魔方陣について

埼玉大学理学部　櫻井　力

2014年11月13日

Outline

1. 魔方陣
   - ３方陣
   - ４方陣
   - 奇数方陣の作り方
2. 完全魔方陣
   - ４次の完全魔方陣
   - ５次の完全魔方陣
   - ６次の完全魔方陣

魔方陣とは

魔方陣

$N \times N$ のマス目に $1, \cdots, N^2$ の数字を入れ，各行・各列・２つの対角線の N 個の数字の和が全て等しくなるものを**N次の魔方陣**, あるいは**N方陣** という.

このとき，等しい 各行・各列・対角線の和 を 「**定和**」と呼ぶ.

魔方陣とは

魔方陣

$N \times N$ のマス目に $1, \cdots, N^2$ の数字を入れ，各行・各列・２つの対角線の N 個の数字の和が全て等しくなるものを***N*次の魔方陣**, あるいは***N*方陣** という.

このとき，等しい 各行・各列・対角線の和 を 「**定和**」と呼ぶ.

魔方陣とは

魔方陣

$N \times N$ のマス目に $1, \cdots, N^2$ の数字を入れ，各行・各列・２つの対角線の N 個の数字の和が全て等しくなるものを**N次の魔方陣**, あるいは**N方陣** という.

このとき，等しい 各行・各列・対角線の和 を 「**定和**」と呼ぶ.

[例]

8	1	6
3	5	7
4	9	2

３方陣

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

４方陣

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

５方陣

[例]

8	1	6
3	5	7
4	9	2

３方陣

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

４方陣

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

５方陣

[例]

8	1	6
3	5	7
4	9	2

３方陣

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

４方陣

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

５方陣

[例]

8	1	6
3	5	7
4	9	2

３方陣

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

４方陣

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

５方陣

定理

N 方陣の定和は $\dfrac{N(N^2+1)}{2}$ である.

実際，魔方陣全体の和 $1+\cdots+N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$\text{定和} = (1+\cdots+N^2) \div N = \frac{N^2(N^2+1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

定理

N 方陣の定和は $\dfrac{N(N^2+1)}{2}$ である.

実際，魔方陣全体の和 $1+\cdots+N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$\text{定和} = (1+\cdots+N^2) \div N = \frac{N^2(N^2+1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

定理

N 方陣の定和は $\dfrac{N(N^2+1)}{2}$ である.

実際，魔方陣全体の和 $1+\cdots+N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$\text{定和} = (1+\cdots+N^2) \div N = \frac{N^2(N^2+1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

定理

N 方陣の定和は $\dfrac{N(N^2+1)}{2}$ である.

実際，魔方陣全体の和 $1+\cdots+N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$\text{定和} = (1+\cdots+N^2) \div N = \frac{N^2(N^2+1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

定理

N 方陣の定和は $\dfrac{N(N^2+1)}{2}$ である.

実際，魔方陣全体の和 $1+\cdots+N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$\text{定和} = (1+\cdots+N^2) \div N = \frac{N^2(N^2+1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

定理

N 方陣の定和は $\dfrac{N(N^2+1)}{2}$ である.

実際，魔方陣全体の和 $1+\cdots+N^2$ を等しい和を持つ N 列に分けるので

$$定和 = (1+\cdots+N^2) \div N = \frac{N^2(N^2+1)}{2} \times \frac{1}{N}$$

となる.

魔方陣は何個あるか？

ただし，回転や裏返しで得られるものは同じものと考える．

魔方陣は何個あるか？

ただし，回転や裏返しで得られるものは同じものと考える.

- ３方陣：　1 個
- ４方陣：　880 個
  [Frénicle de Bessy (1693)]
- ５方陣：　275, 305, 224 個
  [F. Schroeppel (1973)]
- ６方陣：　約1.77×10^{19} 個　（統計的予想）
  [Pinn and Wieczerkowski (1998)]

６次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

- 3方陣：　1個
- 4方陣：　880個
  [Frénicle de Bessy (1693)]
- 5方陣：　275, 305, 224個
  [F. Schroeppel (1973)]
- 6方陣：　約1.77×10^{19}個（統計的予想）
  [Pinn and Wieczerkowski (1998)]

6次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

- ３方陣：　　1 個
- ４方陣：　　880 個
  [Frénicle de Bessy (1693)]
- ５方陣：　　$275,305,224$ 個
  [F. Schroeppel (1973)]
- ６方陣：　　約1.77×10^{19} 個　（統計的予想）
  [Pinn and Wieczerkowski (1998)]

６次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

- ３方陣：　1 個
- ４方陣：　880 個
  [Frénicle de Bessy (1693)]
- ５方陣：　275, 305, 224 個
  [F. Schroeppel (1973)]
- ６方陣：　約1.77×10^{19} 個 （統計的予想）
  [Pinn and Wieczerkowski (1998)]

６次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

- ３方陣： 1 個
- ４方陣： 880 個
  [Frénicle de Bessy (1693)]
- ５方陣： 275, 305, 224 個
  [F. Schroeppel (1973)]
- ６方陣： 約1.77×10^{19} 個 （統計的予想）
  [Pinn and Wieczerkowski (1998)]

６次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

- ３方陣：　1 個
- ４方陣：　880 個
  [Frénicle de Bessy (1693)]
- ５方陣：　$275,305,224$ 個
  [F. Schroeppel (1973)]
- ６方陣：　約1.77×10^{19} 個　（統計的予想）
  [Pinn and Wieczerkowski (1998)]

６次以上の魔方陣の総数はまだ知られていない！

３方陣

３方陣は例であげた

8	1	6
3	5	7
4	9	2

の１種類だけである.

３方陣

３方陣は例であげた

8	1	6
3	5	7
4	9	2

の１種類だけである.

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく．　定和は 15

1．　$e = 5$ である．

$$(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i)$$

$$= 15 + 15 + 15 - 15 - 15$$

$$\therefore \ 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく. 定和は 15

1. $e = 5$ である.

$$(a+e+i)+(c+e+g)+(b+e+h)-(a+b+c)-(g+h+i)$$

$$= 15+15+15-15-15$$

$$\therefore\ 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく.　定和は 15

1.　$e = 5$ である.

$(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i)$

$= 15 + 15 + 15 - 15 - 15$

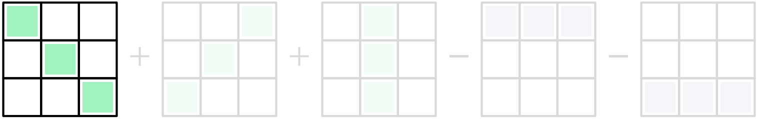
$\therefore\ 3e = 15$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく．　定和は 15

1． $e = 5$ である．



$$(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i)$$

$$= 15 + 15 + 15 - 15 - 15$$

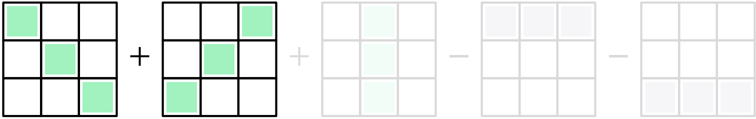
$$\therefore\ 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく．　定和は 15

1．　$e = 5$ である．



$$(a+e+i)+(c+e+g)+(b+e+h)-(a+b+c)-(g+h+i)$$

$$= 15 + 15 + 15 - 15 - 15$$

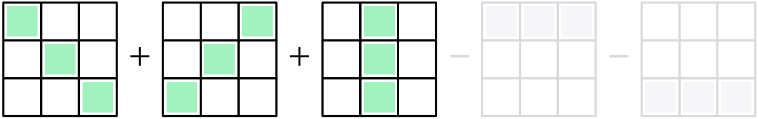
$$\therefore\ 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく． 定和は 15

1． $e = 5$ である．



$$(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i)$$

$$= 15 + 15 + 15 - 15 - 15$$

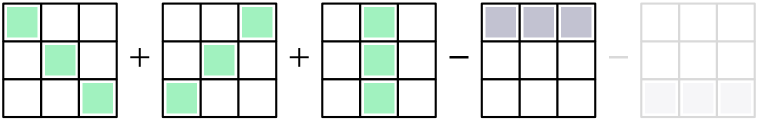
$$\therefore\ 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく．　定和は 15

1．　$e = 5$ である．



$$(a+e+i)+(c+e+g)+(b+e+h)-(a+b+c)-(g+h+i)$$

$$= 15+15+15-15-15$$

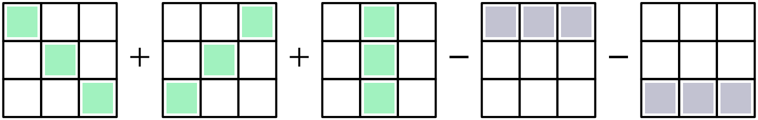
$$\therefore\ 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく．　定和は 15

1． $e = 5$ である．



$$(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i)$$

$$= 15 + 15 + 15 - 15 - 15$$

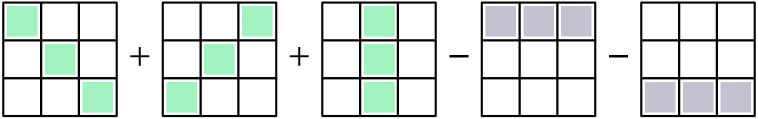
$$\therefore \quad 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく．　定和は 15

1． $e = 5$ である．



$$(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i)$$

$$= 15 + 15 + 15 - 15 - 15$$

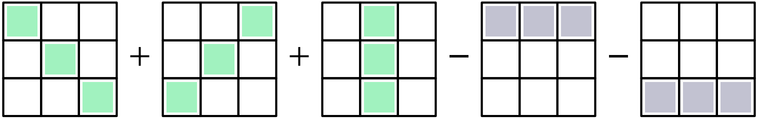
$$\therefore \ 3e = 15$$

証明：

a	b	c
d	e	f
g	h	i

とおく．　定和は 15

1．　$e = 5$ である．



$$(a + e + i) + (c + e + g) + (b + e + h) - (a + b + c) - (g + h + i)$$

$$= 15 + 15 + 15 - 15 - 15$$

$$\therefore\ 3e = 15$$

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leqq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leqq 1 + 8 + c \qquad \therefore\ c \geqq 6$$

3 列目を考えると, $f \geqq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geqq c + 2 + 9 \qquad \therefore\ c \leqq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

１行目を考えると，$b \leqq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leqq 1 + 8 + c \qquad \therefore\ c \geqq 6$$

３列目を考えると，$f \geqq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geqq c + 2 + 9 \qquad \therefore\ c \leqq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

１行目を考えると, $b \leqq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leqq 1 + 8 + c \qquad \therefore\ c \geqq 6$$

３列目を考えると, $f \geqq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geqq c + 2 + 9 \qquad \therefore\ c \leqq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leqq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leqq 1 + 8 + c \qquad \therefore\ c \geqq 6$$

3 列目を考えると, $f \geqq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geqq c + 2 + 9 \qquad \therefore\ c \leqq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leqq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leqq 1 + 8 + c \qquad \therefore\ c \geqq 6$$

3 列目を考えると, $f \geqq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geqq c + 2 + 9 \qquad \therefore\ c \leqq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leqq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leqq 1 + 8 + c \qquad \therefore\ c \geqq 6$$

3 列目を考えると, $f \geqq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geqq c + 2 + 9 \qquad \therefore\ c \leqq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない．

$a = 1$ であったとしよう． $i = 9$ となる．

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると， $b \leqq 8$ だから，

$$15 = 1 + b + c \leqq 1 + 8 + c \qquad \therefore \ c \geqq 6$$

3 列目を考えると， $f \geqq 2$ だから，

$$15 = c + f + 9 \geqq c + 2 + 9 \qquad \therefore \ c \leqq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である．

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leqq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leqq 1 + 8 + c \qquad \therefore\ c \geqq 6$$

3 列目を考えると, $f \geqq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geqq c + 2 + 9 \qquad \therefore\ c \leqq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leqq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leqq 1 + 8 + c \qquad \therefore\ c \geqq 6$$

3 列目を考えると, $f \geqq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geqq c + 2 + 9 \qquad \therefore\ c \leqq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

2. 1 は角にこない.

$a = 1$ であったとしよう. $i = 9$ となる.

1	b	c
	5	f
		9

1 行目を考えると, $b \leqq 8$ だから,

$$15 = 1 + b + c \leqq 1 + 8 + c \qquad \therefore\ c \geqq 6$$

3 列目を考えると, $f \geqq 2$ だから,

$$15 = c + f + 9 \geqq c + 2 + 9 \qquad \therefore\ c \leqq 4$$

これが同時に成り立つのは不可能である.

3. 1行目が決まる.

1を含む辺を回転により1行目に持ってきて, $b = 1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき, $a + c = 14$ であるが, $2, \cdots, 8$ から2数を選んで和が14となるのは, 6と8の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3. 1行目が決まる.

1 を含む辺を回転により 1 行目に持ってきて, $b = 1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき, $a + c = 14$ であるが, $2, \cdots, 8$ から2数を選んで和が 14 となるのは, 6 と 8 の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3.　1行目が決まる.

1 を含む辺を回転により 1 行目に持ってきて，　$b = 1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき，　$a + c = 14$ であるが，　$2, \cdots, 8$ から2数を選んで和が 14 となるのは，　6 と 8 の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3.　1 行目が決まる.

1 を含む辺を回転により 1 行目に持ってきて，　$b = 1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき，　$a + c = 14$ であるが，　2, · · · , 8 から2数を選んで和が 14 となるのは，　6 と 8 の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3. 1 行目が決まる.

1 を含む辺を回転により 1 行目に持ってきて， $b = 1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき， $a + c = 14$ であるが， $2, \cdots, 8$ から2数を選んで和が 14 となるのは， 6 と 8 の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3. １行目が決まる.

1 を含む辺を回転により１行目に持ってきて， $b = 1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき， $a + c = 14$ であるが， $2, \cdots, 8$ から2数を選んで和が 14 となるのは， 6 と 8 の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

3.　1 行目が決まる.

1 を含む辺を回転により 1 行目に持ってきて，　$b = 1$ として良い.

a	1	c
	5	
	9	

このとき，　$a + c = 14$ であるが，　$2, \cdots, 8$ から2数を選んで和が 14 となるのは，　6 と 8 の組合せだけ.

8	1	6
	5	
	9	

6	1	8
	5	
	9	

4. 残りの数字は自動的に決まる.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

一方は他方の裏返しであり，同じものとみなされる. ■

4. 残りの数字は自動的に決まる.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

一方は他方の裏返しであり，同じものとみなされる. ■

4. 残りの数字は自動的に決まる.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

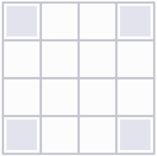
一方は他方の裏返しであり，同じものとみなされる. ■

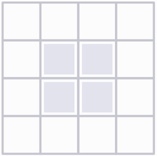
4方陣

定和は $(1 + \cdots + 16) \div 4 = 34$ である.

4方陣の性質

4方陣では「4隅の和」および「中心の4数の和」は どちらも定和 34 に等しい.



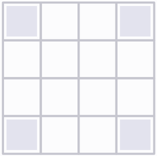


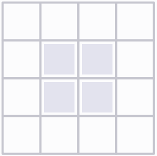
4方陣

定和は $(1+\cdots+16)\div 4 = 34$ である.

4方陣の性質

4方陣では「4隅の和」および「中心の4数の和」は どちらも定和 34 に等しい.



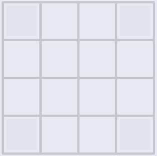


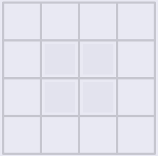
4 方陣

定和は $(1 + \cdots + 16) \div 4 = 34$ である.

4 方陣の性質

4 方陣では「4 隅の和」および「中心の 4 数の和」は どちらも定和 34 に等しい.



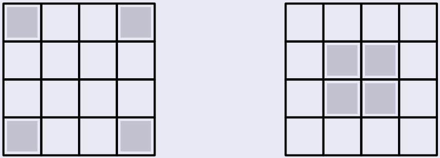


4 方陣

定和は $(1 + \cdots + 16) \div 4 = 34$ である.

4 方陣の性質

4 方陣では「4 隅の和」および「中心の 4 数の和」は どちらも定和 34 に等しい.

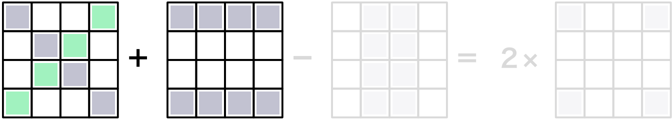


証明：

$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

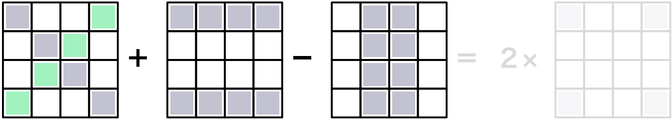
証明：



34 × 2 + 34 × 2 − 34 × 2 = 68

34 × 2 + 34 × 2 − 34 × 2 = 68

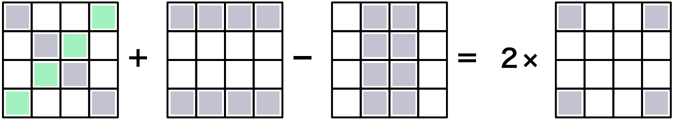
証明：



$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

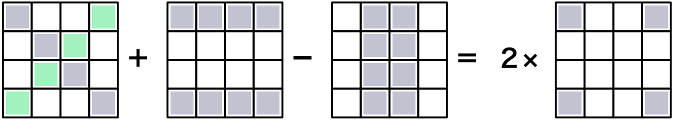
証明：



$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

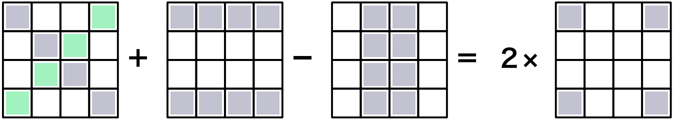
証明：



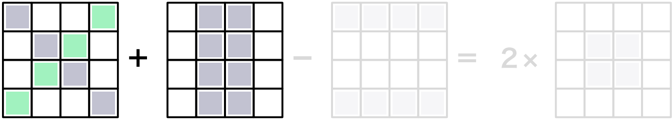
$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

証明：

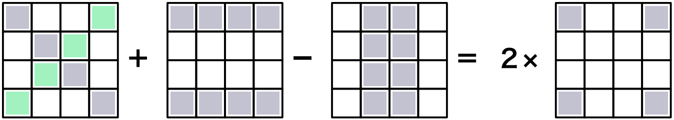


$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

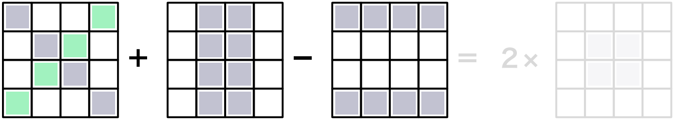


$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

証明：

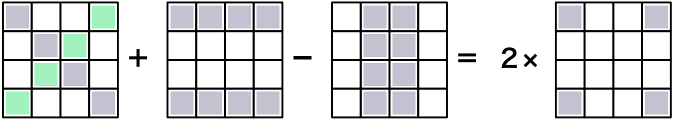


$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

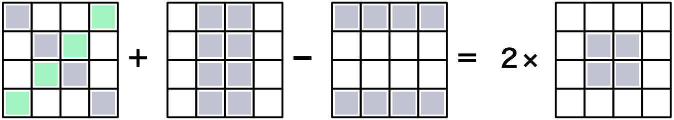


$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

証明：

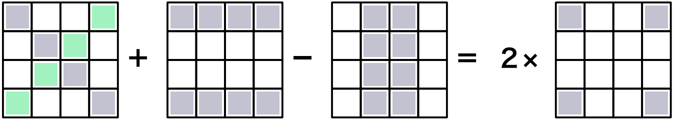


$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

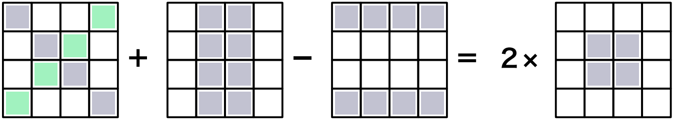


$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$

証明：



$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$



$$34 \times 2 + 34 \times 2 - 34 \times 2 = 68$$

問題

４隅が下図のようになる４方陣を見つけよ.

(1)

1			13
16			4

(2)

1			14
15			4

(答)　(1) 以下の８個

1	8	12	13
7	14	2	11
10	3	15	6
16	9	5	4

1	8	12	13
11	14	2	7
6	3	15	10
16	9	5	4

1	12	8	13
7	14	2	11
10	3	15	6
16	5	9	4

1	12	8	13
11	14	2	7
6	3	15	10
16	5	9	4

1	12	8	13
6	15	3	10
11	2	14	7
16	5	9	4

1	12	8	13
10	15	3	6
7	2	14	11
16	5	9	4

1	8	12	13
6	15	3	10
11	2	14	7
16	9	5	4

1	8	12	13
10	15	3	6
7	2	14	11
16	9	5	4

(2) は自分で探してみて下さい.　（４個あります）

簡単な４方陣の作り方

パソコンがあれば，880 個の全ての４方陣をリストするのに1秒もかからないが，特別な４方陣については規則的な作り方が知られている．

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

簡単な４方陣の作り方

パソコンがあれば，880 個の全ての４方陣をリストするのに1秒もかからないが，特別な４方陣については規則的な作り方が知られている．

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

簡単な４方陣の作り方

パソコンがあれば，880 個の全ての４方陣をリストするのに1秒もかからないが，特別な４方陣については規則的な作り方が知られている．

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

簡単な４方陣の作り方

パソコンがあれば，880 個の全ての４方陣をリストするのに1秒もかからないが，特別な４方陣については規則的な作り方が知られている.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

簡単な４方陣の作り方

パソコンがあれば，880 個の全ての４方陣をリストするのに1秒もかからないが，特別な４方陣については規則的な作り方が知られている.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

簡単な４方陣の作り方

パソコンがあれば，880 個の全ての４方陣をリストするのに1秒もかからないが，特別な４方陣については規則的な作り方が知られている．

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

対角線を対称移動 →

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

同じ方法で 4 の倍数次の魔方陣（8 方陣, 12方陣,···）を作ることができる.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

$\longrightarrow$

64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

同じ方法で 4 の倍数次の魔方陣（8 方陣, 12方陣,$\cdots$）を作ることができる.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

$\longrightarrow$

64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

同じ方法で 4 の倍数次の魔方陣（８方陣, 12方陣,···）を作ることができる.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

$\longrightarrow$

64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

同じ方法で 4 の倍数次の魔方陣（8 方陣, 12方陣,$\cdots$）を作ることができる.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

$\longrightarrow$

64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

奇数方陣の作り方

奇数方陣には良く知られた複数の規則的な作り方がある.

斜行法

(1) 1 行目中央に 1 を入れる.

(2) 順次斜め右上に進みながら, 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて進めないときは, **すぐ下** に入れる.

ただし, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものと考える.

奇数方陣の作り方

奇数方陣には良く知られた複数の規則的な作り方がある.

斜行法

(1) 1 行目中央に 1 を入れる.

(2) 順次斜め右上に進みながら, 2, 3, ⋯ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて進めないときは, **すぐ下** に入れる.

ただし, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものと考える.

奇数方陣の作り方

奇数方陣には良く知られた複数の規則的な作り方がある.

斜行法

(1) 1 行目中央に 1 を入れる.

(2) 順次斜め右上に進みながら, 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて進めないときは, **すぐ下** に入れる.

ただし, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものと考える.

奇数方陣の作り方

奇数方陣には良く知られた複数の規則的な作り方がある.

斜行法

(1) 1 行目中央に 1 を入れる.

(2) 順次斜め右上に進みながら, 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて進めないときは, **すぐ下** に入れる.

ただし, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものと考える.

奇数方陣の作り方

奇数方陣には良く知られた複数の規則的な作り方がある.

斜行法

(1) 1 行目中央に 1 を入れる.

(2) 順次斜め右上に進みながら, 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて進めないときは, **すぐ下** に入れる.

ただし, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものと考える.

奇数方陣の作り方

奇数方陣には良く知られた複数の規則的な作り方がある.

斜行法

(1) 1 行目中央に 1 を入れる.

(2) 順次斜め右上に進みながら，2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら，反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて進めないときは，**すぐ下**に入れる.

ただし，(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものと考える.

奇数方陣の作り方

奇数方陣には良く知られた複数の規則的な作り方がある.

斜行法

(1) 1 行目中央に 1 を入れる.

(2) 順次斜め右上に進みながら，2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら，反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて進めないときは，**すぐ下** に入れる.

ただし，(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものと考える.

奇数方陣の作り方

奇数方陣には良く知られた複数の規則的な作り方がある.

斜行法

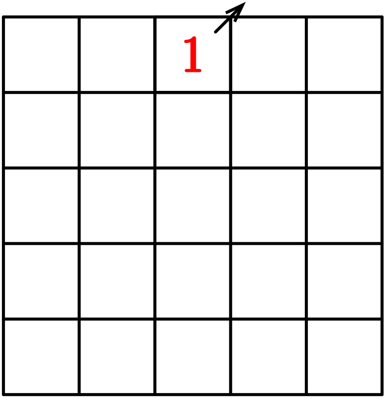
(1) 1 行目中央に 1 を入れる.

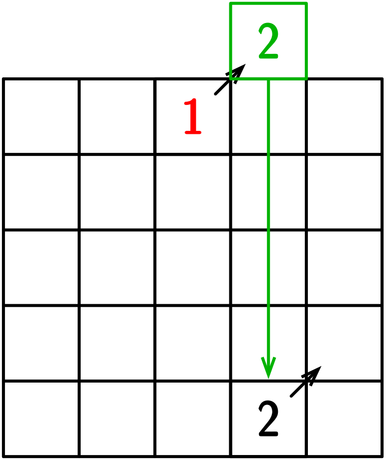
(2) 順次斜め右上に進みながら, 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

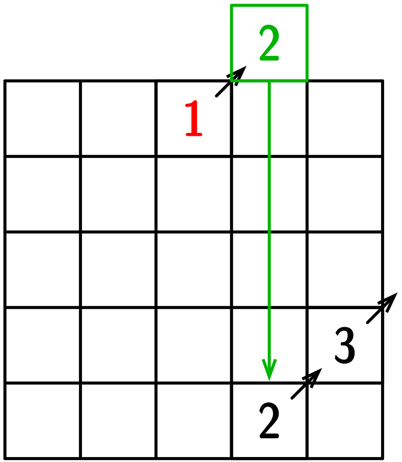
(3) 枠をはみ出したら, 反対側へ入れる.

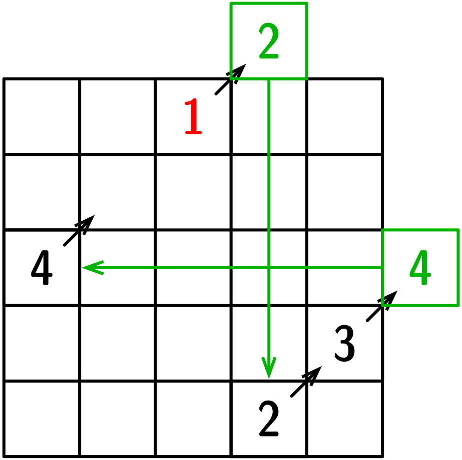
(4) すでに数字が入っていて進めないときは, **すぐ下** に入れる.

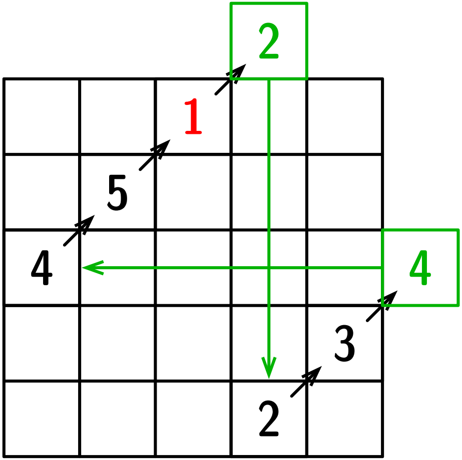
ただし, (3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされているものと考える.

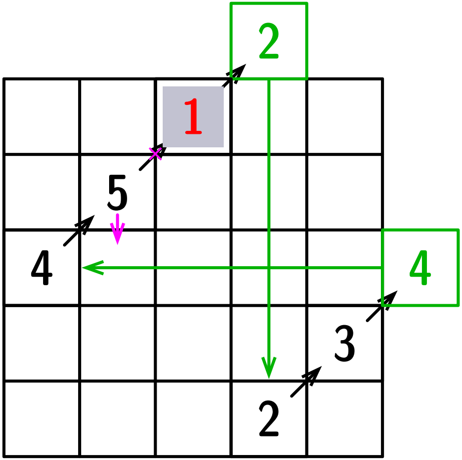

1

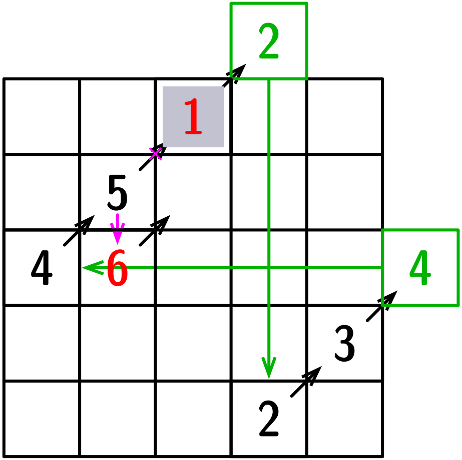

2
1
2


2
1
3
2

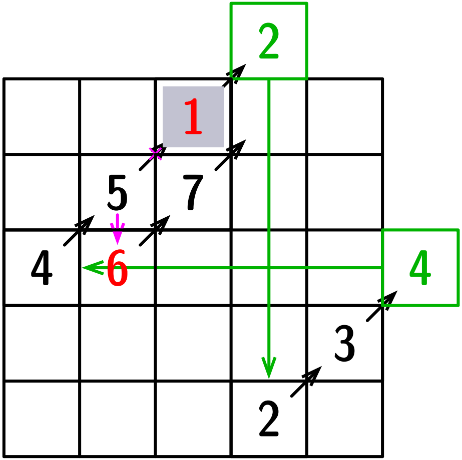

2
1
4
4
3
2


2
1
5
4
4
3
2

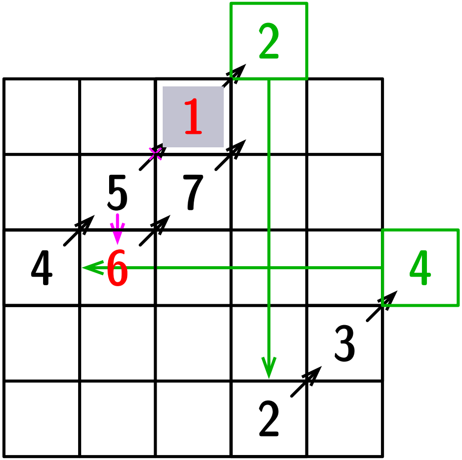

2
1
5
4
4
3
2



2
1
5
4
6
4
3
2

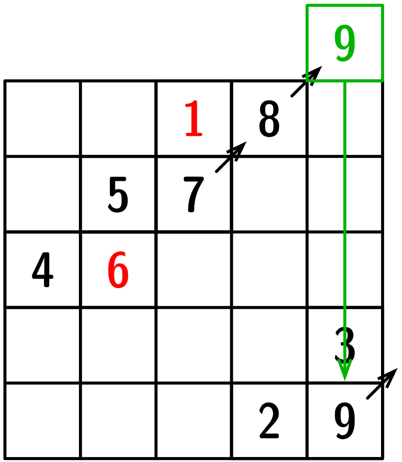


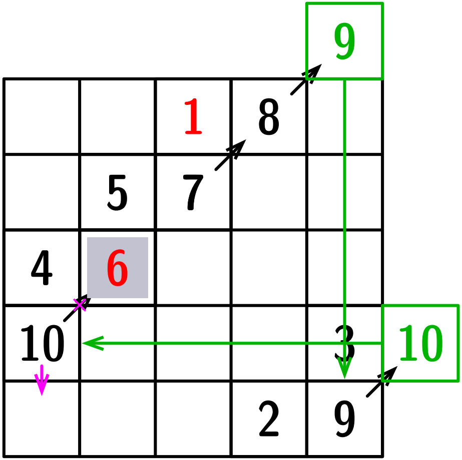
2
1
5
7
4
6
4
3
2


2
1
5
7
4
6
4
3
2

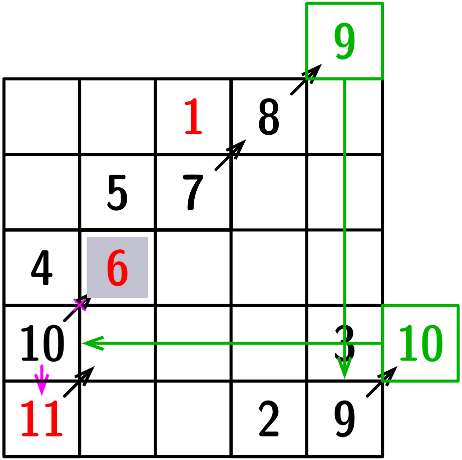
		1		
	5	7		
4	6			
				3
			2	

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	

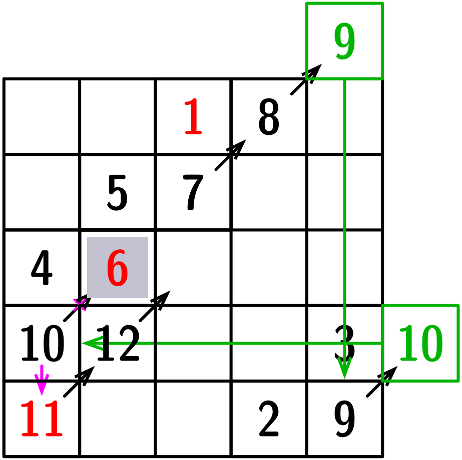

9
1 8
5 7
4 6
3
2 9

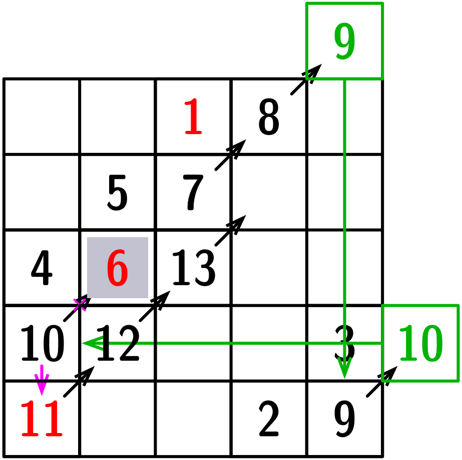


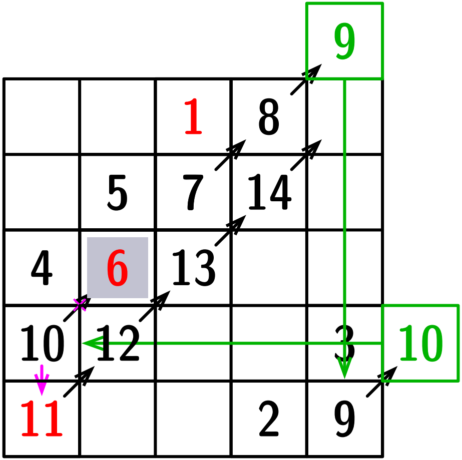
9
1
8
5
7
4
6
10
3
10
2
9

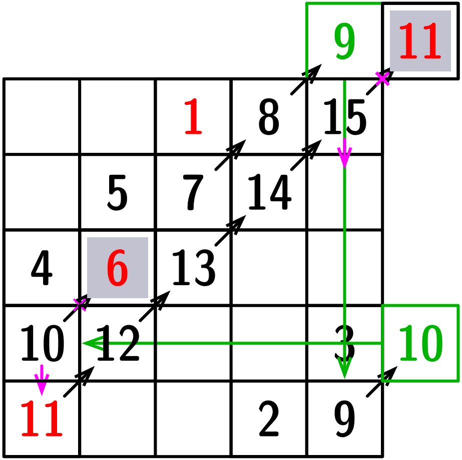


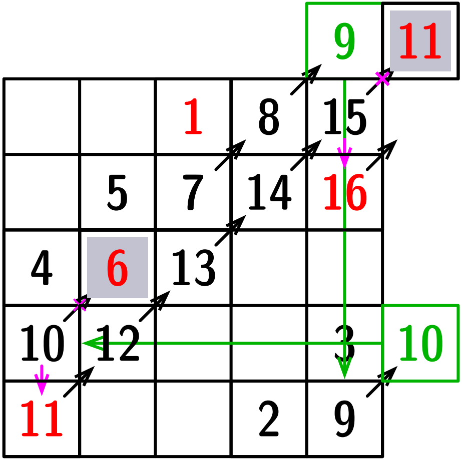
9
1
8
5
7
4
6
10
3
10
11
2
9


9
1
8
5
7
4
6
10
12
3
10
11
2
9

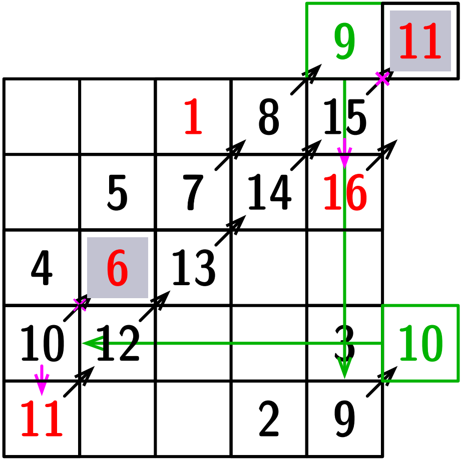

9
1
8
5
7
4
6
13
10
12
3
10
11
2
9


9
1
8
5
7
14
4
6
13
10
12
3
10
11
2
9

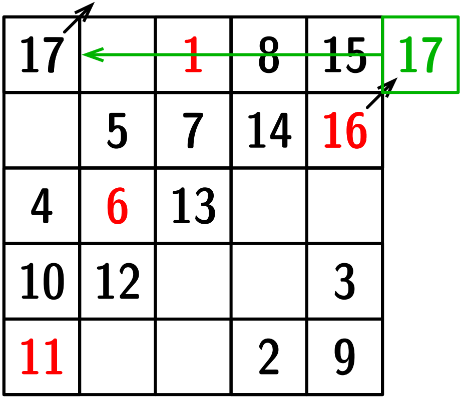

9 11
1 8 15
5 7 14
4 6 13
10 12 3 10
11 2 9



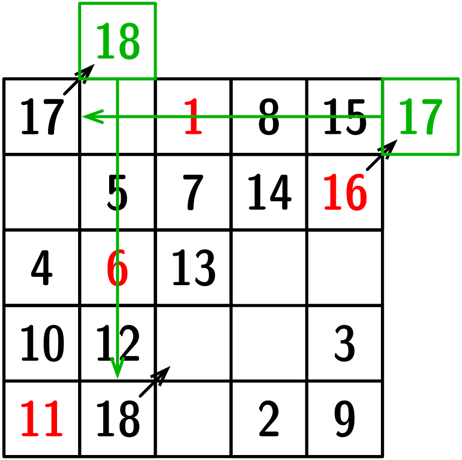
9
11
1
8
15
5
7
14
16
4
6
13
10
12
3
10
11
2
9

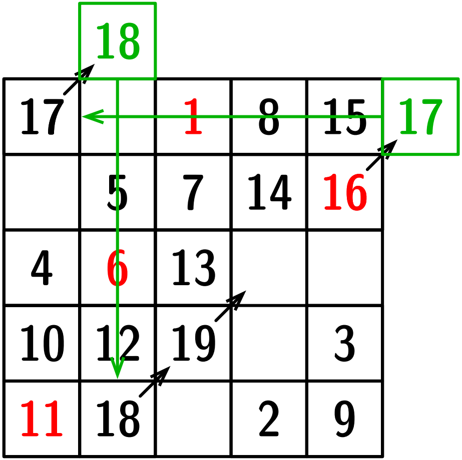

9
11
1
8
15
5
7
14
16
4
6
13
10
12
3
10
11
2
9

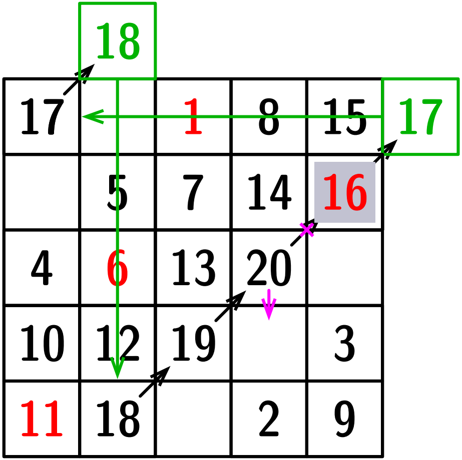
		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

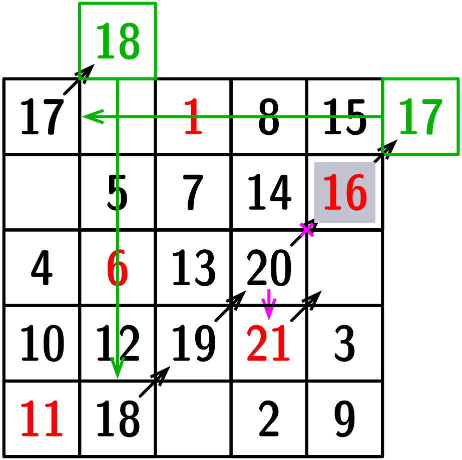


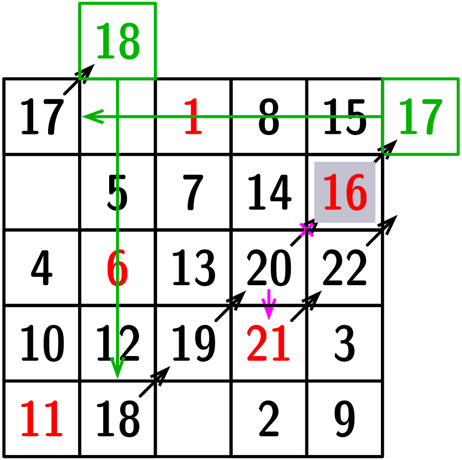
17
1
8
15
17
5
7
14
16
4
6
13
10
12
3
11
2
9

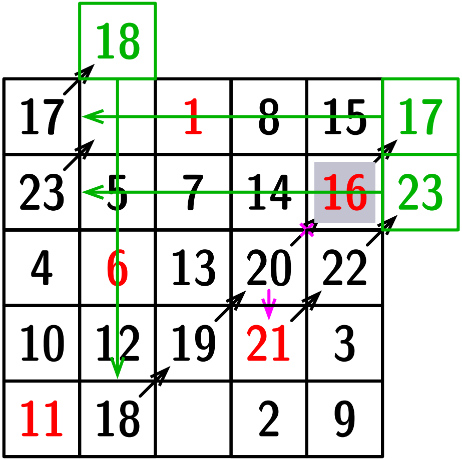

18
17 1 8 15 17
5 7 14 16
4 6 13
10 12 3
11 18 2 9

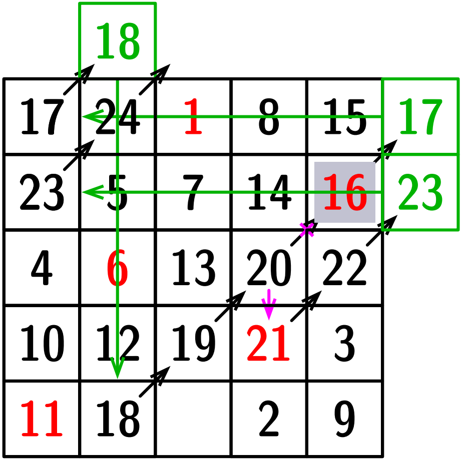

18
17
1
8
15
17
5
7
14
16
4
6
13
10
12
19
3
11
18
2
9

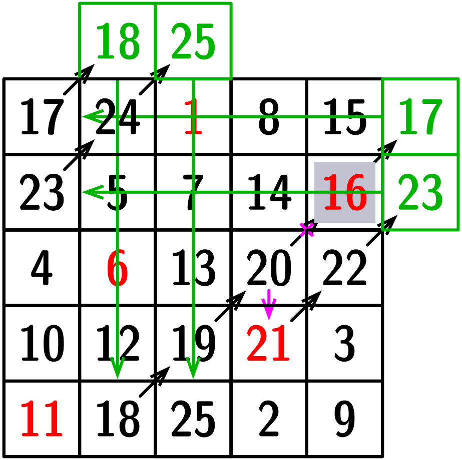

18
17 1 8 15 17
5 7 14 16
4 6 13 20
10 12 19 3
11 18 2 9

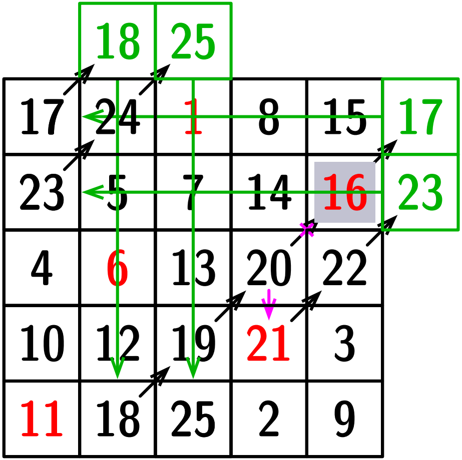

18
17 1 8 15 17
5 7 14 16
4 6 13 20
10 12 19 21 3
11 18 2 9


18
17 1 8 15 17
5 7 14 16
4 6 13 20 22
10 12 19 21 3
11 18 2 9


18
17
1
8
15
17
23
5
7
14
16
23
4
6
13
20
22
10
12
19
21
3
11
18
2
9


18
17 24 1 8 15 17
23 5 7 14 16 23
4 6 13 20 22
10 12 19 21 3
11 18 2 9


18 25
17 24 1 8 15 17
23 5 7 14 16 23
4 6 13 20 22
10 12 19 21 3
11 18 25 2 9


18 25
17 24 1 8 15 17
23 5 7 14 16 23
4 6 13 20 22
10 12 19 21 3
11 18 25 2 9

		1		

		1		
			2	

		1		
				3
			2	

		1		
4				
				3
			2	

		1		
	5			
4				
				3
			2	

		1		
	5			
4	6			
				3
			2	

		1		
	5	7		
4	6			
				3
			2	

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6			
10				3
			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6			
10				3
11			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6			
10	12			3
11			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

		1	8	
	5	7	14	
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

		1	8	15
	5	7	14	
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12	19		3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	
10	12	19		3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17		1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

バシェーの方法（16世紀フランスの数学者）

(1) 元の方陣よりひとまわり大きい45°回転した方陣を考える.

(2) 中央上端に1を入れ，順次右下へ 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 元の方陣をはみ出した数字を反対側の空きへ入れる.

やはり，(3)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

バシェーの方法（16世紀フランスの数学者）

(1) 元の方陣よりひとまわり大きい45°回転した方陣を考える.

(2) 中央上端に1を入れ，順次右下へ 2, 3, ··· を入れてゆく.

(3) 元の方陣をはみ出した数字を反対側の空きへ入れる.

やはり，(3)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

バシェーの方法（16世紀フランスの数学者）

(1) 元の方陣よりひとまわり大きい45°回転した方陣を考える．

(2) 中央上端に1を入れ，順次右下へ 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく．

(3) 元の方陣をはみ出した数字を反対側の空きへ入れる．

やはり，(3)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える．

バシェーの方法（16世紀フランスの数学者）

(1) 元の方陣よりひとまわり大きい45°回転した方陣を考える.

(2) 中央上端に1を入れ，順次右下へ 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 元の方陣をはみ出した数字を反対側の空きへ入れる.

やはり，(3)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

バシェーの方法（16世紀フランスの数学者）

(1) 元の方陣よりひとまわり大きい45°回転した方陣を考える.

(2) 中央上端に1を入れ，順次右下へ 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 元の方陣をはみ出した数字を反対側の空きへ入れる.

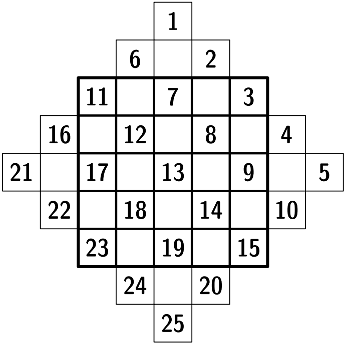
やはり，(3)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

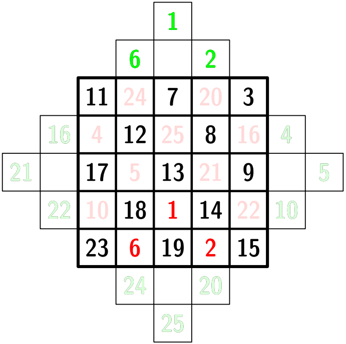
				1				
			6		2			
		11		7		3		
	16		12		8		4	
21		17		13		9		5
	22		18		14		10	
		23		19		15		
			24		20			
				25				

				1				
			6		2			
		11	24	7	20	3		
	16	4	12	25	8	16	4	
21		17	5	13	21	9		5
	22	10	18	1	14	22	10	
		23	6	19	2	15		
			24		20			
				25				

				1				
			6		2			
		11		7		3		
	16		12		8		4	
21		17		13		9		5
	22		18		14		10	
		23		19		15		
			24		20			
				25				

				1				
			6		2			
		11	24	7	20	3		
	16	4	12	25	8	16	4	
21		17	5	13	21	9		5
	22	10	18	1	14	22	10	
		23	6	19	2	15		
			24		20			
				25				


1
6 2
11 7 3
16 12 8 4
21 17 13 9 5
22 18 14 10
23 19 15
24 20
25


1
6 2
11 24 7 20 3
16 4 12 25 8 16 4
21 17 5 13 21 9 5
22 10 18 1 14 22 10
23 6 19 2 15
24 20
25

				1				
			6		2			
		11		7		3		
	16		12		8		4	
21		17		13		9		5
	22		18		14		10	
		23		19		15		
			24		20			
				25				

				1				
			6		2			
		11	24	7	20	3		
	16	4	12	25	8	16	4	
21		17	5	13	21	9		5
	22	10	18	1	14	22	10	
		23	6	19	2	15		
			24		20			
				25				

				1				
			6		2			
		11		7		3		
	16		12		8		4	
21		17		13		9		5
	22		18		14		10	
		23		19		15		
			24		20			
				25				

				1				
			6		2			
		11	24	7	20	3		
	16	4	12	25	8	16	4	
21		17	5	13	21	9		5
	22	10	18	1	14	22	10	
		23	6	19	2	15		
			24		20			
				25				

				1				
			6		2			
		11		7		3		
	16		12		8		4	
21		17		13		9		5
	22		18		14		10	
		23		19		15		
			24		20			
				25				

				1				
			6		2			
		11	24	7	20	3		
	16	4	12	25	8	16	4	
21		17	5	13	21	9		5
	22	10	18	1	14	22	10	
		23	6	19	2	15		
			24		20			
				25				

桂馬飛び法（3の倍数でない場合に使える）

(1) どこでも良いから 1 を入れる.

(2) 右下桂馬の位置に 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら，反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて飛べないときは，左下 に入れる.

やはり，(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

桂馬飛び法（3の倍数でない場合に使える）

(1) どこでも良いから 1 を入れる.

(2) 右下桂馬の位置に 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら，反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて飛べないときは，左下 に入れる.

やはり，(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

桂馬飛び法（3の倍数でない場合に使える）

(1) どこでも良いから 1 を入れる.

(2) 右下桂馬の位置に 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら，反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて飛べないときは，左下 に入れる.

やはり，(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

桂馬飛び法（3の倍数でない場合に使える）

(1) どこでも良いから 1 を入れる.

(2) 右下桂馬の位置に 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら，反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて飛べないときは，左下 に入れる.

やはり，(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

桂馬飛び法（3の倍数でない場合に使える）

(1) どこでも良いから 1 を入れる.

(2) 右下桂馬の位置に 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

(3) 枠をはみ出したら，反対側へ入れる.

(4) すでに数字が入っていて飛べないときは，**左下** に入れる.

やはり，(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

桂馬飛び法（3の倍数でない場合に使える）

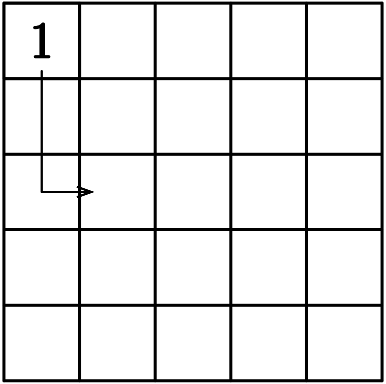
(1) どこでも良いから 1 を入れる.

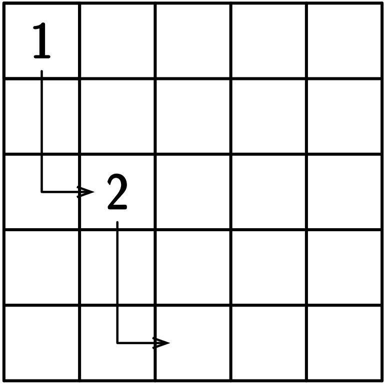
(2) 右下桂馬の位置に 2, 3, $\cdots$ を入れてゆく.

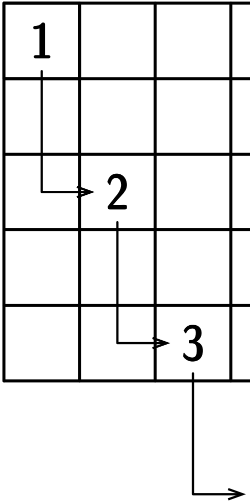
(3) 枠をはみ出したら，反対側へ入れる.

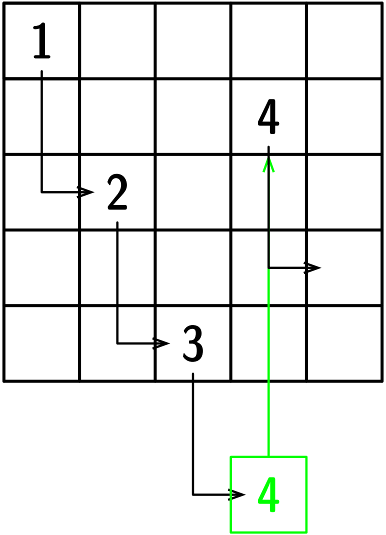
(4) すでに数字が入っていて飛べないときは，**左下** に入れる.

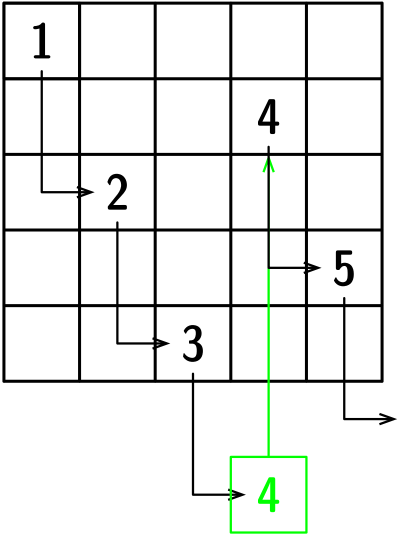
やはり，(3), (4)では上と下の辺および左と右の辺が糊付けされていると考える.

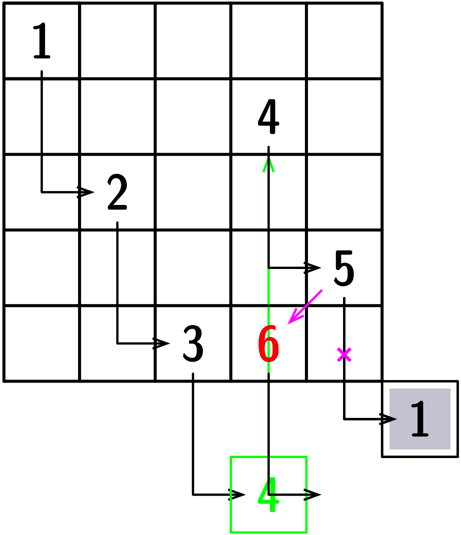

1


1
2

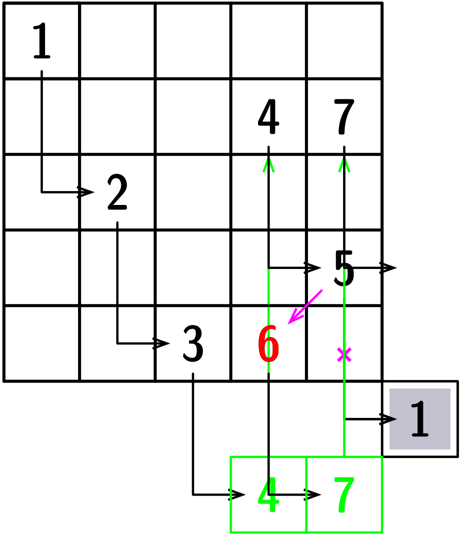

1
2
3

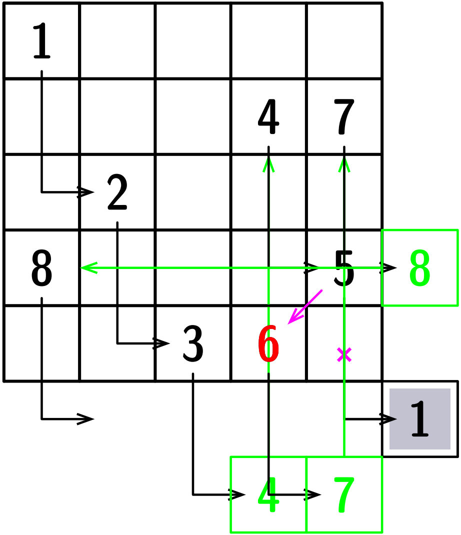

1
4
2
3
4


1
4
2
5
3
4

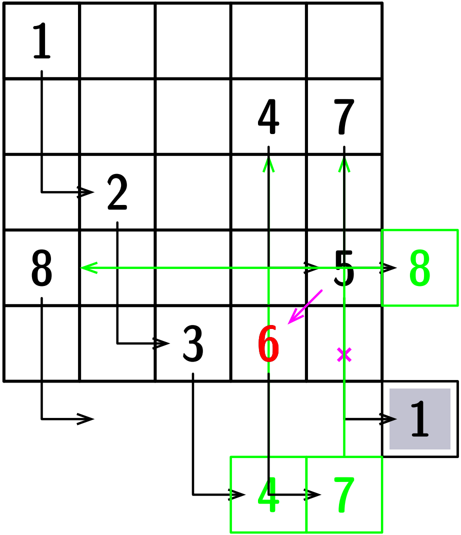


1
4
2
5
3
6
1
4


1
4
7
2
5
3
6
1
4
7

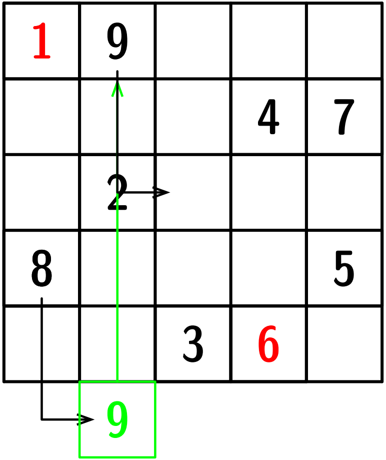


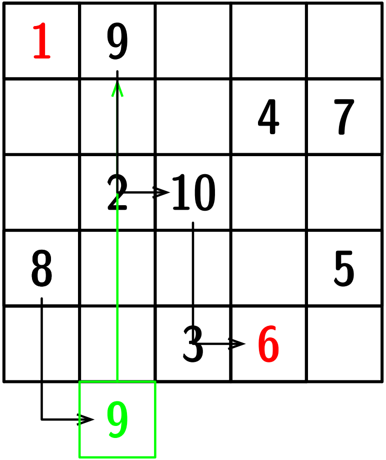
1
4
7
2
8
5
8
3
6
1
4
7

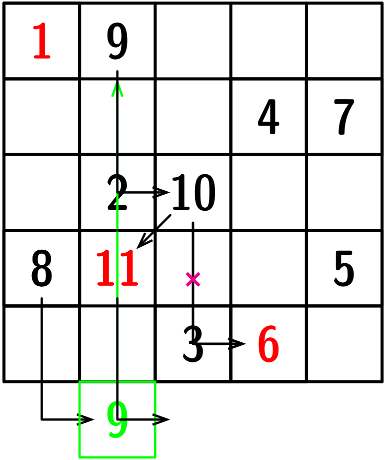


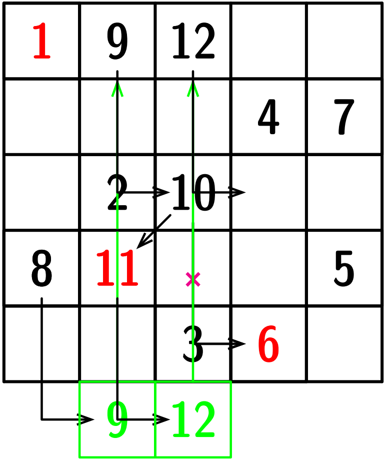
1
4
7
2
8
5
8
3
6
1
4
7

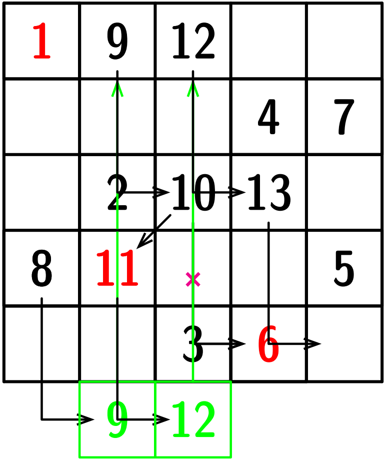
1				
			4	7
	2			
8				5
		3	6	

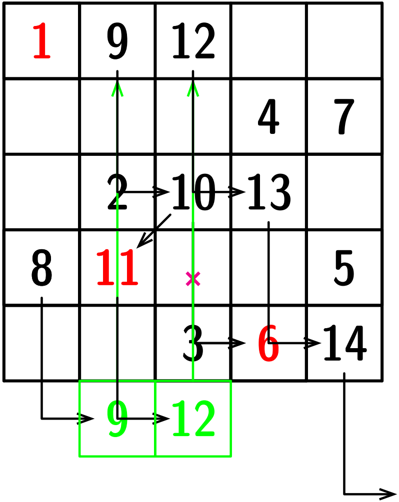

1
9
4
7
2
8
5
3
6
9

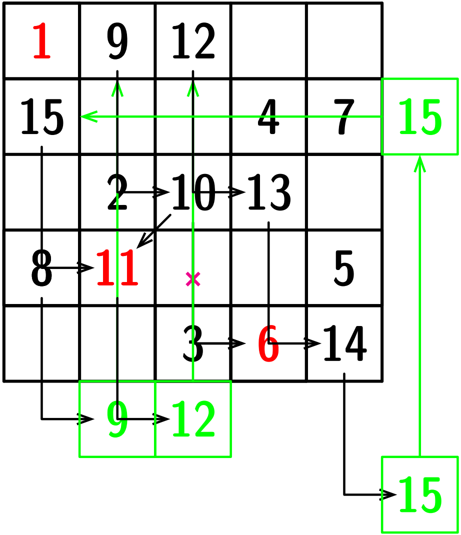

1
9
4
7
2
10
8
5
3
6
9

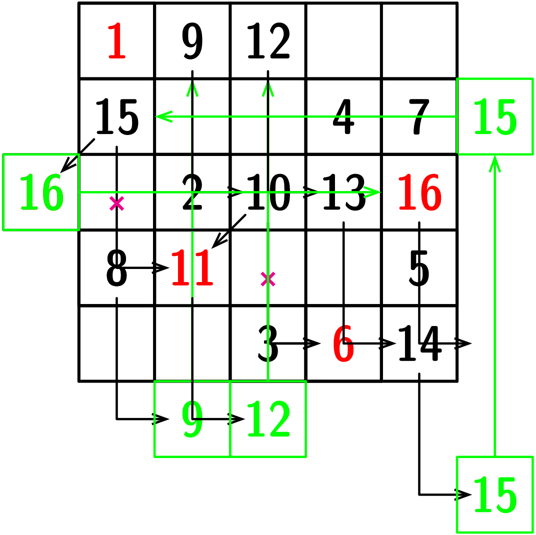

1
9
4
7
2
10
8
11
5
3
6
9

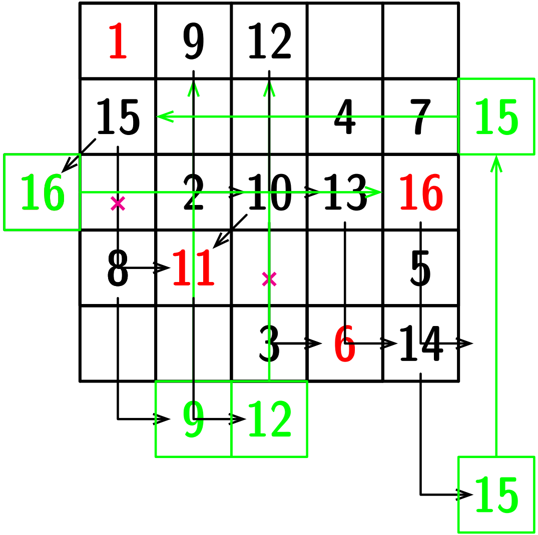

1
9
12
4
7
2
10
8
11
5
3
6
9
12


1
9
12
4
7
2
10
13
8
11
5
3
6
9
12


1
9
12
4
7
2
10
13
8
11
5
3
6
14
9
12

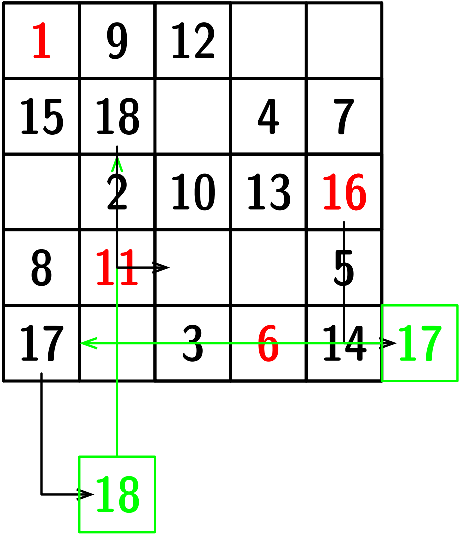

1
9
12
15
4
7
15
2
10
13
8
11
5
3
6
14
9
12
15

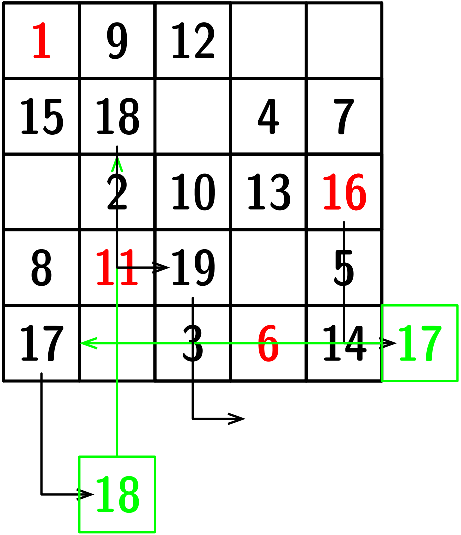

1
9
12
15
4
7
15
16
2
10
13
16
8
11
5
3
6
14
9
12
15

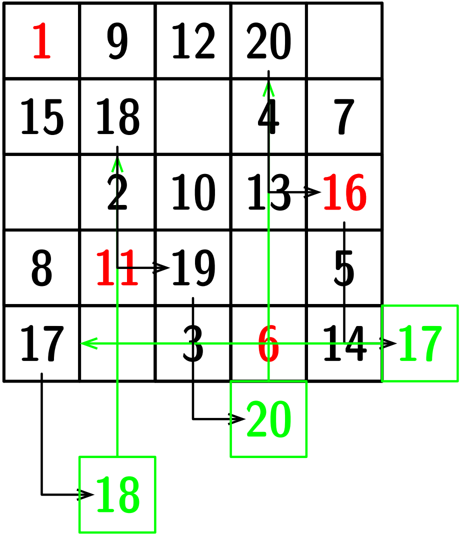

1
9
12
15
4
7
15
16
2
10
13
16
8
11
5
3
6
14
9
12
15

1	9	12		
15			4	7
	2	10	13	16
8	11			5
		3	6	14

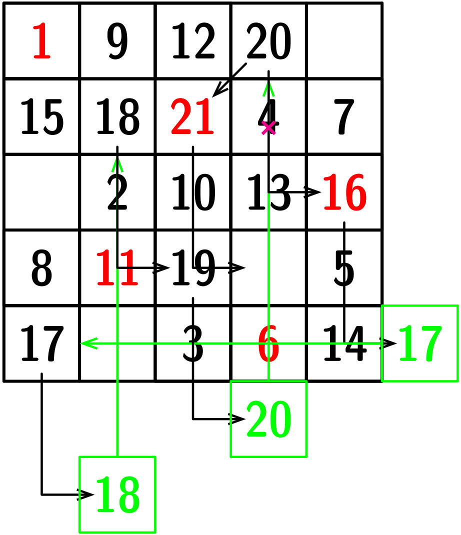
1	9	12			
15			4	7	
	2	10	13	16	
8	11			5	
17		3	6	14	17

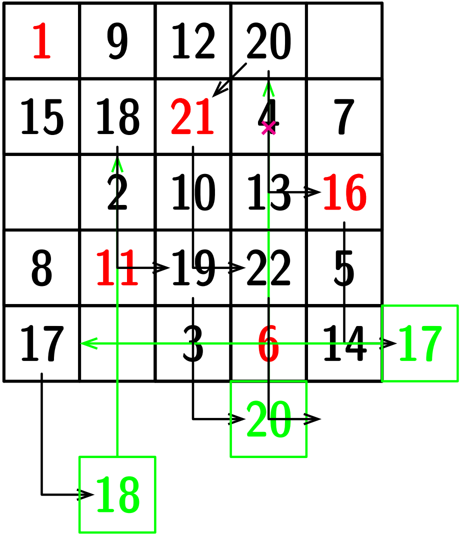

1 9 12
15 18 4 7
2 10 13 16
8 11 5
17 3 6 14
17
18


1 9 12
15 18 4 7
2 10 13 16
8 11 19 5
17 3 6 14 17
18

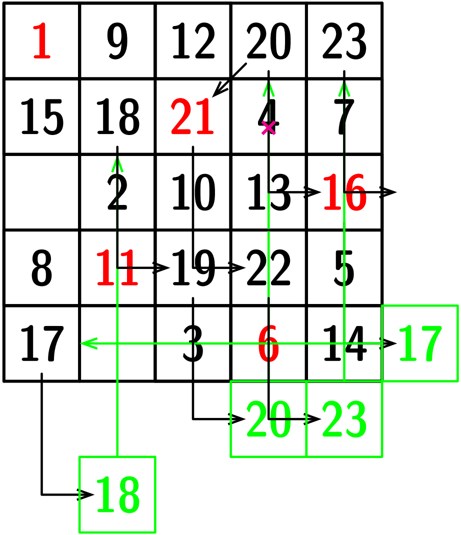


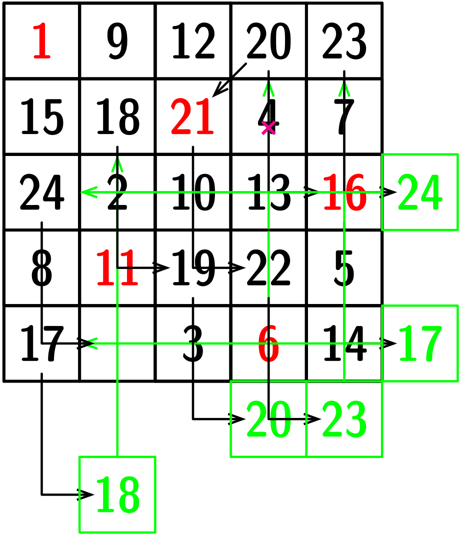
1 9 12 20
15 18 4 7
2 10 13 16
8 11 19 5
17 3 6 14
17
20
18

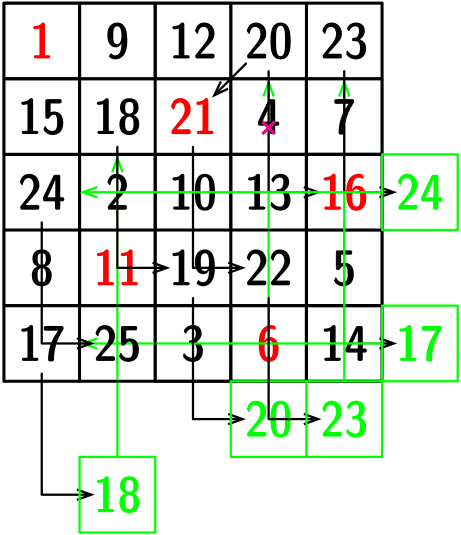

1 9 12 20
15 18 21 4 7
2 10 13 16
8 11 19 5
17 3 6 14 17
20
18

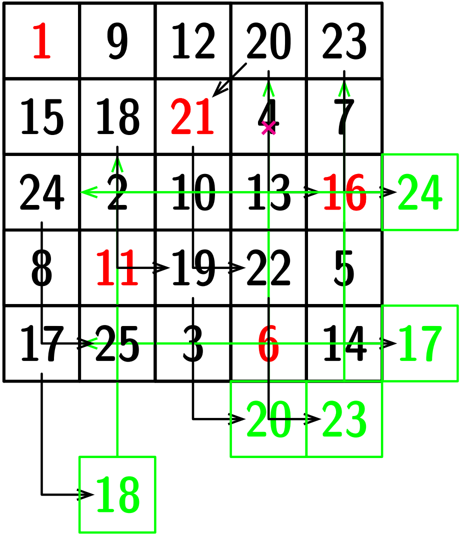


1 9 12 20
15 18 21 4 7
2 10 13 16
8 11 19 22 5
17 3 6 14 17
20
18


1 9 12 20 23
15 18 21 4 7
2 10 13 16
8 11 19 22 5
17 3 6 14 17
20 23
18


1 9 12 20 23
15 18 21 4 7
24 2 10 13 16 24
8 11 19 22 5
17 3 6 14 17
20 23
18


1 9 12 20 23
15 18 21 4 7
24 2 10 13 16 24
8 11 19 22 5
17 25 3 6 14 17
20 23
18


1 9 12 20 23
15 18 21 4 7
24 2 10 13 16 24
8 11 19 22 5
17 25 3 6 14 17
20 23
18

1				

1				
	2			

1				
	2			
		3		

1				
			4	
	2			
		3		

1				
			4	
	2			
				5
		3		

1				
			4	
	2			
				5
		3	6	

1				
			4	7
	2			
				5
		3	6	

1				
			4	7
	2			
8				5
		3	6	

1	9			
			4	7
	2			
8				5
		3	6	

1	9			
			4	7
	2	10		
8				5
		3	6	

1	9			
			4	7
	2	10		
8	11			5
		3	6	

1	9	12		
			4	7
	2	10		
8	11			5
		3	6	

1	9	12		
			4	7
	2	10	13	
8	11			5
		3	6	

1	9	12		
			4	7
	2	10	13	
8	11			5
		3	6	14

1	9	12		
15			4	7
	2	10	13	
8	11			5
		3	6	14

1	9	12		
15			4	7
	2	10	13	16
8	11			5
		3	6	14

1	9	12		
15			4	7
	2	10	13	16
8	11			5
17		3	6	14

1	9	12		
15	18		4	7
	2	10	13	16
8	11			5
17		3	6	14

1	9	12		
15	18		4	7
	2	10	13	16
8	11	19		5
17		3	6	14

1	9	12	20	
15	18		4	7
	2	10	13	16
8	11	19		5
17		3	6	14

1	9	12	20	
15	18	21	4	7
	2	10	13	16
8	11	19		5
17		3	6	14

1	9	12	20	
15	18	21	4	7
	2	10	13	16
8	11	19	22	5
17		3	6	14

1	9	12	20	23
15	18	21	4	7
	2	10	13	16
8	11	19	22	5
17		3	6	14

1	9	12	20	23
15	18	21	4	7
24	2	10	13	16
8	11	19	22	5
17		3	6	14

1	9	12	20	23
15	18	21	4	7
24	2	10	13	16
8	11	19	22	5
17	25	3	6	14

1	9	12	20	23
15	18	21	4	7
24	2	10	13	16
8	11	19	22	5
17	25	3	6	14

課題

それぞれの方法で7方陣を作ってみよ.

斜行法

30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20

バシェーの方法

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	29
21	39	8	33	2	27	45
46	15	49	9	34	3	28

桂馬飛び法

1	31	12	42	16	46	27
39	20	43	24	5	35	9
28	2	32	13	36	17	47
10	40	21	44	25	6	29
48	22	3	33	14	37	18
30	11	41	15	45	26	7
19	49	23	4	34	8	38

完全魔方陣

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.
（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

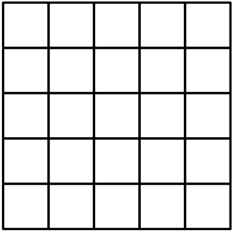
完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.
（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11



完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.
（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を

完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を

完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.
（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を
完全魔方陣とか**汎魔方陣**と呼ぶ.
（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.
（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.
（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.
（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

完全魔方陣

完全魔方陣

対角線に平行な斜めの数の和も全て一致するような魔方陣を**完全魔方陣**とか**汎魔方陣**と呼ぶ.

（左右の辺を糊付けした円筒を考えている）

例

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

7	11	23	5	19
3	20	9	12	21
14	22	1	18	10
16	8	15	24	2
25	4	17	6	13

４次の完全魔方陣は 880 個中 48 (= 3 × 16) 個,

５次の完全魔方陣は 275305224 個中 3600 (= 144 × 25) 個.

完全魔方陣の行や列をシフトしても，また完全魔方陣になる.

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

⟶

12	13	8	1
6	3	10	15
9	16	5	4
7	2	11	14

これらは完全魔方陣としては，本質的に同じものと考えられる.

４次の完全魔方陣は 880 個中 48 (= 3×16) 個,

５次の完全魔方陣は 275305224 個中 3600 (= 144×25) 個.

完全魔方陣の行や列をシフトしても，また完全魔方陣になる.

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

$\longrightarrow$

12	13	8	1
6	3	10	15
9	16	5	4
7	2	11	14

これらは完全魔方陣としては，本質的に同じものと考えられる.

４次の完全魔方陣は 880 個中 48 (= 3 × 16) 個,

５次の完全魔方陣は 275305224 個中 3600 (= 144 × 25) 個.

完全魔方陣の行や列をシフトしても，また完全魔方陣になる.

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

$\longrightarrow$

12	13	8	1
6	3	10	15
9	16	5	4
7	2	11	14

これらは完全魔方陣としては，本質的に同じものと考えられる.

4 次の完全魔方陣は 880 個中 48 $(= 3 \times 16)$ 個,

5 次の完全魔方陣は 275305224 個中 3600 $(= 144 \times 25)$ 個.

完全魔方陣の行や列をシフトしても．また完全魔方陣になる．

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

$\longrightarrow$

12	13	8	1
6	3	10	15
9	16	5	4
7	2	11	14

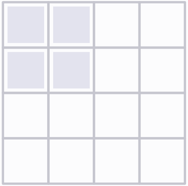
これらは完全魔方陣としては，本質的に同じものと考えられる．

４次の完全魔方陣

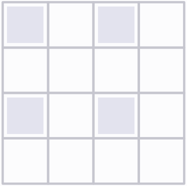
４次の完全魔方陣の性質 1.

４次 の完全魔方陣では以下の４数の和も 34 になる.

(a)



(b)

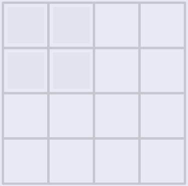


４次の完全魔方陣

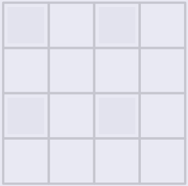
４次の完全魔方陣の性質 1.

４次 の完全魔方陣では以下の４数の和も 34 になる.

(a)



(b)

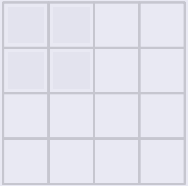


４次の完全魔方陣

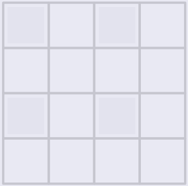
４次の完全魔方陣の性質 1.

４次 の完全魔方陣では以下の４数の和も 34 になる.

(a)



(b)

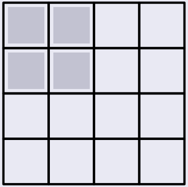


４次の完全魔方陣

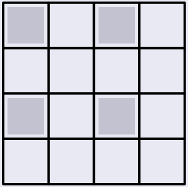
４次の完全魔方陣の性質 1.

４次 の完全魔方陣では以下の４数の和も 34 になる.

(a)



(b)



証明：

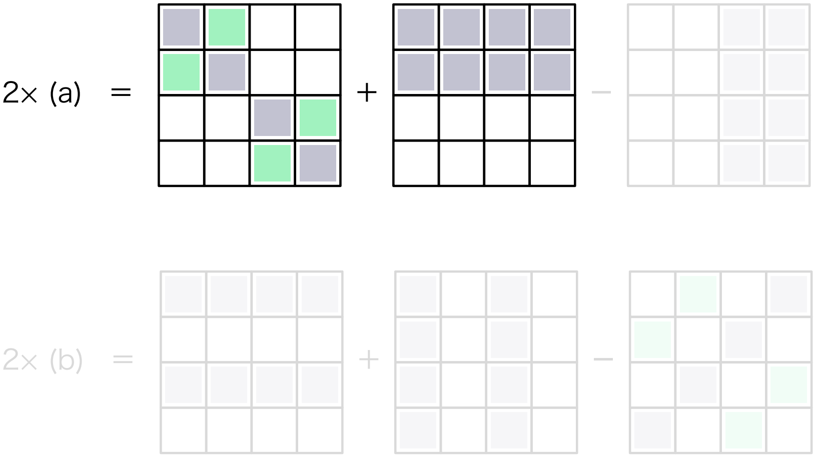
証明：

2× (a) = + −

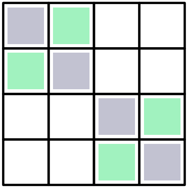
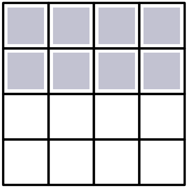
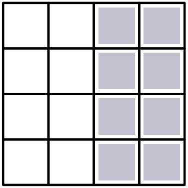
2× (b) = + −

証明：

証明：



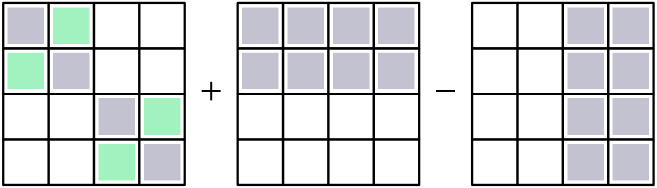
証明：

$2\times$ (a) $=$  $+$  $-$ 

$2\times$ (b) $=$ $+$ $-$

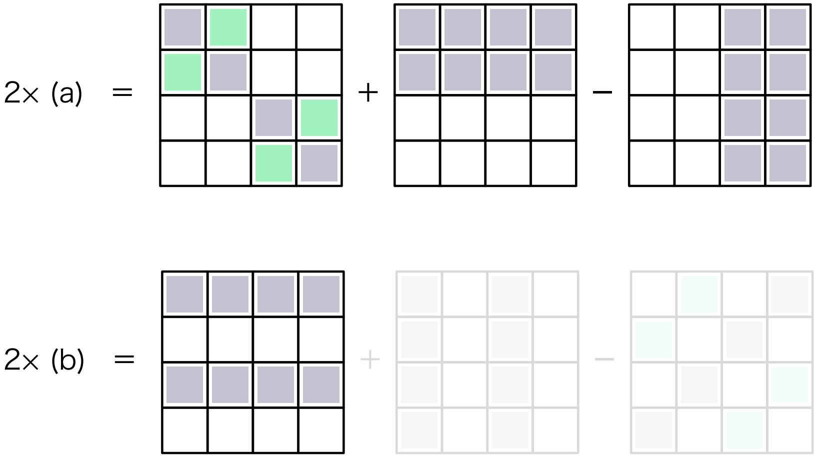
証明：

2× (a) =



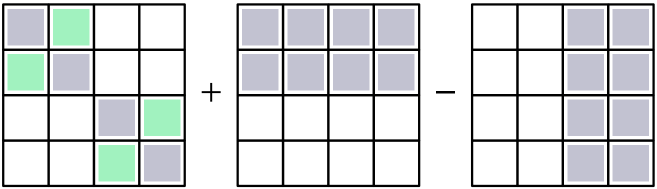
2× (b) =

証明：

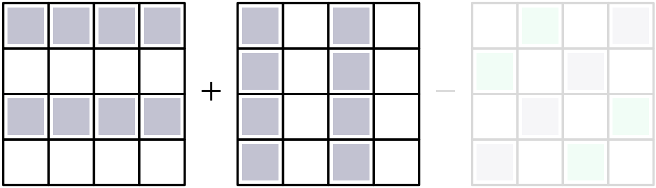


証明：

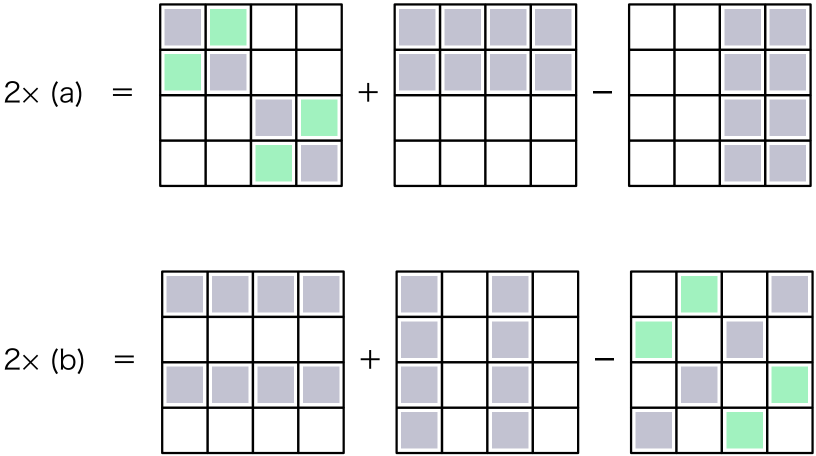
2× (a) =



2× (b) =



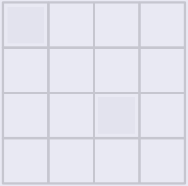
証明：



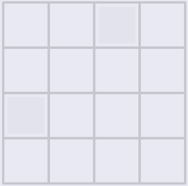
４次の完全魔方陣の性質 2.

以下の２数の和は17.

(c)



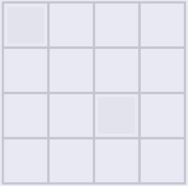
(c')



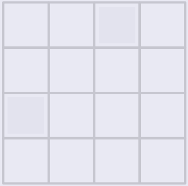
４次の完全魔方陣の性質 2.

以下の２数の和は17.

(c)



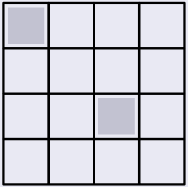
(c’)



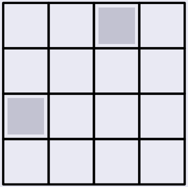
４次の完全魔方陣の性質 2.

以下の２数の和は17.

(c)



(c’)



証明： 1.(b) と次を用いる

(c) − (c’) = − = 0

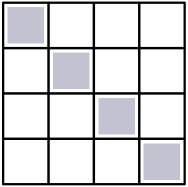
証明： 1.(b) と次を用いる

(c) − (c’) ＝ − ＝ 0

証明： 1.(b) と次を用いる

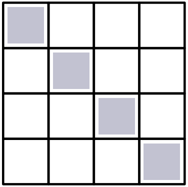
(c) − (c’) ＝ − ＝ 0

証明： 1.(b) と次を用いる

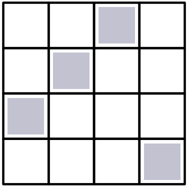
(c) − (c’) =  − = 0

証明： 1.(b) と次を用いる

(c) − (c’) =

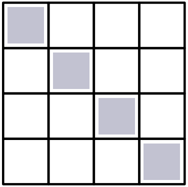
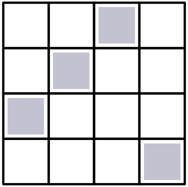


−



= 0

証明： 1.(b) と次を用いる

(c) − (c’) ＝  −  ＝ 0

定理

全ての完全４方陣は次の３つの方陣から行や列のシフトと回転・鏡像により作れる．(本質的にはこの３種類しかない)

1	12	6	15
8	13	3	10
11	2	16	5
14	7	9	4

1	8	10	15
12	13	3	6
7	2	16	9
14	11	5	4

1	14	4	15
8	11	5	10
13	2	16	3
12	7	9	6

定理

全ての完全４方陣は次の３つの方陣から行や列のシフトと回転・鏡像により作れる．(本質的にはこの３種類しかない)

1	12	6	15
8	13	3	10
11	2	16	5
14	7	9	4

1	8	10	15
12	13	3	6
7	2	16	9
14	11	5	4

1	14	4	15
8	11	5	10
13	2	16	3
12	7	9	6

証明： 完全方陣を考える際には，全てのマスから 1 を引き，0 〜 15 を使った魔方陣を考えると都合が良い，

こうすると **1.** (a), (b) の和は 30，**2.** (c), (c') の和は 15 となる．

証明：　完全方陣を考える際には，全てのマスから 1 を引き，0 〜 15 を使った魔方陣を考えると都合が良い，

こうすると **1.** (a), (b) の和は 30，**2.** (c), (c’) の和は 15 となる．

証明： 完全方陣を考える際には，全てのマスから 1 を引き，0 〜 15 を使った魔方陣を考えると都合が良い，

こうすると **1.** (a), (b) の和は 30，**2.** (c), (c’) の和は 15 となる．

0			

まず，シフト操作により，0を(1, 1)に持って来れば，

0			
		15	

まず，シフト操作により，0を(1, 1)に持って来れば，

2. (c)より 15 は(3, 3) に入る.

0			
		b	
	a	15	c
		d	

15 の周りの４数を a, b, c, d とおく.

0			$15 - a$
		b	
	a	**15**	***c***
		d	

1., **2.** の性質により，他のマス目を a，b，c，d を用いて表していくと．．．

0	15 – *c*		15 – *a*
		b	
	a	**15**	***c***
		d	

0	15 – *c*		15 – *a*
		b	
	a	**15**	***c***
15 – *b*		***d***	

0	15 – *c*		15 – *a*
15 – *d*		***b***	
	a	**15**	***c***
15 – *b*		***d***	

0	15 – *c*		15 – *a*
15 – *d*		***b***	
	a	**15**	***c***
15 – *b*		***d***	

0	15 – *c*		15 – *a*
15 – *d*		***b***	
	a	**15**	***c***
15 – *b*		***d***	*a* + *b*

0	15 – c		15 – a
15 – d		***b***	
	a	**15**	***c***
15 – b		***d***	$a + b$

0	15 – *c*		15 – *a*
15 – *d*	*c* + *d*	***b***	
	a	**15**	***c***
15 – *b*		***d***	*a* + *b*

0	15 – *c*		15 – *a*
15 – *d*	*c* + *d*	***b***	
	a	**15**	***c***
15 – *b*		***d***	*a* + *b*

0	15 – c		15 – a
15 – d	$c + d$	***b***	$a + d$
	a	**15**	***c***
15 – b		***d***	$a + b$

0	15 – *c*		15 – *a*
15 – *d*	*c* + *d*	***b***	*a* + *d*
	a	**15**	***c***
15 – *b*		***d***	*a* + *b*

0	15 – *c*		15 – *a*
15 – *d*	*c* + *d*	***b***	*a* + *d*
	a	**15**	***c***
15 – *b*	*b* + *c*	***d***	*a* + *b*

0	15 – *c*		15 – *a*
15 – *d*	*c* + *d*	***b***	*a* + *d*
	a	**15**	***c***
15 – *b*	*b* + *c*	***d***	*a* + *b*

0	15 – c	$a + c$	15 – a
15 – d	$c + d$	$\boldsymbol{b}$	$a + d$
	$\boldsymbol{a}$	**15**	$\boldsymbol{c}$
15 – b	$b + c$	$\boldsymbol{d}$	$a + b$

0	$15 - c$	$a + c$	$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	$\boldsymbol{b}$	$a + d$
	$\boldsymbol{a}$	**15**	$\boldsymbol{c}$
$15 - b$	$b + c$	$\boldsymbol{d}$	$a + b$

0	15 – c	$a + c$	15 – a
15 – d	$c + d$	$\boldsymbol{b}$	$a + d$
$b + d$	$\boldsymbol{a}$	**15**	$\boldsymbol{c}$
15 – b	$b + c$	$\boldsymbol{d}$	$a + b$

0	15 – *c*	*a* + *c*	15 – *a*
15 – *d*	*c* + *d*	***b***	*a* + *d*
b + *d*	***a***	**15**	***c***
15 – *b*	*b* + *c*	***d***	*a* + *b*

0	$15 - c$	$a + c$	$15 - a$
$15 - d$	$c + d$	$\boldsymbol{b}$	$a + d$
$b + d$	$\boldsymbol{a}$	**15**	$\boldsymbol{c}$
$15 - b$	$b + c$	$\boldsymbol{d}$	$a + b$

さらに，対角線をみると，$a + b + c + d = 15$ となるから，

0	$15-c$	$a+c$	$15-a$
$15-d$	$c+d$	$\boldsymbol{b}$	$a+d$
$b+d$	$\boldsymbol{a}$	**15**	$\boldsymbol{c}$
$15-b$	$b+c$	$\boldsymbol{d}$	$a+b$

さらに，対角線をみると，$a+b+c+d=15$ となるから，

$15-a=b+c+d$，　$15-b=a+c+d$，

$15-c=a+b+d$，　$15-d=a+b+c$

とも表せる.

0	$a+b+d$	$a+c$	$b+c+d$
$a+b+c$	$c+d$	$\boldsymbol{b}$	$a+d$
$b+d$	$\boldsymbol{a}$	**15**	$\boldsymbol{c}$
$a+c+d$	$b+c$	$\boldsymbol{d}$	$a+b$

さらに，対角線をみると，$a+b+c+d=15$ となるから，

$15-a=b+c+d$，　$15-b=a+c+d$，

$15-c=a+b+d$，　$15-d=a+b+c$

とも表せる.

0	$a+b+d$	$a+c$	$b+c+d$
$a+b+c$	$c+d$	$\boldsymbol{b}$	$a+d$
$b+d$	$\boldsymbol{a}$	**15**	$\boldsymbol{c}$
$a+c+d$	$b+c$	$\boldsymbol{d}$	$a+b$

a, b, c, d, $a+b$, $a+c$, $a+d$, $b+c$, $\cdots$, $b+c+d$ で1 〜 14 が重複なく全て出て来るには, a, b, c, d は 1, 2, 4, 8 の4つの数からなることが分かる.

回転・鏡像 + シフトによって生じる重複を除くため，a が最小，$b < d$ の条件で求めると，(a, b, c, d) の組合せは

$$(a,\ b,\ c,\ d) = (1,\ 2,\ 4,\ 8),\ (1,\ 2,\ 8,\ 4),\ (1,\ 4,\ 2,\ 8)$$

の３種類のみとなる.

　最後に，全てのマスに 1 を加えれば，定理で示した３つの魔方陣が出来上がる. ■

回転・鏡像 + シフトによって生じる重複を除くため，a が最小，$b < d$ の条件で求めると，(a, b, c, d) の組合せは

$$(a,\ b,\ c,\ d) = (1,\ 2,\ 4,\ 8),\ (1,\ 2,\ 8,\ 4),\ (1,\ 4,\ 2,\ 8)$$

の３種類のみとなる.

　最後に，全てのマスに 1 を加えれば，定理で示した３つの魔方陣が出来上がる. ■

5 次の完全魔方陣

次の 5 方陣は**桂馬飛び法**で作った 5 方陣の全てのマスから 1 を引いたものである.

0	8	11	19	22
14	17	20	3	6
23	1	9	12	15
7	10	18	21	4
16	24	2	5	13

この方陣の各数字を（5 の倍数）＋（余り）で表し，それぞれを別の 5×5 方陣に書き込むと，

5 次の完全魔方陣

次の 5 方陣は**桂馬飛び法**で作った 5 方陣の全てのマスから 1 を引いたものである.

0	8	11	19	22
14	17	20	3	6
23	1	9	12	15
7	10	18	21	4
16	24	2	5	13

この方陣の各数字を （5 の倍数） ＋ （余り） で表し, それぞれを別の 5 × 5 方陣に書き込むと,

5 次の完全魔方陣

次の 5 方陣は**桂馬飛び法**で作った 5 方陣の全てのマスから 1 を引いたものである.

0	8	11	19	22
14	17	20	3	6
23	1	9	12	15
7	10	18	21	4
16	24	2	5	13

この方陣の各数字を （5 の倍数）＋（余り）で表し，それぞれを別の 5×5 方陣に書き込むと，

(5N)

0	5	10	15	20
10	15	20	0	5
20	0	5	10	15
5	10	15	20	0
15	20	0	5	10

(余り)

0	3	1	4	2
4	2	0	3	1
3	1	4	2	0
2	0	3	1	4
1	4	2	0	3

これは次の２つの文字方陣で

$$(A, B, C, D, E) = (0, 5, 10, 15, 20)$$

$$(a, b, c, d, e) = (0, 4, 3, 2, 1)$$

と置いたものになっている.

(5N)　　　　　　　　(余り)

0	5	10	15	20
10	15	20	0	5
20	0	5	10	15
5	10	15	20	0
15	20	0	5	10

0	3	1	4	2
4	2	0	3	1
3	1	4	2	0
2	0	3	1	4
1	4	2	0	3

これは次の２つの文字方陣で

$$(A, B, C, D, E) = (0, 5, 10, 15, 20)$$

$$(a, b, c, d, e) = (0, 4, 3, 2, 1)$$

と置いたものになっている.

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この２つの文字方陣をみると，各行・各列・２つの対角線だけでなく，平行な斜めの線においても各文字は１度しか現れていない.
したがって，それらの和は全て

$A+B+C+D+E+a+b+c+d+e$ となり，元の方陣が完全方陣になっていることが分かる.

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この２つの文字方陣をみると，各行・各列・２つの対角線だけでなく，平行な斜めの線においても各文字は１度しか現れていない．

したがって，それらの和は全て

$A+B+C+D+E+a+b+c+d+e$ となり，元の方陣が完全方陣になっていることが分かる．

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この２つの文字方陣をみると，各行・各列・２つの対角線だけでなく，平行な斜めの線においても各文字は１度しか現れていない．

したがって，それらの和は全て

A + B + C + D + E + a + b + c + d + e となり，元の方陣が完全方陣になっていることが分かる．

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この２つの文字方陣をみると，各行・各列・２つの対角線だけでなく，平行な斜めの線においても各文字は１度しか現れていない．

したがって，それらの和は全て

$A+B+C+D+E+a+b+c+d+e$ となり，元の方陣が完全方陣

になっていることが分かる．

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この２つの文字方陣をみると，各行・各列・２つの対角線だけでなく，平行な斜めの線においても各文字は１度しか現れていない．

したがって，それらの和は全て

A+B+C+D+E+a+b+c+d+e となり，元の方陣が完全方陣になっていることが分かる．

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この２つの文字方陣をみると，各行・各列・２つの対角線だけでなく，平行な斜めの線においても各文字は１度しか現れていない．

したがって，それらの和は全て

A＋B＋C＋D＋E＋a＋b＋c＋d＋e となり，元の方陣が完全方陣になっていることが分かる．

A	B	C	D	E
C	D	E	A	B
E	A	B	C	D
B	C	D	E	A
D	E	A	B	C

a	c	e	b	d
b	d	a	c	e
c	e	b	d	a
d	a	c	e	b
e	b	d	a	c

この２つの文字方陣をみると，各行・各列・２つの対角線だけでなく，平行な斜めの線においても各文字は１度しか現れていない．

したがって，それらの和は全て

A + B + C + D + E + a + b + c + d + e となり，元の方陣が完全方陣になっていることが分かる．

逆に次のことが知られている.

定理

全ての５次の完全魔方陣はこの２つの文字方陣の各文字に割り当てる数字を入れ換えることによって得られる.

６次の完全魔方陣

定理

６次の完全魔方陣は存在しない.

この事実を右の図を
用いて証明しよう.

6 次の完全魔方陣

定理

6 次の完全魔方陣は存在しない．

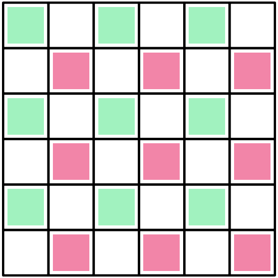
この事実を右の図を
用いて証明しよう．

6 次の完全魔方陣

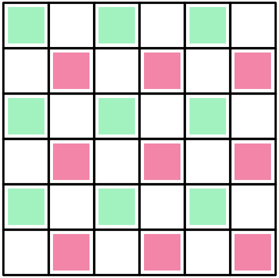
定理

6 次の完全魔方陣は存在しない.

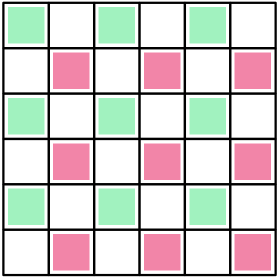
この事実を右の図を
用いて証明しよう.



６次の魔方陣の定和は $6(36+1)/2 = 111$ であることに注意する.



６次の魔方陣の定和は $6(36+1)/2 = 111$ であることに注意する.



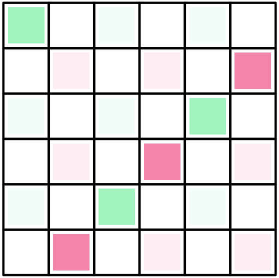
６次の完全魔方陣が存在したと仮定すれば，緑と赤の全体は

３つの平行な対角線 （一般対角線）からなっているので,

$$(\text{緑の和}) + (\text{赤の和}) = 3 \times 111 = 333$$

である.

６次の魔方陣の定和は $6\,(36+1)/2 = 111$ であることに注意する.

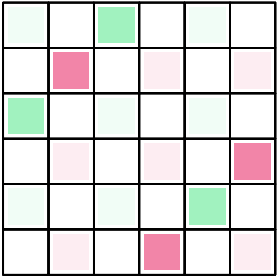


６次の完全魔方陣が存在したと仮定すれば，緑と赤の全体は
３つの平行な対角線（一般対角線）からなっているので,

$$(\text{緑の和}) + (\text{赤の和}) = 3 \times 111 = 333$$

である.

６次の魔方陣の定和は $6(36+1)/2 = 111$ であることに注意する.

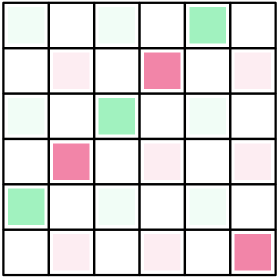


６次の完全魔方陣が存在したと仮定すれば，緑と赤の全体は３つの平行な対角線（一般対角線）からなっているので，

$$(\text{緑の和}) + (\text{赤の和}) = 3 \times 111 = 333$$

である.

６次の魔方陣の定和は $6\,(36+1)/2 = 111$ であることに注意する.

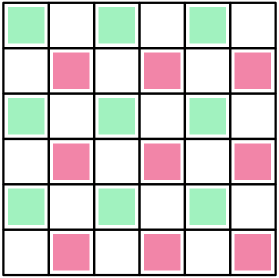


６次の完全魔方陣が存在したと仮定すれば，緑と赤の全体は
３つの平行な対角線 （一般対角線）からなっているので,

$$(\text{緑の和}) + (\text{赤の和}) = 3 \times 111 = 333$$

である.

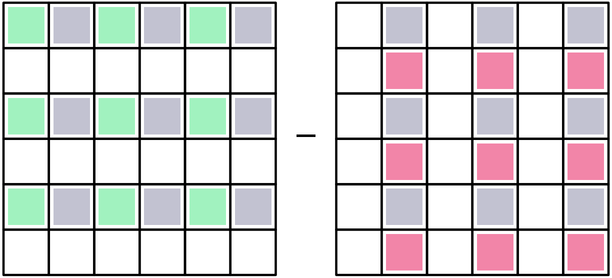
６次の魔方陣の定和は $6\,(36+1)/2 = 111$ であることに注意する.



６次の完全魔方陣が存在したと仮定すれば，緑と赤の全体は
３つの平行な対角線 （一般対角線）からなっているので,

$$(\text{緑の和}) + (\text{赤の和}) = 3 \times 111 = 333$$

である.

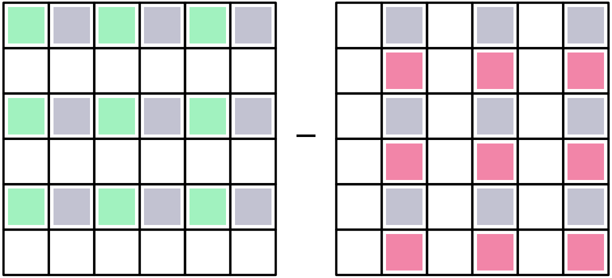


を考えれば,

(緑の和) − (赤の和) = 0

となる．上とあわせると等しい２整数の和が奇数ということになり，矛盾である．

背理法により，６次の完全魔方陣は存在しない．■

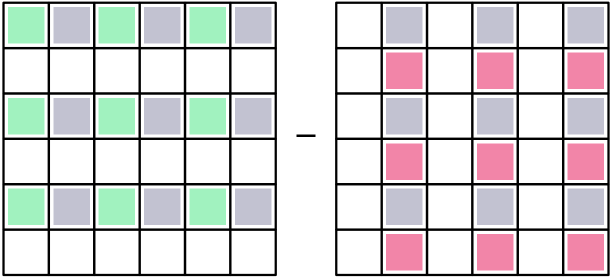


を考えれば,

$$(\text{緑の和}) - (\text{赤の和}) = 0$$

となる. 上とあわせると等しい２整数の和が奇数ということになり, 矛盾である.

背理法により, ６次の完全魔方陣は存在しない. ■

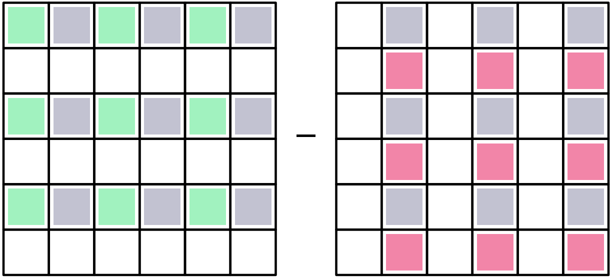


を考えれば,

$$(\text{緑の和}) - (\text{赤の和}) = 0$$

となる．上とあわせると等しい２整数の和が奇数ということになり，矛盾である．

背理法により，６次の完全魔方陣は存在しない．■



を考えれば，

$$(\text{緑の和}) - (\text{赤の和}) = 0$$

となる．上とあわせると等しい２整数の和が奇数ということになり，矛盾である．

背理法により，６次の完全魔方陣は存在しない．■

参考文献

内田伏一, 「魔方陣にみる数のしくみ」（日本評論社）, 2004.