

Ⅲ 次の20問題を解答せよ。(解答欄に1つだけマークすること。)

Ⅲ-1 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ は、次のどれか。

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

Ⅲ-2 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \log \frac{e^{n+1}}{e^n + 2^n}$ は、次のどれか。ただし、対数は自然対数とし、 e は自然対数の底とする。

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ e

Ⅲ-3 $\tan^{-1}(2 + \sqrt{7}) + \tan^{-1}(2 - \sqrt{7})$ の値は、次のどれか。

- ① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{8}$ ③ $\frac{\pi}{6}$ ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{3}$

Ⅲ-4 関数 $y = \sin x - \cos x$ の第10次導関数は、次のどれか。

- ① $\sin x + \cos x$ ② $-\sin x + \cos x$ ③ $-\sin x - \cos x$
④ $\sin x - \cos x$ ⑤ $2 \cos x$

Ⅲ－5 関数 $y = \log(1+x)$ をマクローリン展開したとき、その展開式の x^4 の係数は次のどれか。ただし、対数は自然対数とする。

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{4!}$ ③ 1 ④ $\frac{1}{4!}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

Ⅲ－6 微分方程式 $y' - 3x^2y = 0$ を初期条件「 $x=0$ のとき $y=1$ 」のもとで解くと、その解は次のどれか。ただし、 e は自然対数の底とする。

- ① $y = e^{x^2}$ ② $y = e^{2x^2}$ ③ $y = e^{3x^2}$
④ $y = e^{x^3}$ ⑤ $y = e^{2x^3}$

Ⅲ－7 関数 $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x + 4$ について、正しくないものは次のどれか。

- ① $f(x)$ は極大値をもたない。
② $f(x)$ は $x=1$ のとき極小値 7 をとる。
③ $f(x)$ の最小値は -20 である。
④ $f(x)$ のグラフは異なる 2 つの変曲点をもつ。
⑤ 方程式 $f(x) = 0$ は 2 つの異なる実数解をもつ。

Ⅲ-8 広義積分 $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ の値は、次のどれか。

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

Ⅲ-9 2変数関数 $z = \cos x \sin y$ に対し、 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$ は次のどれか。

- ① $\cos(x+y)$ ② $\cos(x-y)$ ③ $\sin(x+y)$
④ $\sin(x-y)$ ⑤ 0

Ⅲ-10 重積分 $\iint_D (x+2y) dx dy$ の値は、次のどれか。

ただし、 $D: 1 \leq x \leq 3, 2 \leq y \leq 3$ とする。

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

Ⅲ-11 複素数 $\left\{ \frac{(1+2i)(3-i)}{(1-2i)(1+i)} \right\}^2$ の絶対値は、次のどれか。ただし、 $i = \sqrt{-1}$ とする。

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Ⅲ-12 2つのベクトル $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ について、ベクトル

$s\mathbf{a} + \mathbf{b}$ と $\mathbf{a} + t\mathbf{b}$ が直交するとき、スカラー s と t の関係式は次のどれか。

- ① $2s - 3t = 0$ ② $3s - t = 0$ ③ $4s + t = 0$
④ $5s + 3t = 0$ ⑤ $6s + 5t = 0$

Ⅲ-13 行列 $A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ と $B = \begin{pmatrix} b & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ が等式 $AB \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

を満たすとき、 a と b の値は次のどれか。

- ① $a = -\frac{1}{5}$, $b = 4$ ② $a = -\frac{1}{3}$, $b = 4$ ③ $a = -\frac{1}{3}$, $b = 3$
④ $a = -1$, $b = 2$ ⑤ $a = -2$, $b = 0$

Ⅲ-14 ベクトル $\begin{pmatrix} t-2 \\ 2t \\ 1 \end{pmatrix}$ の大きさを最小にする t の値は、次のどれか。

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

Ⅲ-15 3次元ユークリッド空間のベクトルについて、次の命題のうち正しくないものはどれか。

- ① 1つのベクトルが1次独立であるための必要十分条件は、それが零ベクトルでないことである。
- ② 零ベクトルでない2つのベクトルは、なす角が 0° より大きく 180° より小さいならば1次独立である。
- ③ 零ベクトルでない3つのベクトルは、どの2つのベクトルのなす角も 0° より大きく 180° より小さいならば1次独立である。
- ④ 互いに直交している零ベクトルでない3つのベクトルは1次独立である。
- ⑤ 4つのベクトルは常に1次従属である。

Ⅲ-16 x, y, z に関する連立1次方程式
$$\begin{cases} x + 3y - z = 1 \\ 3x + 4y + 7z = 1 \\ x - 2y + 9z = a \end{cases}$$
 が解をもつとき、

a の値は次のどれか。

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

Ⅲ-17 行列式により与えられる方程式
$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & x \\ x & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & x & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0$$
 の自然数の解は、次のどれか。

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Ⅲ-18 行列 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ に1回の行基本変形を行っただけでは得られない行列は、

次のどれか。

① $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

Ⅲ-19 行列 $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ の逆行列は、次のどれか。

① $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -7 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Ⅲ-20 行列 $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 4 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ の正の固有値は、次のどれか。

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5