

数学実戦講義 BASIC

確認テスト

第6回 数の理論

(試験時間30分)

数理科学研究会
野口 修編

6・1 次の各問いに答えよ。(解答には理由・式変形も記すこと。)

- (1) 方程式 $3x - 5y = 2$ の整数解をすべて求めよ。
- (2) 方程式 $6x + 21y = 5$ の整数解をすべて求めよ。
- (3) 方程式 $17x + 25y = 1$ の整数解をすべて求めよ。

6・2 次の各問いに答えよ。(解答には理由・式変形も記すこと。)

- (1) 方程式 $xy + x - 2y - 6 = 0$ の整数解をすべて求めよ。
- (2) 方程式 $2xy + 3x - y - 4 = 0$ の整数解をすべて求めよ。
- (3) 方程式 $xyzw = x + y + z + w$ の自然数解をすべて求めよ。

6・3 次の各問いに答えよ。(解答には説明も記すこと。)

(1) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ が無理数であることを証明せよ。

(2) ω を1の虚立方根の1つとすると、もう1つの虚立方根は ω^2 とかけることを証明せよ。

6・4 次の各問いに答えよ。(解答には説明も記すこと。)

(1) a, b, n を整数とすると、 $a \equiv b \pmod{n}$ とはどうか。定義を述べよ。

(2) $a \equiv a', b \equiv b' \pmod{n}$ のとき
 $a \equiv a', b \equiv b' \pmod{n}$
が成り立つことを証明せよ。

(3) 任意の整数 n に対して、
 $2n^2 + 3n + 5$
は3で割り切れないことを証明せよ。