$$

振動子を一様な密度  $\rho$  の連続体で近似する。その領域を  $V$  とすれば

$$\simeq \frac{\hbar^2 r^3 \lambda}{2\pi^{3/2} m_0^2 I} \int d^3 k e^{-r^2 k^2} \left| \int_V d^3 x \rho(k_x y - k_y x) e^{-ik \cdot x} \right|^2 \quad (24)$$

この積分は解析的に実行できる。付録 A に示すように  $r$  が振動子のスケールよりも十分小さいとき

$$\simeq \frac{\hbar^2 r^3 \lambda \rho^2}{2\pi^{3/2} m_0^2 I} \times \frac{2\pi^{5/2}}{3r} (l_x^3 + l_y^3) l_z \quad (25)$$

$d = l_x \ll l_y$  の薄い振動子を考える。慣性モーメントの表式  $I = \frac{1}{12} \rho l_x l_y l_z (l_x^2 + l_y^2)$  を代入して

$$\simeq \frac{4\pi \hbar^2}{m_0^2} \times r^2 \lambda \times \frac{\rho}{d} \quad (26)$$

ただし 2 行目から 3 行目への変形には

$$\left[ e^{\pm ik \cdot \hat{x}_n}, \hat{L}^i \right] = \left( e^{\pm ik \cdot \hat{x}_n} \hat{L}_n^i e^{\mp ik \cdot \hat{x}_n} - \hat{L}_n^i \right) e^{\pm ik \cdot \hat{x}_n} \quad (27)$$

$$= \pm \epsilon_{ijk} \hbar k^j \hat{x}_n^k e^{\pm ik \cdot \hat{x}_n} \quad (28)$$

を用いた。

### 2.2.3 熱浴と接したねじれ振り子の回転運動のエネルギー

最後に定常状態にあるねじれ振り子の回転運動のエネルギーを計算する。時間スケールを持つ散逸を考え、その時定数を  $\tau$  とする。

CSL 模型の補正項によるエネルギーの変化を見るために、まず CSL 模型の補正項を無視して考える。そのときの定常状態でのエネルギーを  $E_0$  とすれば

$$E(t) = E_0 + \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right) (E(t_0) - E_0) \quad (29)$$

この式の両辺を微分することで

$$\frac{d}{dt} E(t) = -\frac{1}{\tau} E(t) + \frac{1}{\tau} E_0 \quad (30)$$

を得る。

次に CSL 模型の補正項を考慮する。いま単位時間当たり  $\epsilon$  のエネルギーの湧きだしがあるとする。微分方程式 (30) の右辺に  $+\epsilon$  を加え新しい微分方程式

$$\frac{d}{dt} E(t) = -\frac{1}{\tau} E(t) + \frac{1}{\tau} E_0 + \epsilon \quad (31)$$

を得る。積分すると

$$E(t) = (E_0 + \epsilon\tau) + \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right) (E(t_0) - (E_0 + \epsilon\tau)) \quad (32)$$

したがって、CSL 模型の補正があるときの定常状態のエネルギーは  $E_0 + \epsilon\tau$  であることがわかる。

以上より、CSL 模型の補正項によってねじれ振子子の定常状態での回転運動のエネルギーは

$$\Delta E_{CSL} = \frac{4\pi\hbar^2}{m_0^2} \times r^2\lambda \times \frac{\rho}{d}\tau \quad (33)$$

だけ増加する。

### 3 光てこによるねじれ振り子の回転の検出

定常状態にあるねじれ振り子のエネルギーの実験値を得るために、光てこを用いてねじれ振り子の回転運動の測定を行った。実験に用いたセットアップは大きく力学系・光学系・電気系からなる。

#### 3.1 力学系

図3が今回の実験で使用した力学系である。全体で3段振り子による受動防振系を構成している。測定時は力学系全体が真空層内に置かれ空気の対流や気体分子の衝突などによる雑音を防いでいる。

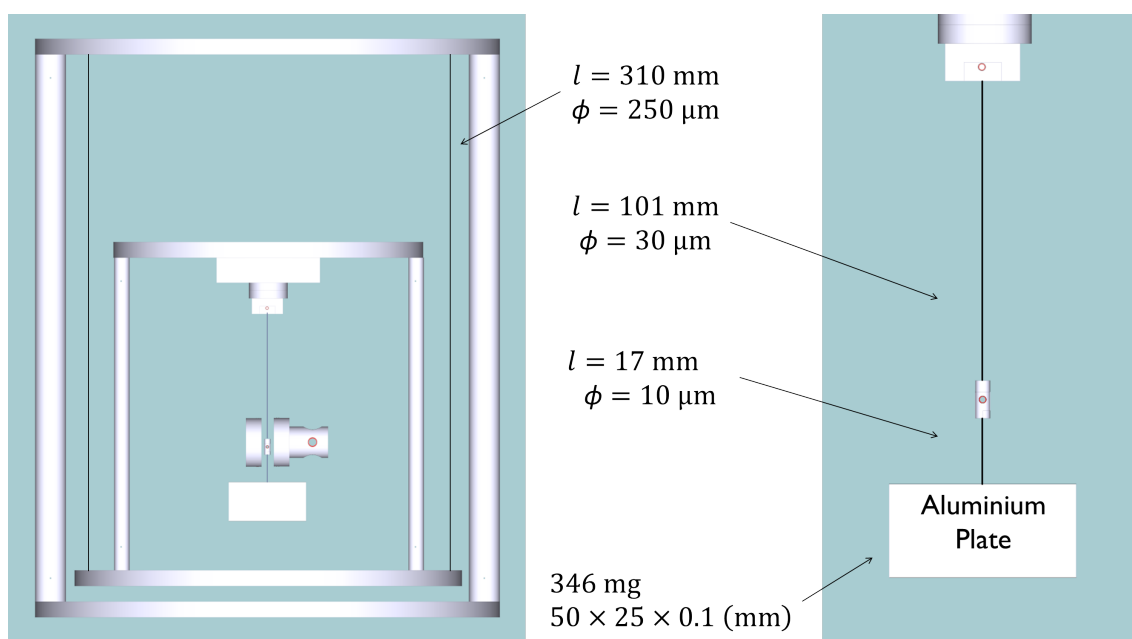


図3

後に示すように2つの固有モードはテストマスと中段とで近似的に分離できる。テストマスの回転モードの共振周波数は  $\omega_0 = 0.317102(6) \text{ s}^{-1}$ 、Q値は  $Q = 36.61(5)$  であった。誤差は推定誤差である。これらはいずれも測定値であり、その測定と解析の詳細は付録Bにまとめた。

磁気ダンパとプラットフォームは図4のようにロッドで固定されている。

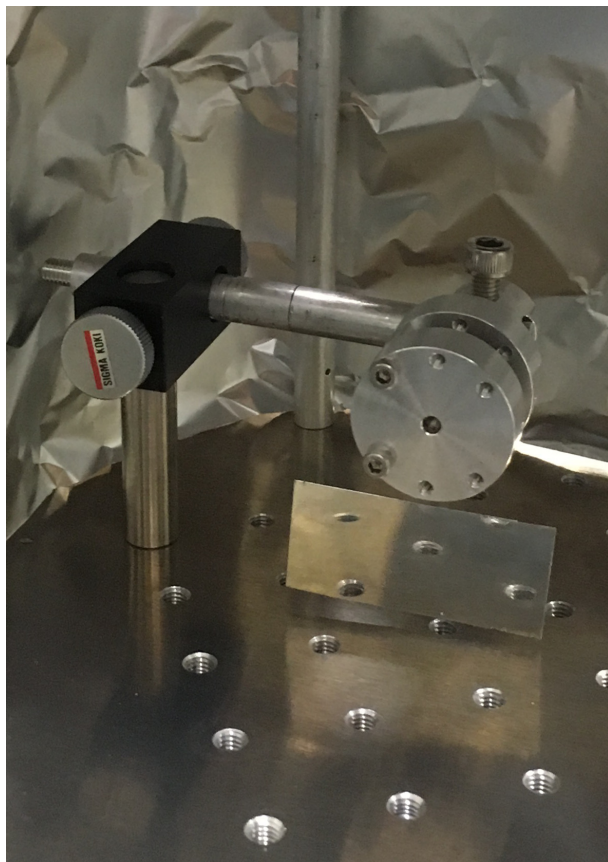


図4 プラットフォームにロッドで固定されたダンパ。中央の円筒形の領域に斥力を及ぼしあうように2枚のネオジウム磁石が固定され、それらの間の空間に中段が懸架されている

$\Delta E_{CSL}$  の表式 (33) より、CSL 模型のパラメタにより強い制限を付けるためにテストマスが満たすべき条件は

1. 密度が高い
2. 厚さが薄い
3. 寿命が長い。すなわち高い Q 値と低い共振周波数を持つ

である。条件 (1・2) を満たすために最終的なテストマスとしては厚さ  $15 \mu\text{m}$  のタングステン薄膜を使用する計画であるが、今回の実験では同質量のアルミニウムプレートを使用した。

条件 (3) について検討する前に多段振り子を用いた受動防振の特性について考える。

### 3.1.1 多段振り子を用いた受動防振

今回の実験の場合には測定は共振周波数付近で行われるため、とくに低周波域での防振が必要となる。真空槽内に懸架されたねじれ振り子を励起する主要な雑音源のひとつは地面振動である。地面振動の典型的なパ

ワースペクトル密度は

$$\sqrt{G_{\text{地面振動}}(f)} = \begin{cases} 10^{-5} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f < 0.1 \text{ Hz}) \\ \frac{10^{-7}}{(f/\text{Hz})^2} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} & (f > 0.1 \text{ Hz}) \end{cases} \quad (34)$$

で与えられる [12]。ここで角周波数  $\omega$  と周波数  $f$  は  $\omega = 2\pi f$  の関係にある。地面振動により力学系全体に加速度が生じたとき、ねじれ振り子の懸架点には懸架に用いているワイヤを通して加速度方向に力が働く。懸架点がねじれ振り子の重心の直上にあるときはねじれ振り子の並進モードが励起されるだけでテストマスに光が垂直に入射している限り測定の感度に影響しないが、図5のように懸架点が重心直上からずれているとき張力は振動子にトルクを及ぼし、雑音の原因となる。そこで振り子のローパスフィルタとしての性質を利用して受動防振を行う。

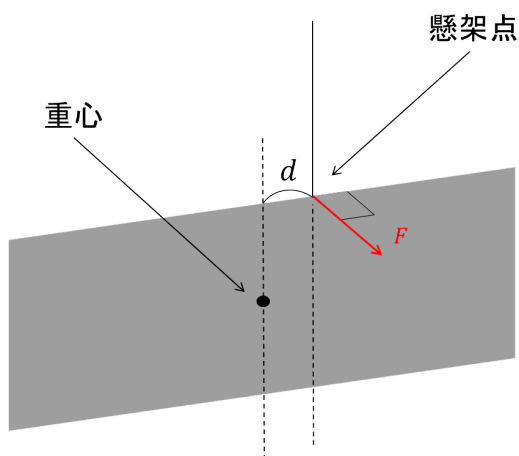


図5 懸架点がずれたねじれ振り子でワイヤの張力が回転軸の周りにトルクを及ぼす様子

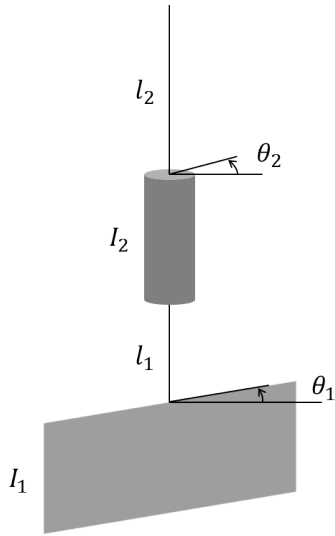


図6 回転運動に注目した2段振り子

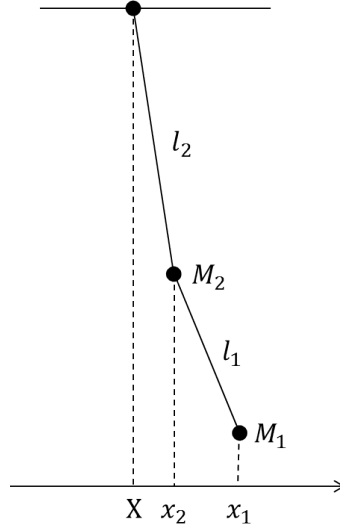


図7 並進運動に注目した2段振り子。座標軸はアルミプレートと直交するように定める

最初にねじれ振り子の回転モードについて考える。図6のような2段振り子の回転モードの運動方程式は

$$I_1 \ddot{\theta}_1 = -I_1 \omega_1^2 (\theta_1 - \theta_2) \quad (35)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 = -I_1 \omega_1^2 (\theta_2 - \theta_1) - (I_1 + I_2) \omega_2^2 \theta_2 \quad (36)$$

である。ここで  $\omega_1$  と  $\omega_2$  はワイヤの Young 率  $E$  と Poisson 比  $\sigma$  を用いて

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{\pi E d_1^4}{64 l_1 (1 + \sigma) I_1}} \quad (37)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{\pi E d_2^4}{64 l_2 (1 + \sigma) I_2}} \quad (38)$$

と書ける。この系の固有モード

$$\Theta_{\pm} = \pm \frac{I_1}{I_1 + I_2} \theta_1 + \left( \mp \left( \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} + \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \right) + \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{\omega_1^2} \sqrt{1 - 4 \frac{I_2}{I_1 + I_2} \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{(\omega_1^2 + \omega_2^2)^2}} \right) \theta_2 \quad (39)$$

の固有周波数  $\omega_{\pm}$  は

$$\omega_{\pm} = \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_2^2) \frac{I_1 + I_2}{2 I_2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{4 I_2}{I_1 + I_2} \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{(\omega_1^2 + \omega_2^2)^2}} \right)} \quad (40)$$

である (複合同順)。

$$\omega_1 \ll \omega_2, I_2 \ll I_1 \quad (41)$$

のとき固有モードは  $\Theta_+ \propto \theta_1, \Theta_- \propto \theta_2$  と近似できる。すなわち2段振り子は、慣性モーメント  $I_1$  共振周波数  $\omega_+$  のねじれ振り子と慣性モーメント  $I_2$  共振周波数  $\omega_-$  のねじれ振り子とに分離していると近似できる。以下ではこの状況を仮定し、テストマスの回転モードの振る舞いを考えるときには慣性モーメント  $I_1$  共振周波数  $\omega_0 \equiv \omega_+$  の単振り子を考える。

トルク  $N(t)$  を受けて運動するテストマスの回転モードの運動方程式は

$$I_1 \ddot{\theta}_1 = -I_1 \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta}_1 - I_1 \omega_0^2 \theta_1 + N(t) \quad (42)$$

である。伝達関数  $H_{\text{回転}}(\omega)$  は

$$H_{\text{回転}}(\omega) \equiv \theta_1(\omega)/N(\omega) = \frac{1}{I(\omega^2 - \omega_0^2 + i\phi(\omega))} \quad (43)$$

となる。ここで散逸を考慮するために損失角  $\phi(\omega)$  を導入した。たとえば減衰力が速度に比例して働くような Viscous Model では  $\phi(\omega) = \omega\omega_0/Q$  と書ける。

次に並進モードについて考える。図 7 のような 2 段振り子の並進モードの運動方程式は

$$M_1 \ddot{x}_1 = -M_1 \Omega_1^2 (x_1 - x_2) \quad (44)$$

$$M_2 \ddot{x}_2 = -M_1 \Omega_1^2 (x_2 - x_1) - (M_1 + M_2) \Omega_2^2 (x_2 - X) \quad (45)$$

である。ここでは散逸の影響を無視した。ただし  $\Omega_1 \equiv \sqrt{\frac{g}{l_1}}, \Omega_2 \equiv \sqrt{\frac{g}{l_2}}$  である。したがって伝達関数  $H_{\text{並進}}(\omega)$  は

$$H_{\text{並進}}(\omega) \equiv x_1(\omega)/X(\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_1}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\Omega_2}\right)^2 + \frac{M_2}{M_1+M_2} \left(\frac{\omega^2}{\Omega_1\Omega_2}\right)^2} \quad (46)$$

となる。この伝達関数は  $\omega \gg \Omega_1, \Omega_2$  で  $\omega^{-4}$  に、 $\min\{\Omega_1, \Omega_2\} \ll \omega \ll \max\{\Omega_1, \Omega_2\}$  で  $\omega^{-2}$  に、 $\omega \ll \Omega_1, \Omega_2$  で  $\omega^0$  に比例することがわかる。一般に  $n$  段振り子の伝達関数は共振周波数よりも十分高い周波数域で周波数の  $-2n$  次に比例することが知られている。そのため振り子を重ねるほど測定感度は良くなる傾向にあるが、今回の実験では測定が低周波で行われることと真空槽の高さに制限があることから、懸架したプラットフォームの上に組んだ櫓の天井に 2 段振り子を固定した。

以上の結果を用いて地面振動によるねじれ振り子の変位のパワースペクトル密度  $G_{\theta_1}(f)$  はトルクの定義  $N(t) = dF(t)$  と運動方程式  $F = m_1 \ddot{x}_1$  とから

$$\sqrt{G_{\theta_1}(f)} = |H_{\text{回転}}(\omega)| \sqrt{G_N(f)} = |H_{\text{回転}}(\omega)| dm \omega^2 \sqrt{G_{x_1}(f)} = dm \omega^2 |H_{\text{回転}}(\omega)| |H_{\text{並進}}(\omega)| \sqrt{G_{\text{地面振動}}(f)} \quad (47)$$

となる。

以下では 2 段振り子のパラメタを変化させたときの伝達関数  $H_{\text{並進}}(\omega)$  の振る舞いを調べる。

2 段振り子で振動子の質量比を変化させたとき伝達関数は周波数依存性は図 8 のようになる。ただし物理量は適当な単位系で無次元化した。グラフから  $m_1/m_2 \ll 1$  のとき 2 段振り子は単振り子に近似され防振が悪くなり、一方で  $m_1/m_2 \gg 1$  のとき高周波域での防振が悪くなることわかる。

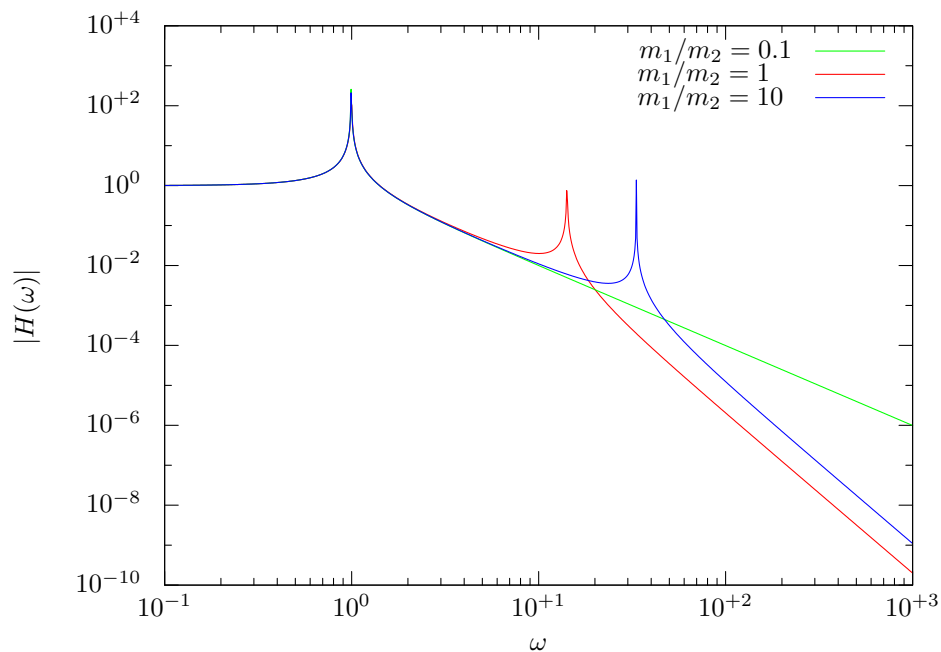


図8  $(\omega_1, \omega_2) = (1, 10), (10, 1)$  のときの質量比と伝達関数の関係

2 段振り子で振動子の共振周波数を変化させたとき伝達関数はの周波数依存性は図 9 のようになる。ただし物理量は適当な単位系で無次元化した。

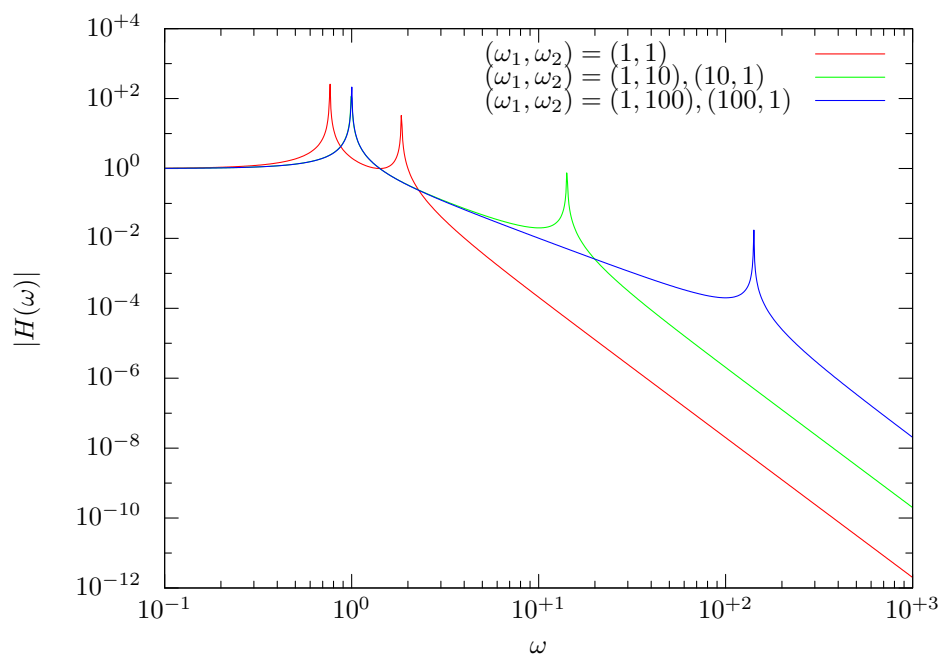


図9  $m_1 = m_2$  のときの共振周波数と伝達関数の関係

2 つの共振周波数が近いほど高周波域での防振がよく、共振周波数が遠いほど低周波域での防振がよいこと



がわかる。

図 8・9 から分かるように振り子を用いた防振を行うと共振が生じてしまい共振周波数付近での防振を悪くする。簡単のため単振り子の伝達関数を考える。すなわち

$$H_{\text{単振り子}}(\omega) = \frac{1}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\phi(\omega))} \quad (48)$$

とする。ここでの議論が応用される中段の並進モードの散逸は、後述するように磁気ダンパによるものが支配的であり導体内部に生じた渦電流と磁場との相互作用による抵抗力  $F$  は振動子の幾何学特性に依存する定数  $A$  と振動子表面の電気伝導度  $\sigma$  を用いて

$$F = A\sigma B \frac{\partial B}{\partial x} \dot{x} \quad (49)$$

で与えられる [13]。したがって散逸角  $\phi(\omega)$  は  $Q \equiv \frac{m\omega_0}{A\sigma B \frac{\partial B}{\partial x}}$  を用いて

$$\phi(\omega) = \frac{\omega}{\omega_0 Q} \quad (50)$$

と書ける。伝達関数の周波数依存性と  $Q$  値の関係は図 10 のようになる。ただし物理量は適当な単位系で無次元化した。

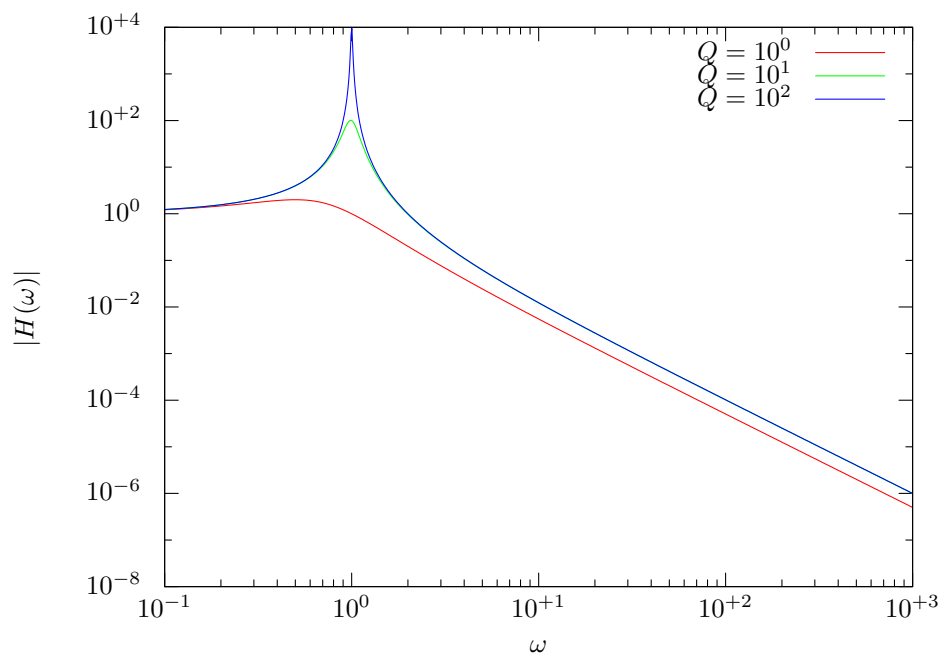


図 10  $m = 1, \omega_0 = 1$  のときの  $Q$  値と伝達関数の関係

グラフから多段振り子を用いて受動防振系を構成する際には中段の振動子の散逸を大きくすることで共振を押さえることができることがわかる。そのために導体を素材とする振動子を空間変化する磁場の中に置けば

1. 振動が励起され共振周波数付近で大きく揺れる
2. 振動子の位置が変化し貫く磁束が変化する

3. 振動子内に電流が生じる (Faraday の法則)

4. 電流は Joule 熱を伴って散逸する

となり、全体として中段の並進運動のエネルギーが熱エネルギーに変換され散逸することになる。さらに今回の実験で中段に使用した小さな振動子に対しても十分なダンピング性能を得るために、図 3 のように永久磁石を対にすることで勾配の大きな磁場を作った。

一方で散逸を大きくしすぎると伝達関数の虚部が大きくなり、懸架点と中段の振動の位相がずれるようになる。とくにダンパを防振装置に rigid に固定している場合には、中段とダンパの振動の位相がずれ、逆にダンパを介して振動が励起されるようになり高周波域での防振が悪くなる。それが問題となる際には磁気ダンパを振り子の共振周波数よりも高い共振周波数を持つ振り子で吊るすなどして高周波域でダンパが振動子と同相で動くようにする必要がある。また、ダンパがテストマスの散逸まで大きくしてしまうを防ぐために、ダンパとテストマスとは十分に離さなければならない。今回の実験ではダンパを外したときでもテストマスの Q 値は変わらなかったため、ダンパとテストマスの距離は十分だと考えられる。

以上のことを考慮して条件 (3) について検討する。まず図 8 での考察からテストマスと中段の質量は同程度とした。ねじれ振り子の散逸は懸架に用いるワイヤが細く長いほど小さくなることが知られている。一方で図 9 での考察を踏まえ、今回の実験では加工と防振のしやすさことからテストマスを懸架するワイヤには直径  $10\ \mu\text{m}$  長さ  $17\ \text{mm}$  のタングステンワイヤを使用した。最終的には直径  $3\ \mu\text{m}$  長さ  $100\ \text{mm}$  のタングステンワイヤを使用する計画である。さらにねじれ振り子の 2 つの固有モードが分離するための条件 (41) などを考慮して、中段を懸架するワイヤには直径  $30\ \mu\text{m}$  長さ  $101\ \text{mm}$  のタングステンワイヤを使用した。

## 3.2 光学系

図 11 が今回の実験で使用した光学系である。全体で光てこを構成している。

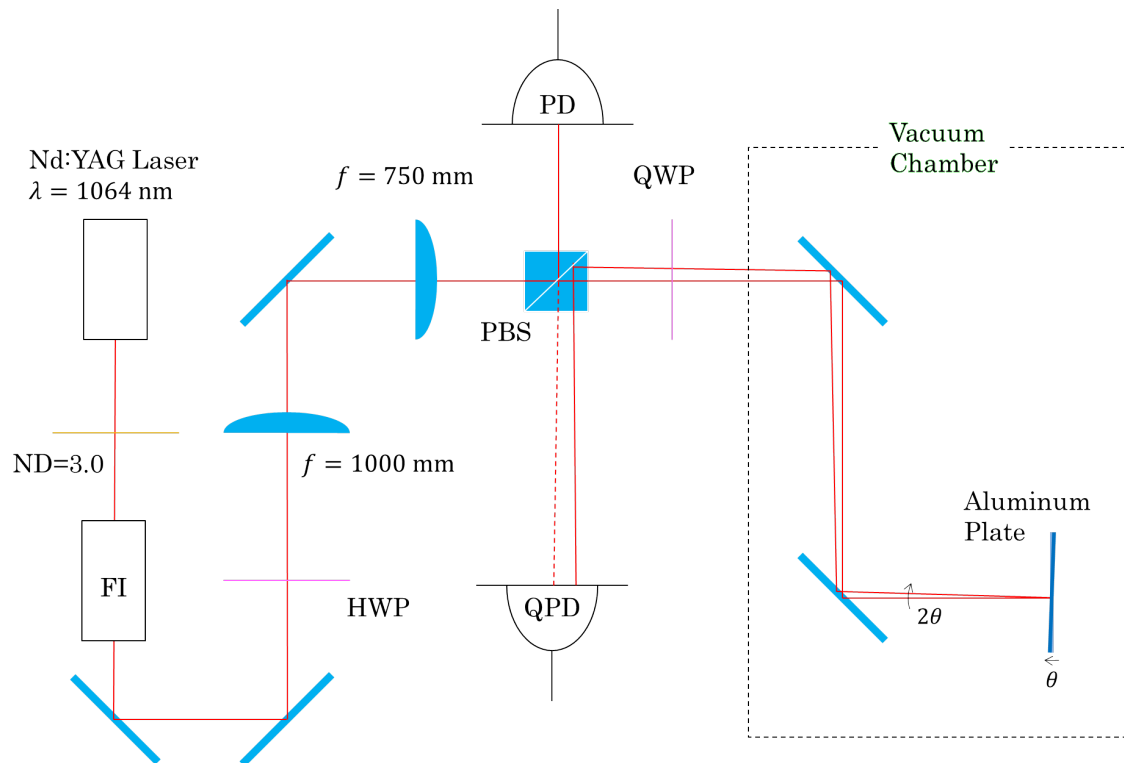


図 11

レーザー光は光学定盤上で強度・偏光・光軸・ビーム径が調整された後、ビューポートを通じて真空槽内に導入される。真空槽内でテストマスに反射されたレーザー光はテストマスの変位に応じて QPD 上のスポット位置を変化させ、QPD がそれを電気信号に変える。

QPD を構成する 4 つの受光素子を図 12 のように区別することにする。

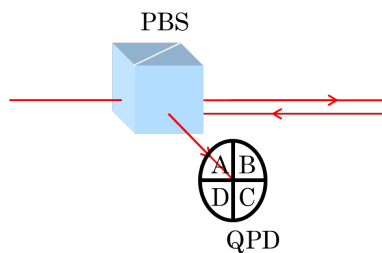


図 12

今回の実験で光学系が満たすべき条件は

- ビームスポットがテストマスの回転軸からずれているとき輻射圧はテストマスに対してトルクをもたらす。そのためレーザー強度が一定でないとき輻射圧は振動を励起し測定感度を下げる原因となる。したがって、散射雑音よりもレーザー強度のゆらぎによる雑音が支配的になるときはレーザー強度を弱くした方が感度が向上する
- ビームスポットの位置を QPD を用いて精度良く測定するためにビーム径が QPD 上で十分小さい

- テストマスの変位と QPD 上のビームスポットの関係が線型であるためにテストマスでの反射後はレンズを通過しない
- 光てこがテストマスの並進モードに感度を持たないためにレーザー光はテストマスに垂直に入射する

である。

### 3.3 電気系

図 13 が今回の実験で使用した電気系全体の接続の概要である。

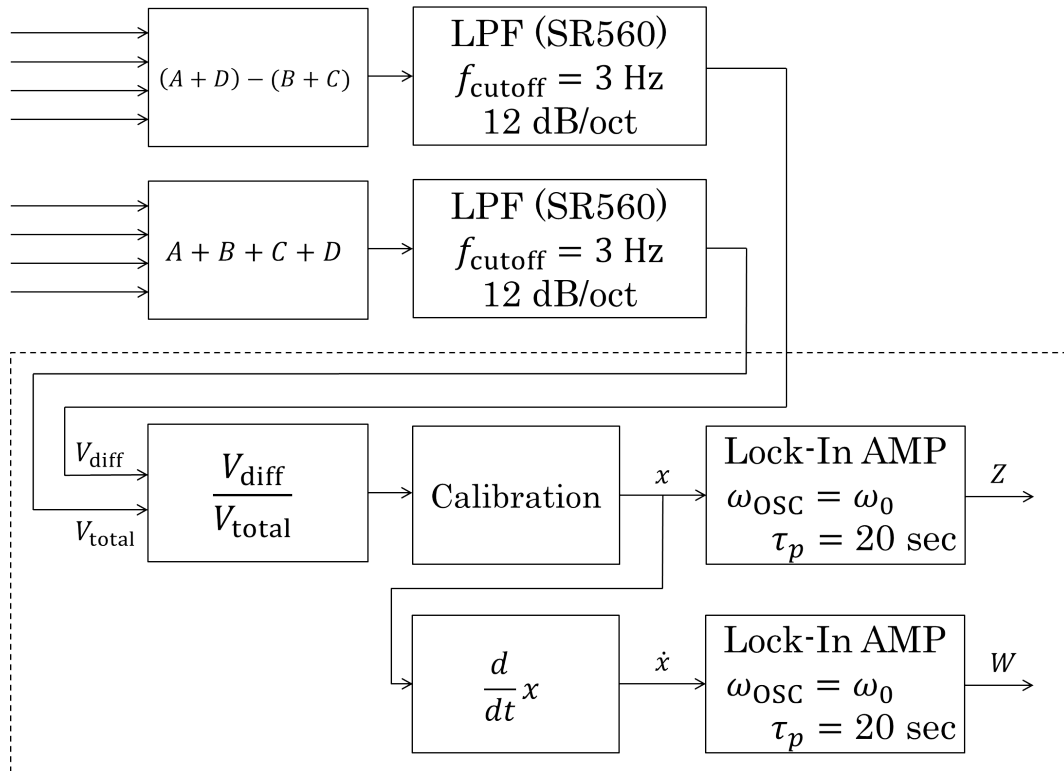


図 13

使用した電気回路のうち今回の実験で新たに作成したものについては付録 D に構成を付録した。 $V_{\text{diff}}$  と  $V_{\text{total}}$  はデータロガー (横河 DL750) を用いて計算機に取り込まれ、点線内の処理には計算機を使用した。このとき、データロガーのサンプリング周波数  $f_S$  は 20 Hz とした。

共振周波数付近での精度のよい測定を行うためにロックインアンプを用いた。ロックインアンプの入力と出力の関係は

$$Z(t) = \frac{\sqrt{2}}{\tau_p} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{t-s}{\tau_p}} e^{i\omega_{\text{OSC}}s} x(s) ds \quad (51)$$

$$W(t) = \frac{\sqrt{2}}{\tau_p} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{t-s}{\tau_p}} e^{i\omega_{\text{OSC}}s} \dot{x}(s) ds \quad (52)$$

である。

較正係数を得るために、真空槽内に固定したミラーで反射されたレーザーを QPD に入射し、ステージを水平方向と垂直方向のそれぞれにマイクロメータを用いて移動させたときの  $V_{\text{diff}}/V_{\text{total}}$  の変化を調べた。QPD の水平方向に  $x$  軸を定める。ビームスポットが QPD の中心付近にあるときの QPD 上のビームスポットの変位と QPD の出力の関係は図 14 のようになった。

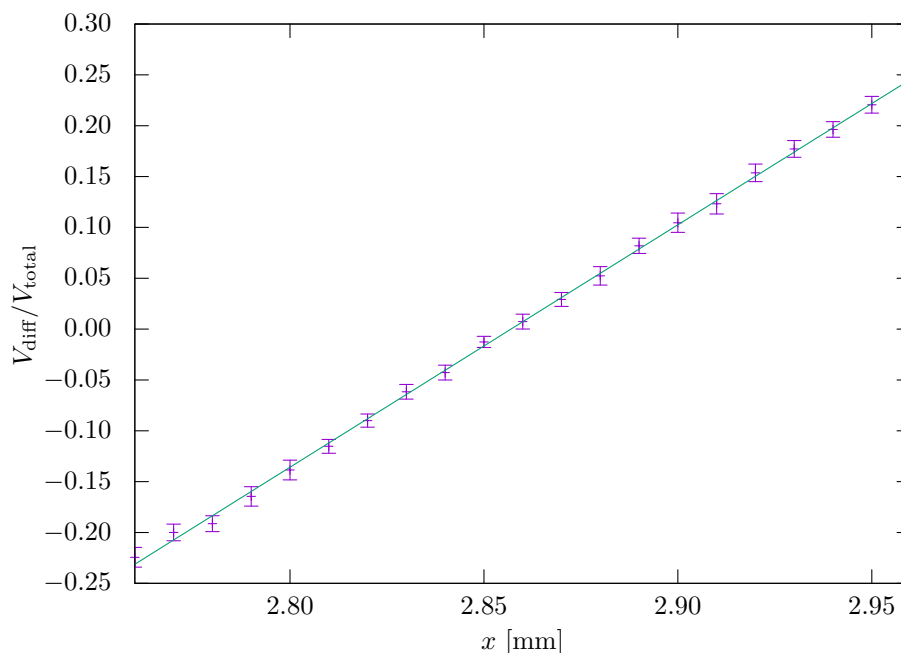


図 14 ビームスポットの座標  $x$  と  $V_{\text{diff}}/V_{\text{total}}$  の関係。誤差は統計誤差を表す

QPD の中心付近で変位と  $V_{\text{diff}}/V_{\text{total}}$  との関係は線型であることがわかる。今回の実験で測定は常に線型領域で行われた。較正係数は

$$\frac{\partial(V_{\text{diff}}/V_{\text{total}})}{\partial x} = 2.38(1) \times 10^3 \text{ m}^{-1} \quad (53)$$

となった。ただし誤差は推定誤差を表す。QPD の光軸に直交する面内での傾きは、ビームスポットの垂直方向の移動に対して水平方向の移動に比べて感度を持たないように調整した。

ここでは較正係数を求めるためにミラーで反射されたレーザーを QPD に入射したが、実際の測定ではアルミプレートで反射されたレーザーが入射する。そのため QPD 表面でのレーザーの強度は較正係数を求めたときと測定のときとで必ずしも一致しない。そこで  $V_{\text{total}}$  で規格化された  $V_{\text{diff}}$  の  $x$  についての微係数の入射するレーザーの強度に対する変化を調べ、系統誤差を考慮して測定時での較正係数を  $2.4(5) \times 10^3 \text{ m}^{-1}$  とした。詳細は付録 C にまとめた。

### 3.4 熱雑音

今回の実験で支配的な地面振動意外の雑音は熱雑音である。本節では揺動散逸関係から熱雑音の表式を計算する。

巨視的な力学系の力学変数  $\theta$  の揺動力  $f$  に対する Conductance を

$$\sigma(\omega) \equiv \text{Re} \left[ \dot{\theta}(\omega)/f(\omega) \right] = \text{Re} [i\omega H(\omega)] \quad (54)$$

と定義する。この系が温度  $T$  の熱浴と接しているとき、熱雑音のパワースペクトル密度  $G_{th}(f)$  と Conductance  $\sigma(\omega)$  の間に

$$G_{th}(f) = \frac{4k_B T \sigma(\omega)}{\omega^2} \quad (55)$$

が成立する [14]。したがって、運動方程式 (42) に従うねじれ振り子の回転モードの熱雑音は

$$G_{th}(f) = \frac{4k_B T}{I_1 \omega} \frac{\omega_0^2 \phi(\omega)}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega_0^4 \phi^2(\omega)} \quad (56)$$

となる。回転モードの散逸はワイヤの熱弾性によるものが支配的であると考えられることから散逸角は  $1/Q$  と書ける [14]。これは物質内部での散逸の現象論的な扱いであり、特に低周波域で近似が悪くなることに注意する。

### 3.5 その他の雑音

その他の雑音の原因について議論する。

#### 3.5.1 空調によるレーザーの強度変化

空調機運転中に測定したねじれ振り子の変位の時系列とパワースペクトル密度はそれぞれ図 15・16 のようになる。

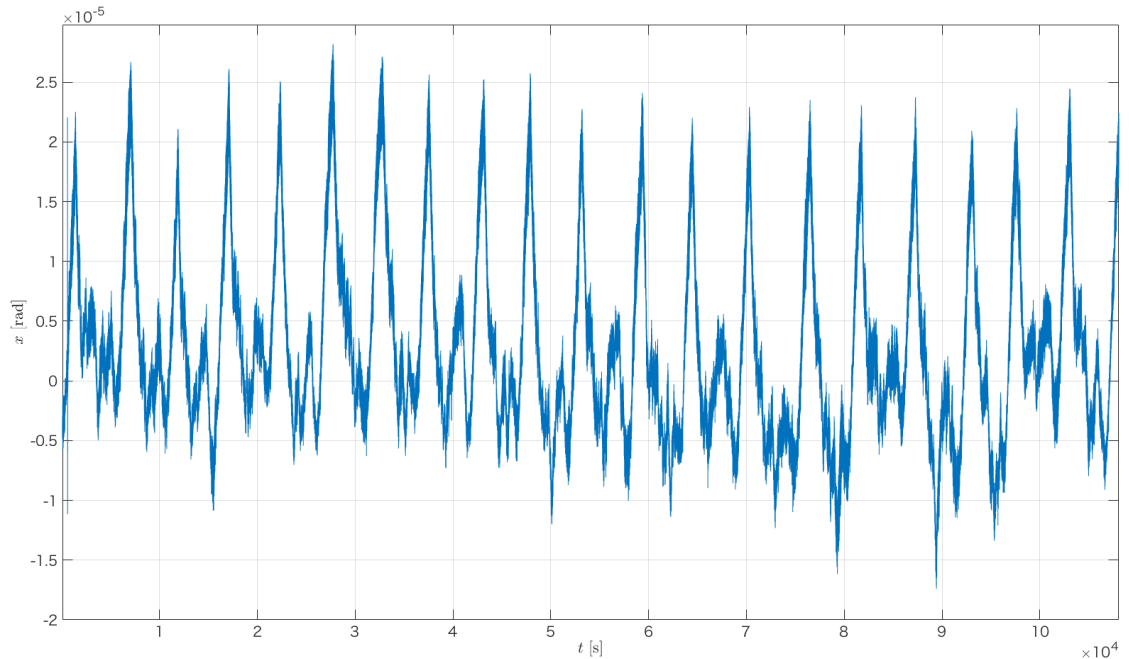


図 15 空調機運転時に測定したねじれ振り子の変位の時系列データ

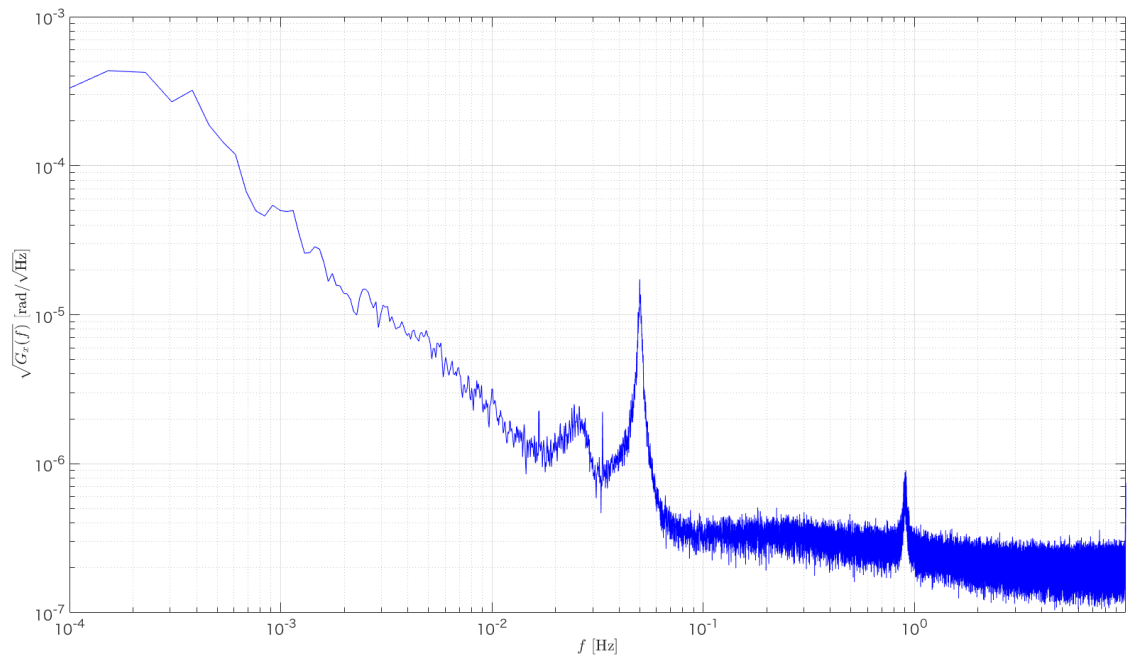


図 16 空調機運転時に測定したねじれ振り子の変位のパワースペクトル密度

グラフから周期 90 分 ( $2 \times 10^{-4}$  Hz) の振動があり、これが低周波域での雑音の原因のひとつになっていると考えられる。

実験室の空調機の設定温度は常時 22 °C に固定されているが常に冷気を排出しているわけではなく長い時間の周期で冷気の排出と停止を繰り返している。これによりレーザーの温度が安定せず強度が変化するためテストマスにレーザーの及ぼす輻射圧が時間変化し、90 分周期の振動の原因になっていると考えられる。

そこでレーザーの強度安定化を行ったが現段階では低周波域での測定感度に寄与しなかったため、夜間に空調機の運転を止めて測定を行った。運転停止後からの数時間ではレーザーの強度は十分には安定しなかったが、時系列データには 90 分周期の振動は見られなかった。測定は 8 月に行われ昼間に空調機を停止することができなかったため、測定は空調停止後数時間が経過してから翌早朝までの数時間に限られ、長時間の測定ができなかった。

### 3.5.2 照明

夜間に消灯して測定を行ったが、現段階では測定感度に寄与しなかった。

### 3.5.3 ワイヤのクリーピング

実験の途中でワイヤが大きくねじれることがある。その際に生じたひずみが時間をかけて元に戻り、測定時の雑音の原因になることがある。通常はワイヤのベーキングを行うが、今回の実験では真空を引いてから 4 週間以上が経過した振り子の測定を行った。

#### 3.5.4 ダンパのスタンドとの相互作用

測定時はプラットフォームに立てたロッドにダンパを固定したが、最初ダンパの位置の調整のため可動ステージにロッドを固定したところターボ分子ポンプ運転中にテストマスの安定点が消えたり、大きな振動を始めたことがあった。これは帯電したステージがテストマスに反ばね効果を及ぼしたためだと考えられる。



## 4 測定と解析

測定時間は約 4 時間であった。測定の結果は図 17・18 のようになった。

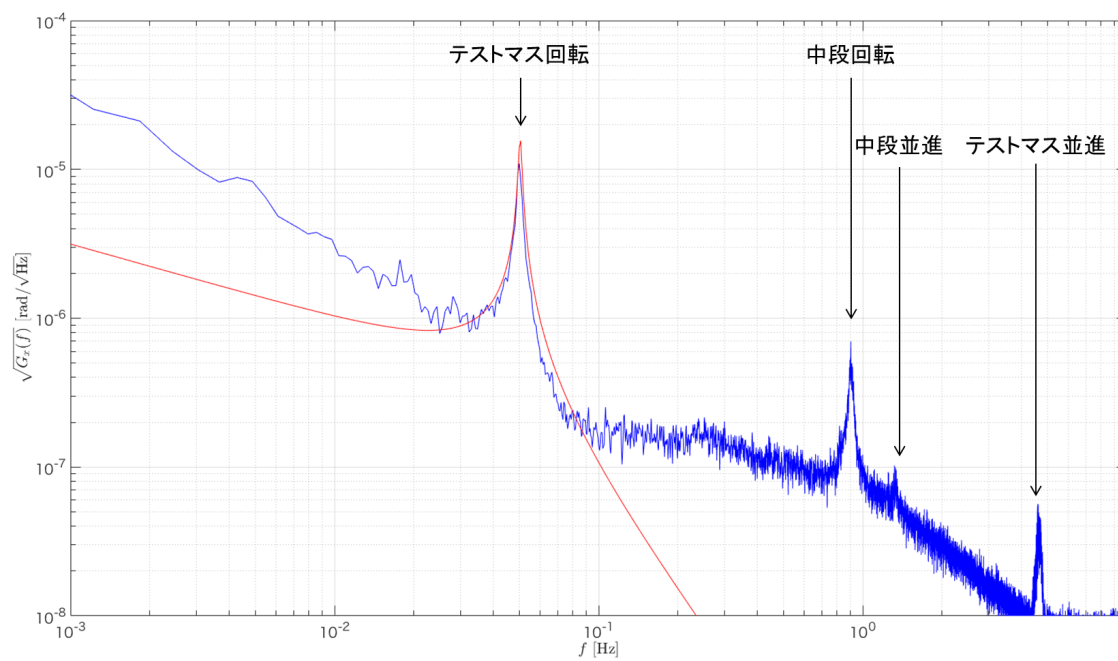


図 17 ねじれ振り子の回転運動の変位のパワースペクトル密度。赤線は温度 300 K の熱浴と接しているとしたときの熱雑音の理論線

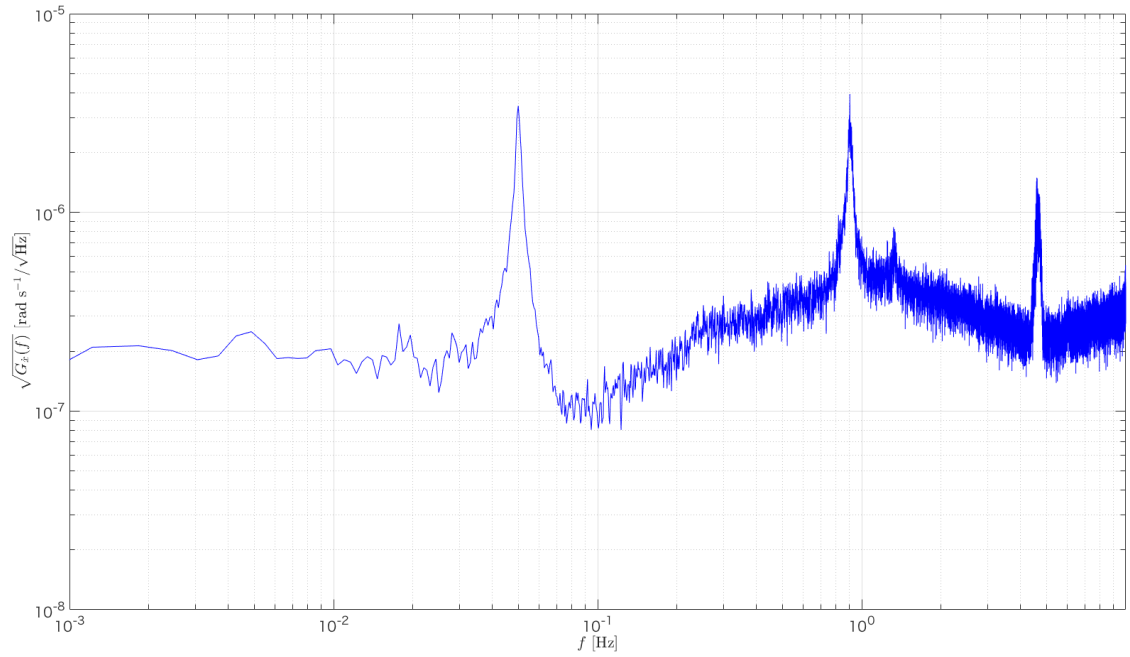


図 18 ねじれ振り子の角速度のパワースペクトル密度

ロックインアンプを用いて共振周波数付近での振幅の時間平均を計算すると

$$\langle x^2 \rangle = \langle |Z|^2 \rangle = 5(1) \times 10^{-13} \text{ [rad}^2\text{]} \quad (57)$$

$$\langle \dot{x}^2 \rangle = \langle |W|^2 \rangle = 2.7(5) \times 10^{-14} \text{ [rad}^2\text{s}^{-2}\text{]} \quad (58)$$

となる。誤差は統計誤差である。よって系統誤差まで含めて

$$\langle E(t) \rangle = \left\langle \frac{1}{2} I_1 \omega_0^2 x^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{x}^2 \right\rangle = 3(2) \times 10^{-21} \text{ [J]} \quad (59)$$

したがって、 $\Delta E_{CSL} < E_0 + \Delta E_{CSL} = \langle E(t) \rangle$  より、CSL 模型のパラメタは

$$\lambda r^2 < 2(1) \times 10^{-17} \text{ [m}^2\text{s}^{-1}\text{]} \quad (60)$$

の制限が与えられる。

## 5 結論と今後の課題

### 5.1 結論

ねじれ振り子の回転運動を光てこを用いて測定することで CSL 模型のパラメタに

$$\lambda r^2 < 2(1) \times 10^{-17} [\text{m}^2\text{s}^{-1}] \quad (61)$$

の制限を実験的に課した。ただし、この制限は付録 A で導入する  $\eta$  が 1 に近似できる  $r \lesssim 10^{-5}$  [m] の領域でのみ有効であり、それ以外の領域では制限が弱くなる。

### 5.2 考察と今後の展望

今後の展望としては次のようなものが考えられる。

今回はダンパを防振装置に固定したが、3.1 で指摘したようにダンパを少し硬めの振動子で懸架することで高周波域での防振性能の向上が見込める。また、レーザー強度の変化による輻射圧の変化が低周波域での雑音の原因になっていると考えられるから、低周波域での強度安定化や温度安定化が必要となる。

今回の実験では共振周波数付近の主要な雑音は熱雑音であった。熱雑音を防ぐためには力学系を冷却することがもっとも有効だと考えられる。

低周波域での防振は一般に難しいが、とくに現在使用している真空槽では大きさの問題からこれ以上の受動防振は難しい。今後これ以上の防振が必要になったときはアクチュエータなどを用いた能動防振が必要になると考えられる。

同じ測定感度が得られたとして CSL 模型のパラメタにより強い制限を課するためにはテストマスの散逸を小さくすることが重要になる。これは熱雑音を抑えるうえでも重要である。テストマスの寿命を向上させる方法として、より細く長いワイヤを懸架に用いることが考えられる。今回の実験で製作した防振装置はプラットフォームのポールの変位を小さくすることでより長いワイヤを使用することが可能である。また、振動子の工作精度を向上させることで中段とのカップリングを小さくなり Q 値が向上すると考えられる。振動子の質を高めることは、地面振動による雑音を抑えるためにも重要である。

今回の実験では CSL 模型のパラメタの上限を更新することはできなかったが、以上の点を改善することで将来的には先行研究の上限よりも厳しい上限を課することが可能であると考えられる。

## 付録 A 積分の詳細

$$V = \left[-\frac{l_x}{2}, +\frac{l_x}{2}\right] \times \left[-\frac{l_y}{2}, +\frac{l_y}{2}\right] \times \left[-\frac{l_z}{2}, +\frac{l_z}{2}\right] \text{ として}$$

$$\int d^3k e^{-r^2 k^2} \left| \int_V d^3x (k_x y - k_y x) e^{-ik \cdot x} \right|^2 \quad (62)$$

$$= \frac{2\pi^{5/2}}{3r} \left( l_x \operatorname{erf} \left( \frac{l_x}{2r} \right) + 2 \frac{r}{\sqrt{\pi}} \left( e^{-\frac{l_x^2}{4r^2}} - 1 \right) \right) e^{-\frac{l_y^2 + l_z^2}{4r^2}} \left( \sinh \left( \frac{l_z^2}{8r^2} \right) + \cosh \left( \frac{l_z^2}{8r^2} \right) \right) \quad (63)$$

$$\times \left( \begin{array}{l} \left( \begin{array}{l} 4l_y e^{\frac{l_y^2}{4r^2}} (l_y^2 + 6r^2) \operatorname{erf} \left( \frac{l_y}{2r} \right) \sinh \left( \frac{l_z^2}{8r^2} \right) \\ -l_z \operatorname{erf} \left( \frac{l_z}{2r} \right) \left( 3\sqrt{\pi} l_y r e^{\frac{l_y^2}{4r^2}} \operatorname{erf} \left( \frac{l_y}{2r} \right) - 2 \left( e^{\frac{l_y^2}{4r^2}} - 1 \right) (l_z^2 + 6r^2) \right) \left( \sinh \left( \frac{l_z^2}{8r^2} \right) + \cosh \left( \frac{l_z^2}{8r^2} \right) \right) \\ -3l_y^3 e^{\frac{l_y^2}{4r^2}} \operatorname{erf} \left( \frac{l_y}{2r} \right) \sinh \left( \frac{l_z^2}{8r^2} \right) \end{array} \right) \\ -2 \frac{r}{\sqrt{\pi}} \left( \begin{array}{l} \left( 2 \left( e^{\frac{l_y^2}{4r^2}} - 1 \right) (l_z^2 + 16r^2) + l_y^2 \left( 3e^{\frac{l_y^2}{4r^2}} - 1 \right) \right) \sinh \left( \frac{l_z^2}{8r^2} \right) \\ + l_z^2 \left( e^{\frac{l_y^2}{4r^2}} - 1 \right) \cosh \left( \frac{l_z^2}{8r^2} \right) \end{array} \right) \\ -3l_z^3 \left( e^{\frac{l_y^2}{4r^2}} - 1 \right) \operatorname{erf} \left( \frac{l_z}{2r} \right) \left( \sinh \left( \frac{l_z^2}{8r^2} \right) + \cosh \left( \frac{l_z^2}{8r^2} \right) \right) \end{array} \right) \quad (64)$$

$$\equiv \frac{2\pi^{5/2}}{3r} (l_x^3 + l_y^3) l_z \eta(r, l_x, l_y, l_z) \quad (65)$$

今回の実験で用いたアルミプレートの場合 ( $l_x = 0.1 \text{ mm}$ ,  $l_y = 25 \text{ mm}$ ,  $l_z = 50 \text{ mm}$ )、 $r$  と  $\eta$  の関係は図 19 のようになり、提案されている CSL 模型のパラメタの領域  $r \lesssim 10^{-5} \text{ m}$  では  $\eta \simeq 1$  に近似できる。

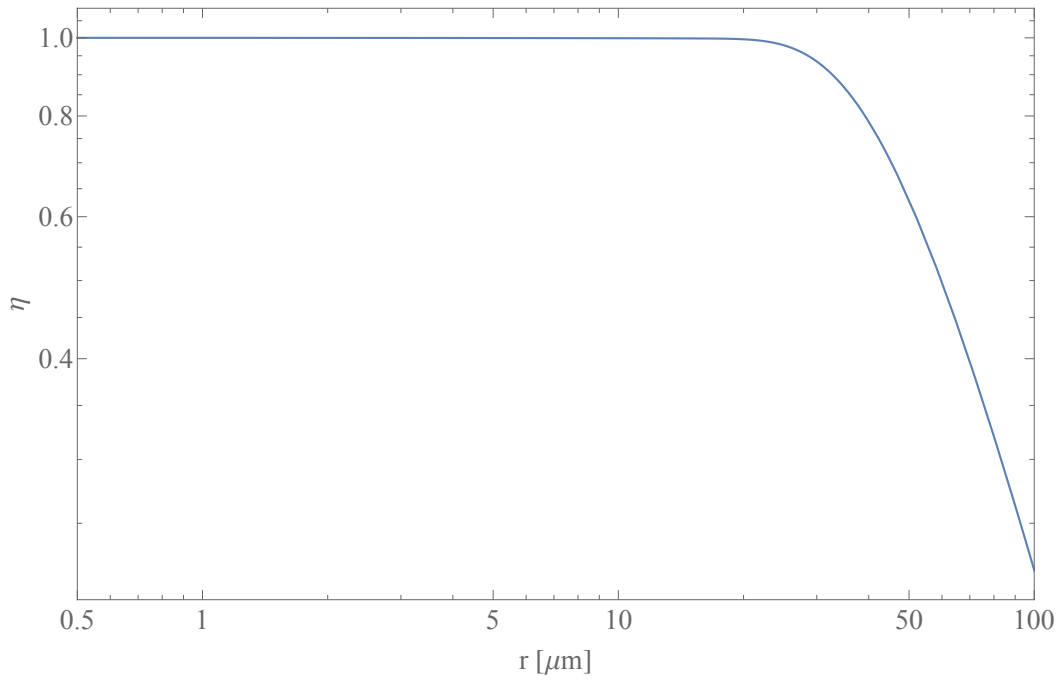


図 19  $l_x = 0.1 \text{ mm}, l_y = 25 \text{ mm}, l_z = 50 \text{ mm}$  のときの  $r$  と  $\eta$  の関係

## 付録 B Q 値の測定

撃力で励起した振動子の減衰振動を測定し、Q 値と共振周波数を求めた。運動方程式 42 に従う系のインパルス応答は、 $Q \gg 1$  のとき

$$\theta(t) \propto \exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right) \sin(\omega_0 t + \delta) \quad (66)$$

である。ここからエネルギーの減衰の時定数  $\tau$  が  $Q/\omega_0$  であることがわかる。

$V_{diff}/V_{total}$  をの 1 次のローパスフィルター ( $f_c = 60 \text{ mHz}$ ) とハイパスフィルター ( $f_c = 40 \text{ mHz}$ ) で処理して雑音やうなりを除いたものを  $\hat{x}$  とした。 $\hat{x}$  の振る舞いは図付録 B のようになった。

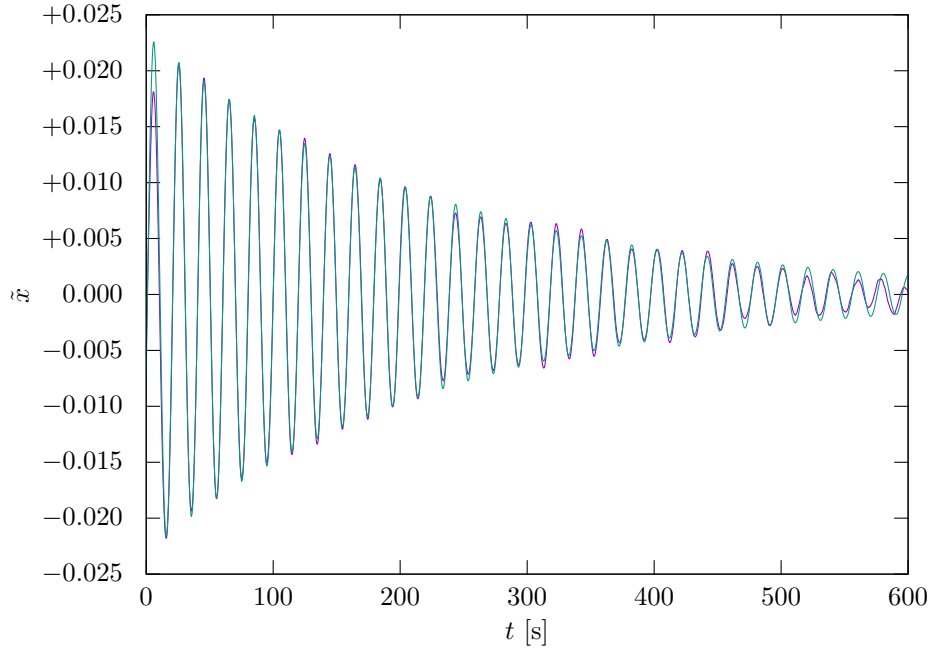


図 20 Q 値の測定に用いた減衰振動の時系列データ。緑線はフィット線

15 ≤ t ≤ 350 の領域での  $\omega_0$  と  $Q$  をパラメタとする最小二乗法により

$$\omega_0 = 0.317102(6) \text{ s}^{-1} \quad (67)$$

$$Q = 36.61(5) \quad (68)$$

を得た。ただし誤差は推定誤差である。

## 付録 C 較正曲線

較正係数を決定する際、真空槽内に置いたミラーの前に ND フィルターを置くことで QPD に入射するレーザー強度を変化させ、レーザー強度と較正係数の関係を測定した。ただし、この測定を行った後にレンズの配置を変化させたため、ねじれ振り子の運動を測定したときとはビーム径などが異なっていることに注意する。

$V_{\text{total}}$  の時間平均が 253 mV のときと 72.4 mV のときの較正曲線は図 21 のようになり、較正係数は

$$\left. \frac{\partial(V_{\text{diff}}/V_{\text{total}})}{\partial x} \right|_{V_{\text{total}}=253 \text{ mV}} = 3.24(1) \times 10^3 \text{ m}^{-1} \quad (69)$$

$$\left. \frac{\partial(V_{\text{diff}}/V_{\text{total}})}{\partial x} \right|_{V_{\text{total}}=72.4 \text{ mV}} = 3.74(5) \times 10^3 \text{ m}^{-1} \quad (70)$$

と推定された。また、得られた 2 つの較正係数の比は 1.15(2) である。ただし誤差は推定誤差を表す。

今回の解析で用いた較正係数を測定した際  $V_{\text{total}} = 411 \text{ mV}$  であった。一方でねじれ振り子の運動を測定した際は  $V_{\text{total}} = 183 \text{ mV}$  であった。そこで 2 つの測定での  $V_{\text{total}}$  の比を考慮し、解析に用いた較正係数の系統誤差を測定値の 20 % とする。

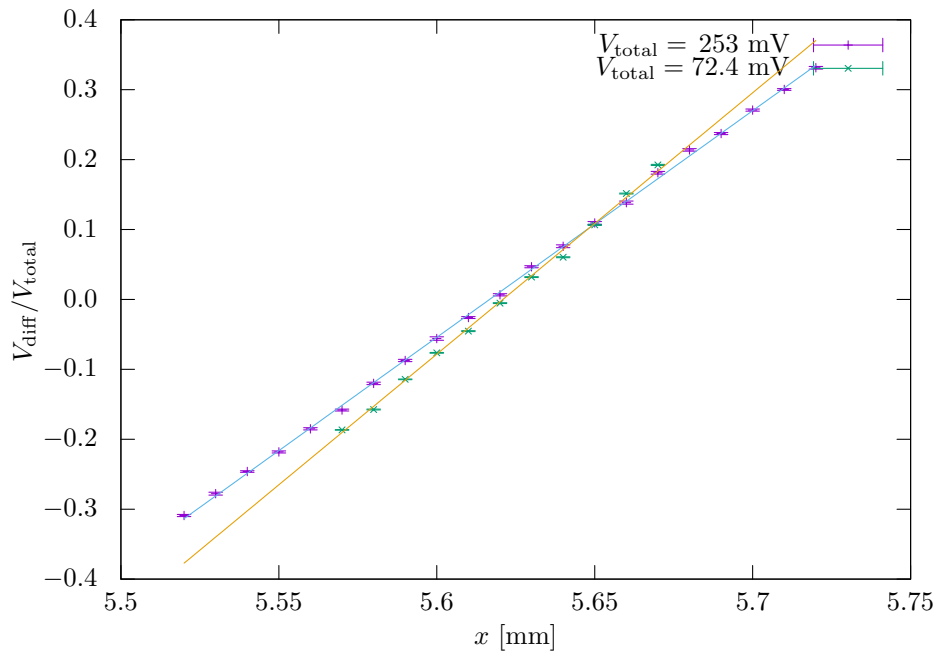


図 21 異なるレーザー強度でのビームスポットの座標  $x$  と  $V_{\text{diff}}/V_{\text{total}}$  の関係。誤差は統計誤差を表す

## 付録 D 使用した電気回路

今回の実験で新たに作成した電気回路の構成を図 22・23 に示した。

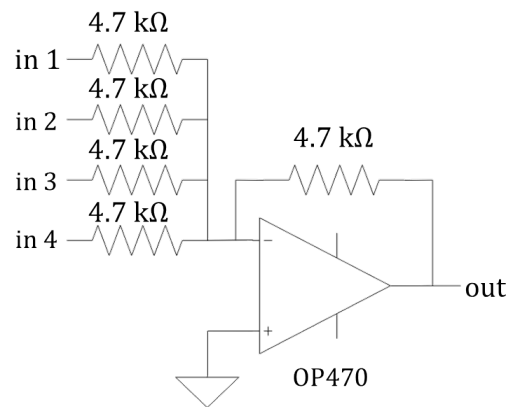


図 22 QPD の出力から  $V_{\text{total}}$  を得るために用いた可算回路

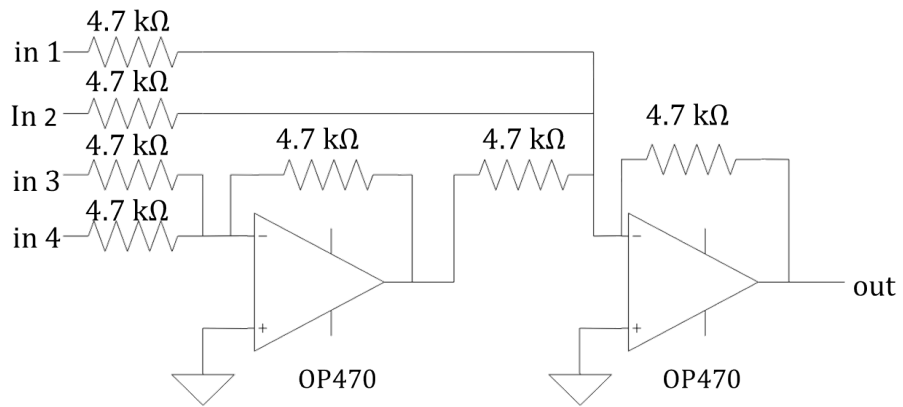


図 23 QPD の出力から  $V_{\text{diff}}$  を得るために用いた差動回路



## 参考文献

- [1] G.C. Ghirardi, P. Pearle, and A. Rimini, Markov processes in Hilbert space and continuous spontaneous localization of systems of identical particles, *Phys. Rev. A* 42, 78 (1990).
- [2] G.C. Ghirardi, R. Grassi, and F. Benatti, Describing the macroscopic world: Closing the circle within the dynamical reduction program, *Found. Phys.* 25, 5-38 (1995).
- [3] A. Bassi, K. Lochan, S. Satin, T.P. Singh, and H. Ulbricht, Models of wave-function collapse, underlying theories, and experimental tests, *Rev. Mod. Phys.* 85, 471 (2013).
- [4] P. Pearle and E. Squires, Bound state excitation, nucleon decay experiments and models of wave function collapse, *Phys. Rev. Lett.* 73, 1 (1994).
- [5] S.L. Adler, Lower and upper bounds on CSL parameters from latent image formation and IGM heating, *J. Phys. A: Math. Theor.* 40, 2935 (2007).
- [6] M. Toro, G. Gasbarri, and A. Bassi, Bounds on Collapse Models from Matter-Wave Interferometry, *arXiv:1601.03672* (2016).
- [7] M. Carlesso, A. Bassi, P. Falferi, and A. Vinante, Experimental bounds on collapse models from gravitational wave detectors, *Phys. Rev. D* 94, 124036 (2016).
- [8] A. Vinante, M. Bahrani, A. Bassi, O. Usenko, G. Wijts, and T.H. Oosterkamp, Upper bounds on spontaneous wave-function collapse models using millikelvin-cooled nanocantilevers, *Phys. Rev. Lett.* 116, 090402 (2015).
- [9] A. Vinante, R. Mezzena, P. Falferi, M. Carlesso, and A. Bassi, Improved Noninterferometric Test of Collapse Models Using Ultracold Cantilevers, *Phys. Rev. Lett.* 119, 110401 (2017).
- [10] C. Curceanu, B.C. Hiesmayr, and K. Piscicchia, X-rays help to unfuzzy the concept of measurement, *Adv. Phys.* 4, 263 (2015).
- [11] M. Bilardello, S. Donadi, A. Vinante, and A. Bassi, Bounds on collapse models from cold-atom experiments, *Physica A* 462A, 764 (2016).
- [12] 新井 宏二, 修士論文 (1997).
- [13] 西 雄彦, 修士論文 (2003).
- [14] 山元 一広, 修士論文 (1997).

## 謝辞

本実験を行うにあたり非常に多くの方のお世話になりました。

安東正樹准教授をはじめとする安東研究室の皆さんには報告会などの多くの機会に鋭い指摘をいただき、問題を解決するための手掛かりになりました。また学部生の私にも実験室の装置を自由に使わせていただき、何一つ不自由することなく実験に集中することができました。

安東研究室助教の道村唯太さんは本実験で用いたタングステンワイヤなど実験に必要なものは何でも買って下さいました。

博士課程の小森健太郎さんには実験テーマを与えていただいただけでなく、何も分からなかった私に様々な局面で有益な助言をいただきました。また、実験に必要な光学部品なども快く貸して下さいました。

修士課程の黄靖斌さんは実験が忙しく時間がない中でも真空槽を貸して下さいました。

物理学専攻試作室の大塚茂巳さんと南条良勝さんには装置の設計の段階でたくさんの指導をいただきました。また、細かい部品であっても質の高いものを迅速に製作していただき、半年間という短期間であっても実験にひとつの区切りをつけることができました。

今回の実験は理学部物理学科有志による五月祭学術展示企画 PhysicsLab. 2017 の量子測定班の活動から始まりました。荻野卓啓班長をはじめとする多くの班員に協力をお願いしただけでなく、些細な疑問が生じたときに気兼ねなく相談できるのは量子測定班の班員の皆さんでした。

今回のレポートを提出できたのはここに述べた方々を含め多くの方々の協力があったからであり、ここに深くお礼申し上げます。本当にありがとうございました。