これまで三角形と四角形の特徴やこれらに関係する性質などを考察してきました. 次のステップへ進む前に面積について考察します.

まず, とても当たり前ですが

(1) 2 つの合同な図形の面積は等しい

が成り立ちます.

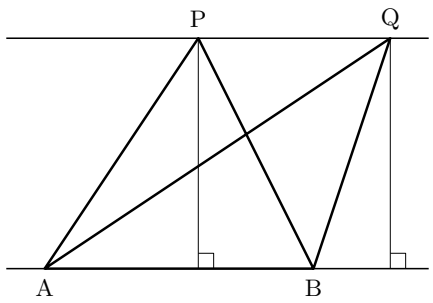
次に, もう少し具体的に, 底辺 AB を共有する 2 つの三角形 △PAB と△QAB を考察してみます. これらの三角形について

(2.1) P, Q は底辺 AB に対して同じ側にある
(2.2) P, Q は底辺 AB に対して反対側にある

という 2 つの状況が考えられます.

(1) の場合, 三角形の面積は (底辺) × (高さ) ÷ 2 で, 底辺は共通ですから, 高さが等しいならば面積は等しくなります. 高さは底辺に垂直なので, 直線 PQ と直線 AB が平行ならば高さは等しくなります. よって

(2.1) P, Q が底辺 AB に対して同じ側にあるとき
PQ //AB ならば △PAB =△QAB



が成り立ちます.

それでは (2) の場合, どうでしょうか？

前半は 2 つの図形について考察しました. 次に 1 つの三角形について考察します.

(3) 三角形の 1 つの中線は, その三角形の面積を二等分する

が成り立つことは中線の定義と面積の公式から容易にわかります.

定義

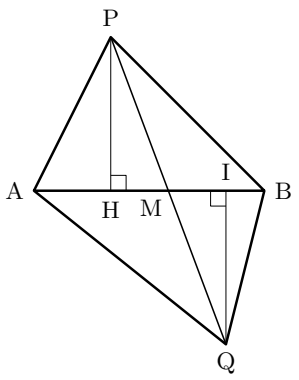
図形の面積を変えずに形を変えることを**等積変形**という.

[終]

あらら大変！≡と＝の区別がつかなくなってる人がいる！

定理

底辺を共有する 2 つの三角形の頂点を結ぶ線分が底辺 (またはその延長) によって二等分されるとき, 2 つの三角形の面積は等しい.



仮定　PM = QM

結論　△PAB = △QAB

証明　P, Q から直線 AB に垂線を下した垂線の足をそれぞれ H, I とする　　· · · ①

このとき, △MPH と △MQI について

∠PHM = ∠R = ∠QIM　(∵ ①)

MP = MQ　(∵ 仮定)

∠PMH = ∠QMI　(∵ 対頂角)

よって, 斜辺一鋭角相等であるから

△MPH ≡ △MQI

∴ PH = QI

従って, 底辺が共通で高さが等しいから

△PAB = △QAB

QED