

【A】 数学

Ⅲ 次の20問題を解答せよ。(解答欄に1つだけマークすること。)

Ⅲ-1 発散する(収束しない)数列は、次のどれか。

- ①  $\left\{ \frac{n-1}{n^2+1} \right\}$       ②  $\left\{ \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \right\}$       ③  $\left\{ 1 + (-1)^n \right\}$   
 ④  $\left\{ \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n \right\}$       ⑤  $\left\{ \frac{\sin n\theta}{n} \right\}$  ( $\theta$ は定数)

Ⅲ-2 2つの微分可能な関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  に対して,  $\{f(x)\}^2 g(x)$  の導関数は次のどれか。

- ①  $2f'(x) f(x) g(x) + \{f(x)\}^2 g'(x)$   
 ②  $2f'(x) f(x) g'(x) + \{f(x)\}^2 g'(x)$   
 ③  $\{f'(x)\}^2 g(x) + \{f(x)\}^2 g'(x)$   
 ④  $\{f'(x)\}^2 g(x) + 2f'(x) f(x) g'(x)$   
 ⑤  $\{f'(x)\}^2 g(x) + 2f'(x) f(x) g(x)$

Ⅲ-3 関数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$  に関して、次の命題のうち正しいものはどれか。

- ①  $a = 0$  のとき,  $f(x)$  は連続となる。  
 ②  $a = 1$  のとき,  $f(x)$  は連続となる。  
 ③  $a$  の値にかかわらず,  $f(x)$  は連続となる。  
 ④  $a$  の値にかかわらず,  $f(x)$  は連続でない。  
 ⑤  $a$  の値にかかわらず,  $f(x)$  の連続性の判定はできない。

Ⅲ-4  $\sin\left(2\cos^{-1}\frac{1}{5}\right)$ の値は、次のどれか。

- ①  $\frac{2}{5}$     ②  $\frac{\sqrt{6}}{5}$     ③  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$     ④  $\frac{2\sqrt{6}}{25}$     ⑤  $\frac{4\sqrt{6}}{25}$

Ⅲ-5  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\int_{\pi}^x t \sin \frac{t}{2} dt}{x - \pi}$ の値は、次のどれか。

- ①  $\pi$     ②  $1$     ③  $0$     ④  $-1$     ⑤  $-\pi$

Ⅲ-6 関数  $f(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 0 & 2x & 2 \\ 3 & 3 & 3x \end{vmatrix}$  が極小となるときの  $x$  の値は、次のどれか。

- ①  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$     ②  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$     ③  $0$     ④  $\frac{1}{\sqrt{2}}$     ⑤  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ⅲ-7 関数  $y = xe^x$  をマクローリン展開するとき、その展開式の  $x^n$  ( $n \geq 1$ ) の係数は次のどれか。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

- ①  $(n-1)!$     ②  $n!$     ③  $\frac{1}{(n-1)!}$     ④  $\frac{1}{n!}$     ⑤  $1$

Ⅲ-8 曲線  $y = \sqrt{x^3}$  と  $x$  軸および直線  $x = 1$  とで囲まれた部分を、 $x$  軸の周りに回転させて得られる回転体の体積は、次のどれか。

- ①  $\pi$     ②  $\frac{\pi}{2}$     ③  $\frac{\pi}{3}$     ④  $\frac{\pi}{4}$     ⑤  $\frac{\pi}{5}$

Ⅲ-9 微分方程式  $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^3}$  を初期条件「 $x=1$  のとき、 $y=1$ 」のもとで解くと、

その解は次のどれか。

- ①  $y = \frac{3x^2}{x^2 + 2}$     ②  $y = \frac{2x^2}{3x^2 - 1}$     ③  $y = -\frac{2x^2}{x^2 - 3}$   
④  $y = \frac{x^2}{2x^2 - 1}$     ⑤  $y = \frac{2x^2}{x^2 + 1}$

Ⅲ-10 広義積分  $\int_1^{\infty} \frac{1}{x(x+1)} dx$  の値は、次のどれか。

- ① 1    ② 2    ③  $\log 2$     ④  $\log 3$     ⑤ 存在しない

Ⅲ-11 2変数関数  $z = e^x \sin y$  に対して、 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  は次のどれか。ただし、 $e$

は自然対数の底とする。

- ① 0    ② 1    ③  $e^x \sin y$     ④  $e^x \cos y$     ⑤  $e^x (\sin y + \cos y)$

Ⅲ-12 閉領域  $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$  に対して、 $\iint_D (x + ay) dx dy = 1$  となるとき、

定数  $a$  の値は次のどれか。

- ① 0    ② 1    ③ 2    ④ 3    ⑤ 4

Ⅲ-13 複素数  $z$  に関する2次方程式  $z^2 + 2iz - 2 = 0$  の解は、次のどれか。ただし、 $i = \sqrt{-1}$  とする。

- ①  $1 \pm i$     ②  $-1 \pm i$     ③  $i \pm 1$     ④  $-i \pm 1$     ⑤ 解なし

Ⅲ-14 3次元空間の3点 $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 1)$ ,  $(x, 1, y)$ が一直線上にあるとき,  
 $x, y$ の値は次のどれか。

①  $x = 0, y = 4$       ②  $x = 0, y = 5$       ③  $x = 1, y = 3$

④  $x = 1, y = 4$       ⑤  $x = 2, y = 3$

Ⅲ-15 3次元空間の2つのベクトル $(1, -2, 3)$ ,  $(3, -2, 1)$ の両方に垂直な単位  
ベクトルで、成分がすべて正のものは次のどれか。

①  $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$       ②  $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$       ③  $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$

④  $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$       ⑤  $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

Ⅲ-16 3つの行列  $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & x \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & x \end{pmatrix}$ が  $AB + C = O$  を満たす

とき、 $x$ の値は次のどれか。ただし、 $O$ は零行列とする。

①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $2$

Ⅲ-17  $n$ 次正方行列  $A$  について同値でない命題は、次のどれか。

①  $A$  は正則である。

②  $A$  の行列式の値は  $0$  でない。

③  $A$  の階数は  $n$  である。

④  $A$  のすべての固有値の積は  $0$  となる。

⑤  $AB = E$  となる  $n$ 次正方行列  $B$  が存在する。ただし、 $E$  は  $n$ 次単位行列とする。

Ⅲ-18 行列式  $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & -5 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$  の値は、次のどれか。

①  $0$       ②  $1$       ③  $2$       ④  $3$       ⑤  $4$

Ⅲ-19 連立方程式 
$$\begin{cases} \lambda x + y + z = 0 \\ x - \lambda y + z = 0 \\ x + y - \lambda z = 0 \end{cases}$$
 が  $x = y = z = 0$  以外の解をもつとき、実数  $\lambda$  の値

は次のどれか。

- ①  $-1$     ②  $-\frac{1}{2}$     ③  $0$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $1$

Ⅲ-20 行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  について、 $A^2$  の大きい方の固有値は次のどれか。

- ①  $2$     ②  $4$     ③  $8$     ④  $16$     ⑤  $32$