

今回は次のステップのための準備です。

定義

2 つの数 (または同種類の量) a, b に対して,
 a が b の何倍であるかということを $a : b$ または $\frac{a}{b}$ と表し,
 a の b に対する比という。

記法は状況に応じて併用します。

定義

2 つの比 $a : b$ と $c : d$ または $\frac{a}{b}$ と $\frac{c}{d}$ が等しいことを
 表す式

$$a : b = c : d \quad \text{または} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

を比例式という。

比例式 $a : b = c : d$ に対して

- (1) $bc = ad$
- (2) $b : a = d : c$
- (3) $a : c = b : d$
- (4) $(a + b) : b = (c + d) : d$
- (5) $(a - b) : b = (c - d) : d$
- (6) $(a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d)$

が成り立ちます。(1) ~ (3) は活躍する場面が多いです。(4) ~ (6) では括弧がついていますが、省いてはいけません。それは「:」が割り算を表しているからです。

それでは分数タイプでも表現してみましょう。

比例式 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ に対して

- (1') $bc = ad$
- (2') $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$
- (3') $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
- (4') $\frac{a + b}{b} = \frac{c + d}{d}$
- (5') $\frac{a - b}{b} = \frac{c - d}{d}$
- (6') $\frac{a + b}{a - b} = \frac{c + d}{c - d}$

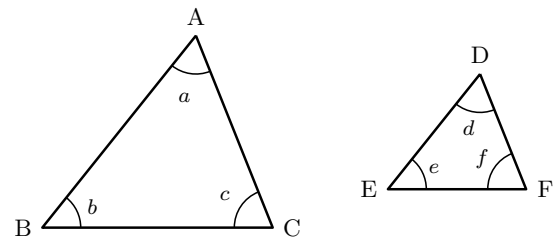
が成り立ちます。

さて、ここから次のステップです。

定義

2 つの多角形の対応する辺が比例し、かつ対応する角が等しいとき、2 つの多角形は互いに相似であるという。また、相似な多角形の対応する辺の比を相似比という。

とりあえず三角形に絞って考えてみましょう。



$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において

- ・ $AB : DE = x : y$
- ・ $BC : EF = x : y$
- ・ $CA : FD = x : y$
- ・ $\angle a = \angle d$
- ・ $\angle b = \angle e$
- ・ $\angle c = \angle f$

が成り立つとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似です。また、 $x : y$ を相似比といいます。

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が相似であることを

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

と表します。相似記号は大文字の S を反時計回りに 90° 回転したものです。ちなみにこれは日本独自の記号です。世界一般では $\cong$ という記号を用いますが、この授業では日本式でいくことにします。

相似比が $x : y$ であることを

$$\text{相似比 } x : y$$

と表します。決して $\triangle ABC : \triangle DEF$ とは書きません。なぜならこの比は面積比を表すものだからです。

定理

次のような 2 つの三角形は相似である。

- (1) 対応する 3 辺の比がそれぞれ等しい
(三辺の比相等)
- (2) 対応する 2 辺の比とその夾角がそれぞれ等しい
(二辺の比夾角相等)
- (3) 対応する 2 角がそれぞれ等しい
(二角相等)

本来これらは証明すべき事柄ですが、ここでは飛ばしてしまい、これらを利用することに照準を合わせます。証明が気になる人は数学 (上) を参照すること。