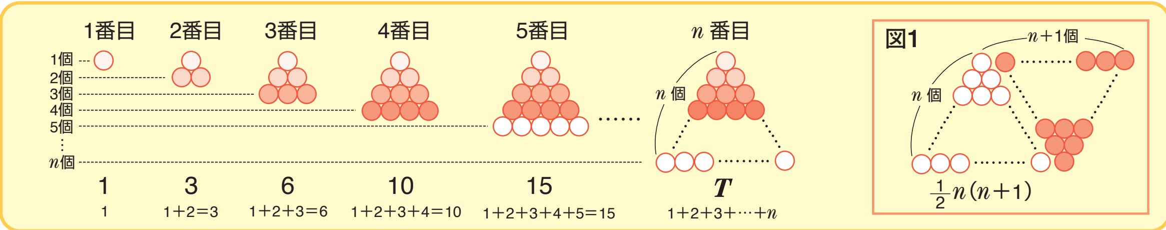
おもしろ自由研究

3 自然数の和・偶数の和・奇数の和の求め方

① 自然数の和

下の図のように，○を1個，2個，3個，4個，… と並べていくと，○の総合計は，1，3，6，10，15，…という数になります。

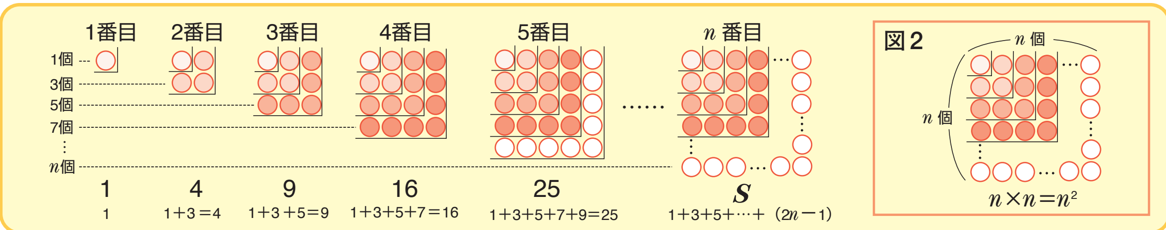


図からわかるように，n 番目の数を T とすると，T は $1+2+3+\cdots+n$ で，**1 から n までの自然数の和** となっています。

図 1 のように，n 番目の三角形にその三角形を逆にしたものを加えると，n 番目の三角形の○の数は，$T=\frac{1}{2}n(n+1)$　したがって，**1 から n までの自然数の和 $=\frac{1}{2}n(n+1)$** となります。

② 奇数の和

下の図のように，○を1個，3個，5個，7個，… と並べていくと，○の総合計は，1，4，9，16，25，…という数になります。

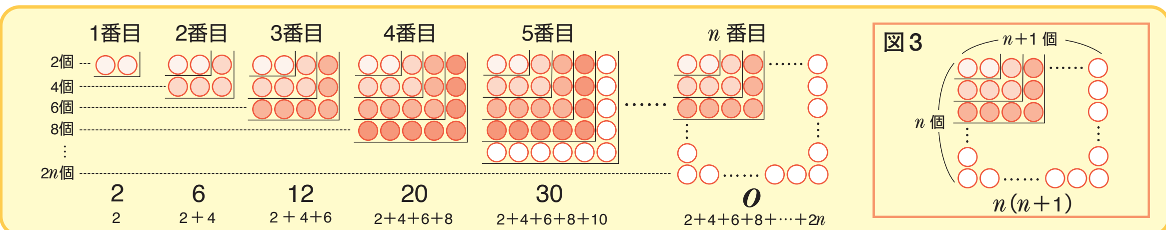


n 番目の数を S とすると，S は $1+3+5+\cdots+(2n-1)$ で，**1 から $(2n-1)$ までの奇数の和** となっています。また，図 2 のように，n 番目の数は，$S=n\times n=n^2$　つまり，2番目は $2^2=4$，3番目は $3^2=9$，…と2乗の数（**平方数**）になっていることがわかります。

したがって，**1から $(2n-1)$ までの奇数の和 $=n^2$**　といえます。

③ 偶数の和

下の図のように，○を2個，4個，6個，8個，… と並べていくと，○の総合計は，2，6，12，20，…という数になります。



n 番目の数を O とすると，O は $2+4+6+\cdots+2n$ で，**2 から $2n$ までの偶数の和** となっています。また，図 3 からわかるように，n 番目の数は，$O=n(n+1)$

したがって，**2 から $2n$ までの偶数の和 $=n(n+1)$**　といえます。