

第 1 種

理 論

A 問題 (配点は 1 問題当たり小問各 2 点, 計 10 点)

問 1 次の文章は, 真空中の静電界に関する諸法則の微分形に関する記述である。

文中の に当てはまるものを解答群の中から選びなさい。

図のように, 直交座標系において電界の z 軸成分が零となるような電界について, xy 平面の二次元で電位や電界を考える。ここで, 4 点 $(h, 0)$, $(0, h)$, $(-h, 0)$, $(0, -h)$ の電位がそれぞれ $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ であり, 4 点を頂点とする正方形の内側には電荷が存在せず, その電位 ϕ が次式のような二次関数で表されるとする。

$$\phi(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

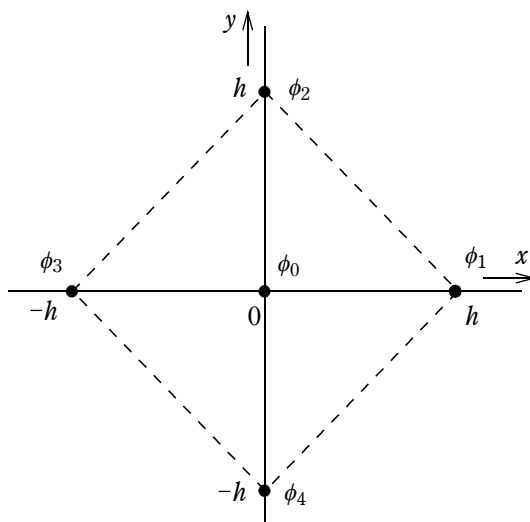
電界 $\mathbf{E} = (E_x, E_y, 0)$ は $\mathbf{E} = -\text{grad}\phi(x, y)$ で計算できる。このとき, 電界 \mathbf{E} について, 電界の保存性を表す式より, (1) が常に成り立つ。

また, (2) の法則を微分形で記述すると, 電荷が存在しないため, 次式となる。

$$\text{div}\mathbf{E} = \text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">(3)} = 0$$

この式から導かれる $a \sim f$ の関係式は, (4) $\dots\dots\dots \textcircled{2}$ である。

また, ①式から原点の電位は, $\phi_0 = \phi(0, 0) = f$ で与えられる。そこで, 4 点の座標と電位 $\phi_1 \sim \phi_4$ を①式に代入し, ②式の関係 considering, f を $\phi_1 \sim \phi_4$ を用いて表せば, $\phi_0 = f = \text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">(5)}$ となる。



[問 1 の解答群]

- | | | | |
|---|---------------|---|---|
| (イ) $\text{rot}\mathbf{E}=0$ | (ロ) $a+c=0$ | (ハ) $\frac{\phi_1+\phi_2+\phi_3+\phi_4}{4}$ | (ニ) $\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}$ |
| (ホ) $d+e=0$ | (ヘ) $b^2=4ac$ | (ト) $\frac{\partial E_y}{\partial x} + \frac{\partial E_x}{\partial y}$ | (フ) $\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y}$ |
| (リ) $\frac{\phi_1\phi_3 - \phi_2\phi_4}{\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4}$ | (ヌ) ガウス | (ル) $\mathbf{E}=0$ | (ヲ) アンペール |
| (リ) $\frac{\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4}{2}$ | (ホ) クーロン | (ヱ) $\mathbf{E} = \left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{h}, \frac{\phi_3 - \phi_4}{h}, 0 \right)$ | |

問2 次の文章は、直流回路の電流計算（等価変換）に関する記述である。文中の に当てはまるものを解答群の中から選びなさい。

図1において、抵抗 R_2 に流れる電流 I が最小になる条件を求めたい。ただし、図の可変抵抗の A-C 間の抵抗を R 、A-B 間の抵抗を R_x 、B-C 間の抵抗を $(R - R_x)$ とする。

まず、図1の端子 a-b より左側部分を図2に示す抵抗 r と電圧源 E に等価変換すると、それぞれ $r =$ (1) $[\Omega]$ 、 $E =$ (2) $[V]$ となる。

ところで、図2について考えると、 R_2 に流れる電流 I は、

$$I = \frac{R_1 E}{\text{ (3) + R_1(R_2 + R) + r(R_1 + R_2 + R)} \dots\dots\dots \text{①}$$

となる。ここで、電流 I が最小となる条件は①式の分母が最大の場合であるから、 $R_x =$ (4) となるように可変抵抗を調整した場合に電流が最小となる。このとき、 $(r + R_x)$ と $(R - R_x + R_2)$ の関係は、 $(r + R_x)$ (5) $(R - R_x + R_2)$ となる。ただし、 $(R_2 + R) > r$ であるとする。

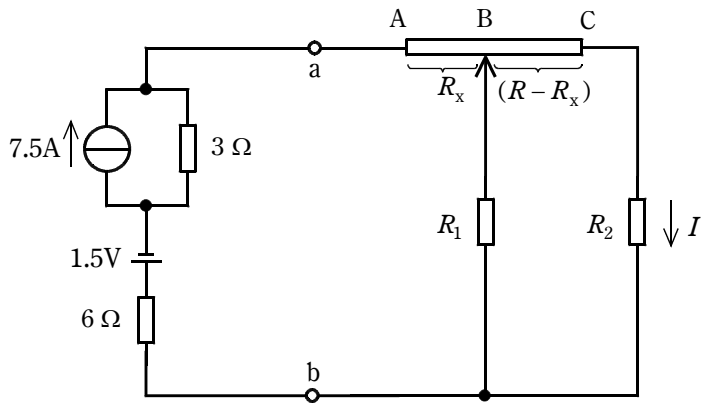


図 1

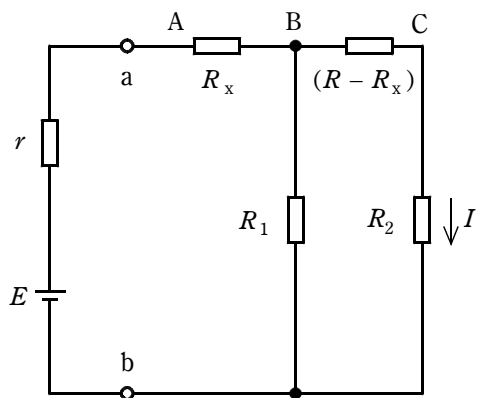


図 2

[問 2 の解答群]

(イ) $R_2 + R - r$

(ロ) $>$

(ハ) $=$

(ニ) 4.5

(ホ) 21

(ヘ) $R_x(R_2 + R - r - R_x)$

(ト) 2

(チ) 9

(リ) $R_x(R_1 + R_2 + R - r - R_x)$

(ヌ) $<$

(ル) $\frac{R_2 + R - r}{2}$

(レ) $\frac{R_1 + R_2 + R - r}{2}$

(ヲ) 1

(カ) 24

(コ) $R_x(R_2 + R - r)$

問3 次の文章は、RC回路に関する記述である。文中の に当てはまるものを解答群の中から選びなさい。

図のようにスイッチ S_1 , S_2 と直流電圧源 E , 直流電流源 I , 抵抗 R , r , 静電容量 C が接続されている。静電容量 C の両端の電圧を図のように定める。

時間 $t < 0$ では、スイッチ S_1 は b 側、スイッチ S_2 は d 側であり、回路は定常状態である。 $t = 0$ において S_1 を a 側、 S_2 を c 側に切り替えた。

$t > 0$ における静電容量 C の両端の電圧 v_C の時間的変化について考える。このとき、 R の両端の電圧と C の両端の電圧は等しいこと、及び初期値を考慮すると、

$$v_C = \text{ (1)}$$

となる。

v_C が 0 [V] になった時刻 T_1 において S_1 を a 側から b 側に切り替えた。

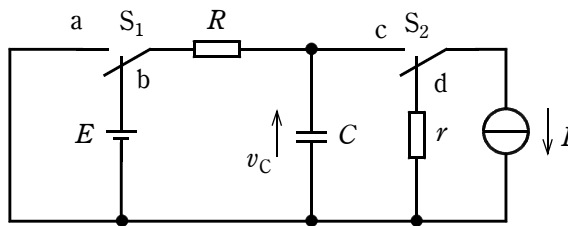
$$T_1 = \text{ (2)}$$

となる。

$t > T_1$ における v_C は、電圧源による過渡応答と電流源による過渡応答との重ね合わせになるので、

$$v_C = \text{ (3)} + \text{ (1)}$$

となり、 $t = \infty$ における v_C は (4) となる。 (4) > 0 のとき、 v_C の変化の様子を表す図は (5) である。



[問3の解答群]

(イ) $E - \frac{I}{C}t$

(ロ) $CR \ln \left(1 + \frac{E}{RI} \right)$

(ハ) $-RI + (RI + E)e^{-\frac{t}{CR}}$

(ニ) $CR \ln \left| \frac{RI}{RI - E} \right|$

(ホ) $E \left(1 - e^{-\frac{t}{CR}} \right)$

(ヘ) $RI - E$

(ト) $E \left(1 - e^{-\frac{t-T_1}{CR}} \right)$

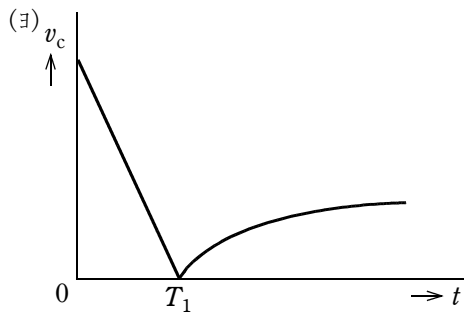
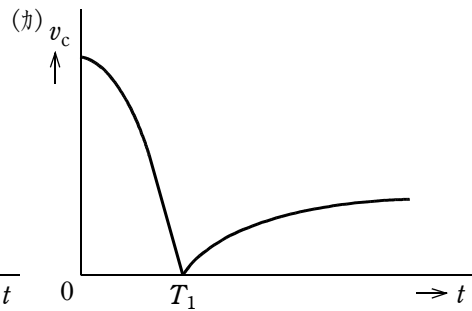
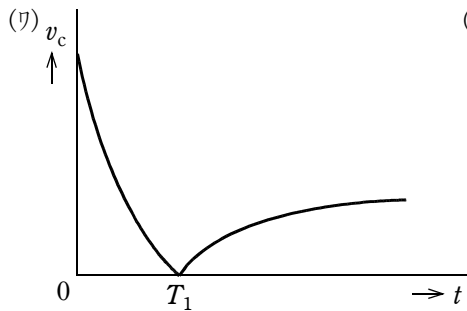
(チ) $E e^{-\frac{t-T_1}{CR}}$

(リ) $E - RI$

(ヌ) $E - RI \left(1 - e^{-\frac{t}{CR}} \right)$

(ル) $\frac{EC}{I}$

(レ) $E - RI + \frac{I}{C}$



問4 次の文章は、pn 接合ダイオードの電流に関する記述である。文中の に当てはまるものを解答群の中から選びなさい。

pn 接合ダイオードにおいて、平衡状態での n 形半導体の正孔濃度を p_{n0} 、温度を T 、ボルツマン定数を k 、単位電荷を q とする。p 形半導体の正孔濃度は n 形半導体の電子濃度よりも十分大きく p 形半導体の電子による拡散電流は無視できるものとする。pn 接合部での空乏層が終わったところからの n 形半導体内の位置を x とする。

電流が流れる方向に電圧 $V > 0$ が印加されると、 $x = 0$ での n 形半導体の正孔濃度は $p_n(0) = p_{n0} \exp\left(\frac{qV}{kT}\right)$ となる。

この正孔濃度は n 形半導体内を拡散していくと同時に再結合により平衡状態に落ち着くが、位置 x での正孔濃度 $p_n(x)$ は拡散長 L_p を使って $p_n(x) - p_{n0} = [p_n(0) - p_{n0}] \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right)$ となる。正孔濃度の濃度勾配は位置 x により変わり、 x で微分することで $\frac{dp_n(x)}{dx} = \text{ (1)}$ と求められる。

この式の左辺に、負号、拡散定数 D_p 及び電荷を乗ずると、正孔による拡散電流は (2) で表され、位置 x の関数となる。 x の増加に伴い拡散電流は再結合によって減少し、この減少分は電子によるドリフト電流成分となる。よって正孔により流れる電流は、拡散電流の最大値 (3) と等しく、かつ $p_n(0)$ は V の関数となるので、これを代入すると (4) が正孔による電流となる。

電圧 V が負の場合を考える。この場合も同様の式が使えるが、電圧 V の絶対値がある程度大きな値では正孔による電流は (5) となり、電圧に対して依存性を持たない逆方向飽和電流になることがわかる。

[問 4 の解答群]

- (イ) $-\frac{q p_{n0} D_p}{L_p} \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right)$ (ロ) $-q \frac{p_{n0} D_p}{L_p}$ (ハ) $L_p p_n(0) \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right)$
- (ニ) $q \frac{p_{n0} D_p}{L_p} \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$ (ホ) $q \frac{D_p}{L_p} [p_n(0) - p_{n0}]$ (ヘ) $q \frac{D_p}{L_p} p_n(0)$
- (ヒ) $-\frac{1}{L_p} [p_n(0) - p_{n0}] \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right)$ (フ) $-\frac{p_{n0} L_p}{D_p}$ (ヘ) $q D_p p_n(0)$
- (ヌ) $-\frac{q p_{n0} D_p}{L_p} \frac{d p_n(x)}{d x}$ (ル) $-\frac{1}{L_p} p_{n0} \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right)$ (セ) $-q D_p \frac{d p_n(x)}{d x}$
- (リ) 0 (リ) $q \frac{p_{n0} D_p}{L_p} \exp\left(\frac{qV}{kT}\right)$ (ソ) $q p_{n0} D_p \exp\left(\frac{qV}{kT}\right)$

B問題（配点は1問題当たり20点）

問5 次の文章は、三相交流回路に関する記述である。文中の に当てはまるものを解答群の中から選びなさい。ただし、 a は複素数で $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ とする。

図1と図2に示すように、対称三相交流電源に Δ 形不平衡負荷を接続した。図1と図2では、 Δ 形不平衡負荷のアドミタンス \dot{Y}_{ab} と \dot{Y}_{ca} の配置が入れ替わっている。各相の電圧は $\dot{E}_a = 100 \angle 0^\circ$ [V] に対し、 $\dot{E}_b = a^2 \dot{E}_a$ 、 $\dot{E}_c = a \dot{E}_a$ である。図1と図2の Δ 形不平衡負荷のベクトル（複素）電力をそれぞれ \dot{S}_1 、 \dot{S}_2 とする。このとき、以下の結果を得た。

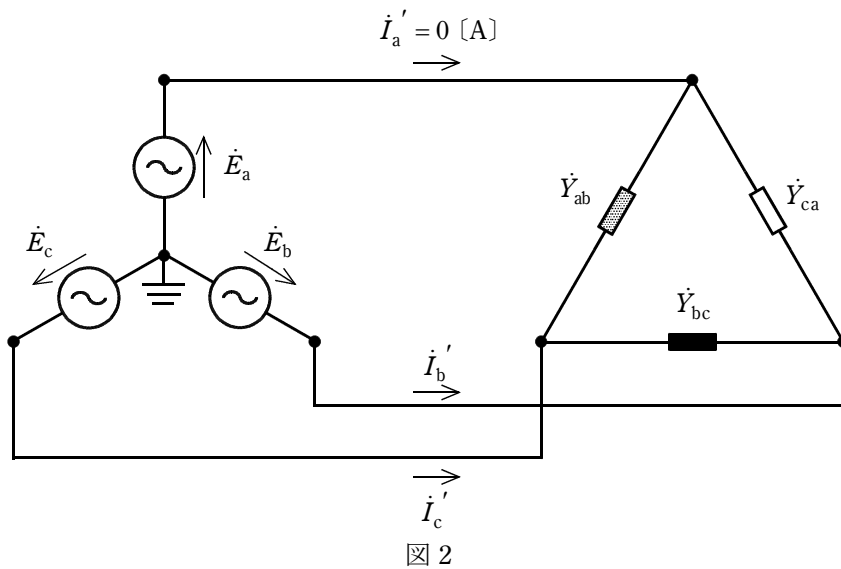
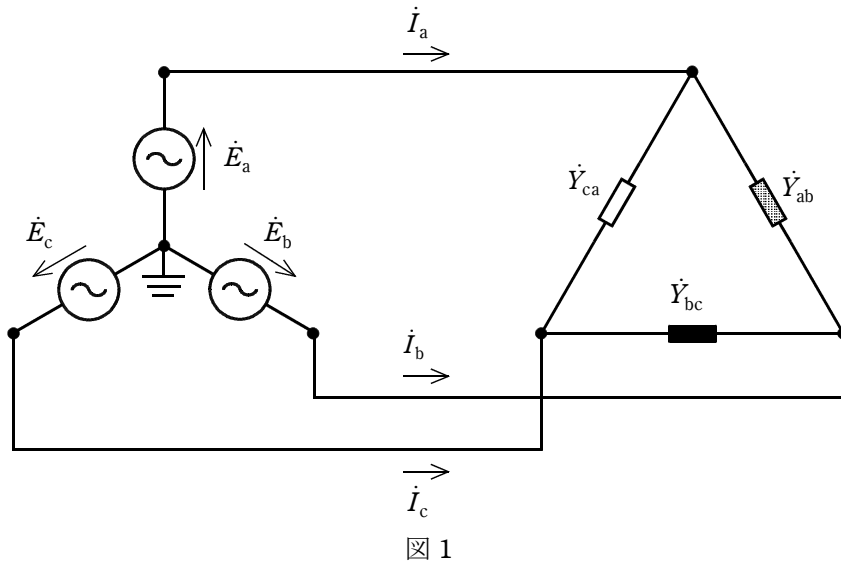
- ① 図1の線電流 \dot{I}_a は $\dot{I}_a = 10(1-a^2)$ [A]、 \dot{I}_b は \dot{E}_b と同相、 \dot{I}_c は \dot{E}_a と逆相であった。
- ② 図2の線電流 \dot{I}'_a は0 [A] であった。
- ③ 図1の Δ 形不平衡負荷のベクトル（複素）電力は $\dot{S}_1 = 2000(1-a)$ （実部は有効電力 [W]、虚部は無効電力 [var]）であった。

①の結果にキルヒホッフの電流則を適用し、線電流 \dot{I}_a 、 \dot{I}_b 、 \dot{I}_c のベクトル図を描くと、 \dot{I}_b と \dot{I}_c の値は、 $(\dot{I}_b, \dot{I}_c) = \text{ (1) [A]}$ となる。

②の結果、 $\dot{I}'_a = 0$ [A] より、 $\dot{Y}_{ab} = \text{ (2) } \times \dot{Y}_{ca}$ となる。ただし、複素数 a の性質 $a^3 = 1$ 、 $1+a+a^2 = 0$ に注意する。この関係式と図1の線電流 \dot{I}_a 、 \dot{I}_b から \dot{Y}_{ab} 、 \dot{Y}_{bc} 、 \dot{Y}_{ca} が順次求められる。

一方、③の結果を利用すると、アドミタンスの和 $\dot{Y}_{ab} + \dot{Y}_{bc} + \dot{Y}_{ca}$ の値は、ベクトル（複素）電力 $\dot{S}_1 = \text{ (3) } \times \left| \dot{E}_a \right|^2 \overline{(\dot{Y}_{ab} + \dot{Y}_{bc} + \dot{Y}_{ca})}$ の式から直接求めることができる。また、②の結果とキルヒホッフの電流則を利用すると図2のベクトル（複素）電力 \dot{S}_2 は、 $\dot{S}_2 = (\text{ (4) }) \times \overline{\dot{I}'_c}$ と表せる。 \dot{S}_2 の式と③の結果を利用すると、 $\dot{I}'_c = \text{ (5) [A]}$ となる。

(注) \overline{Z} は複素数 Z の共役複素数を表す。



[問 5 の解答群]

- | | | | |
|--------------------|-----------------------------|--------------------|-----------------------------|
| (イ) 1 | (ロ) $\dot{E}_c - \dot{E}_a$ | (ハ) $(20a^2, -10)$ | (ニ) $3a$ |
| (ホ) a^2 | (ヘ) $(10a^2, -20)$ | (ト) $20a$ | (チ) $\dot{E}_c - \dot{E}_b$ |
| (リ) 3 | (ヌ) $2a$ | (ル) $30a^2$ | (ツ) $25a^2$ |
| (レ) $(10a^2, -10)$ | (ホ) $\dot{E}_a - \dot{E}_b$ | (コ) $\sqrt{3}$ | |

問6及び問7は選択問題です。問6又は問7のどちらかを選んで解答してください。
 (両方解答すると採点されませんので注意してください。)

(選択問題)

問6 次の文章は、電流が作る磁界に関する記述である。文中の に
 当てはまるものを解答群の中から選びなさい。

透磁率 μ_0 の真空中において、半径 R の円環状の回路に流れる電流 I が円環
 中心点に作る磁束密度の大きさは (1) である。これを、ビオ・サバールの
 の法則を用いて導出することを考える。

まず、図1に示すような長さ $2l$ の線分 A-B の部分を流れる電流 I が点 O に
 もたらす磁界の大きさを求める。この
 とき、点 O は点 A 及び点 B から等距離
 にあり、線分 A-B から距離 a の位置
 にあるとする。また、線分 A-B 上に
 図1に示すように x 軸を考える。

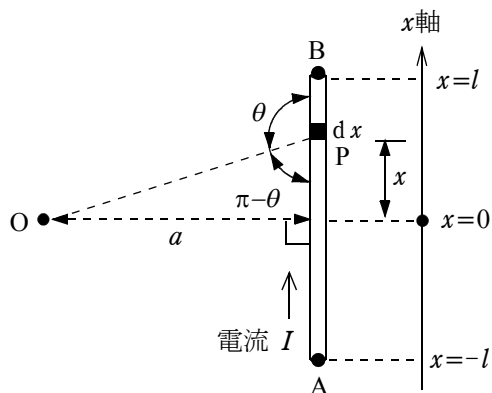


図 1

線分 A-B 上の点 P について、 x を
 a と θ を用いて表すと、 $x =$ (2)
 と表すことができる。このとき、
 $\cos\theta = -\cos(\pi - \theta)$ であることなどを
 参考とされたい。よって、これを θ で微分することにより、次式を得る。

$$\frac{dx}{d\theta} = \text{input (3)}$$

ここで、微小部分 dx を流れる電流 I が点 O に作る磁束密度は、線分 O-P の
 長さを r とすると、ビオ・サバールの法則により、次式で与えられる。

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dx \sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \text{input (4)} d\theta$$

$\angle OAB = \angle OBA = \theta_1$ とすると、線分 A-B 全体を流れる電流 I が点 O に作る磁束密度は、これを積分して、次式のように求まる。

$$B_{AB} = \int_{\theta_1}^{\pi-\theta_1} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \boxed{(4)} d\theta = \boxed{(5)}$$

ただし、 $\cos \theta_1 = \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}$ であることを用いた。

次にこれを用いて、図 2 に示すような、半径 R の円に内接する正 n 角形状の電気回路に流れる電流 I が、その中心点 O に作る磁束密度を求める。

線分 A-B の部分が点 O に作る磁束密度 B_{AB} を R により表すことを考える。このとき、 $\boxed{(5)}$ で

求めた結果において、 $a = R \cos \frac{\pi}{n}$, $l = R \sin \frac{\pi}{n}$ と表すことができるから、 $B_{AB} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \tan \frac{\pi}{n}$ と求まる。

よって、これを n 倍することで、正 n 角形状の電気回路に流れる電流 I が中央に作る磁束密度 B_{total} を求めることができる。ここで、 $n \rightarrow \infty$ の極限值を考えると、 $B_{total} = \boxed{(1)}$ となり、

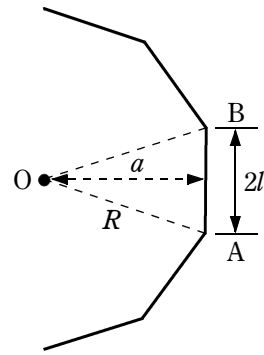


図 2

円環状の回路に流れる電流が中心点に作る磁束密度の大きさと一致する。このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\pi} \tan \frac{\pi}{n} = 1$ であることを用いた。

[問 6 の解答群]

- | | | | |
|---|--------------------------------|---|--|
| (イ) $a \sin \theta$ | (ロ) $\frac{\mu_0 I}{2R}$ | (ハ) $-a \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ | (ニ) $-a \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ |
| (ホ) $\frac{I}{2\pi R}$ | (ヘ) $-\frac{a}{\cos^2 \theta}$ | (ト) $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ | (チ) $\frac{a}{\sin^2 \theta}$ |
| (リ) $\frac{\mu_0 I l}{2\pi a \sqrt{a^2 + l^2}}$ | (ス) $a \cos \theta$ | (ル) $\frac{\mu_0 I l^2}{4\pi a (a^2 + l^2)}$ | (フ) $\frac{\cos^2 \theta}{a}$ |
| (レ) $\frac{\sin \theta}{a}$ | (セ) $\frac{\cos \theta}{a}$ | (エ) $\frac{\mu_0 I l}{4\pi a \sqrt{a^2 + l^2}}$ | |

(選択問題)

問 7 次の文章は，演算増幅器を用いた回路に関する記述である。文中の に当てはまるものを解答群の中から選びなさい。ただし，すべての抵抗の値は等しく， R とし，また，入力信号源 v_1 は角周波数 ω ($\omega > 0$) の正弦波電圧源である。

図の回路において，演算増幅器の入力端子には電流が流れ込まないことから非反転入力端子の電位 v_a は

$$v_a = \text{(1)} (v_1 + v_2)$$

であり， v_2 は

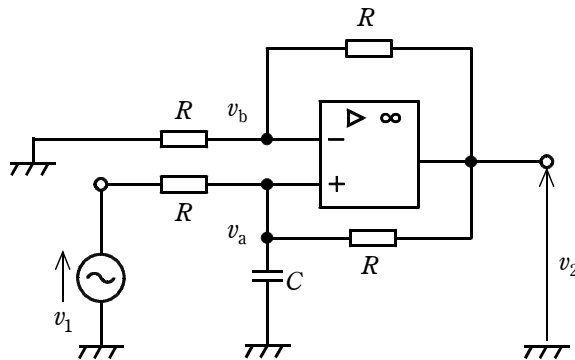
$$v_2 = \text{(2)} v_b$$

となる。また，演算増幅器の性質から $v_a = v_b$ なので， v_2 を

$$v_2 = \text{(3)} v_1$$

と求めることができる。

(3) の偏角は (4) $[\circ]$ であり， (3) の絶対値が 1 となる角周波数 ω は (5) である。



[問7の解答群]

$$(イ) \frac{-1}{2+j\omega CR}$$

$$(ロ) 2$$

$$(ハ) \frac{1}{2+j\omega CR}$$

$$(ニ) 90$$

$$(ホ) \frac{1}{CR}$$

$$(ヘ) -90$$

$$(ト) \frac{1}{1+j2\omega CR}$$

$$(チ) \frac{1}{j2\omega CR}$$

$$(リ) \frac{2}{j\omega CR}$$

$$(ス) -45$$

$$(ル) \frac{1}{j\omega CR}$$

$$(ヲ) \frac{1}{2CR}$$

$$(ヅ) 1$$

$$(カ) \frac{2}{CR}$$

$$(コ) \frac{1}{2}$$