2. 誤差と精度

2.1 誤差の種類

誤差とは，真の値と測定値のずれ

誤差＝測定値－真の値，　誤差率＝誤差／真の値

要因によって３つに分類できる。

(1) 系統誤差

主に平均の偏りとして現れる。あらかじめ偏りを調べておけば補正できる。

計測器の狂い、精度　.........機器誤差

→ 定期的な測定器の校正検査を実施し，調整修正

測定時の環境によるもの......理論誤差

→ 理論計算式を用いて計算補正する.

測定者の傾向　..................個人誤差

→ 感触社の教育・訓練．複数の測定者による結果の照合

(2) 偶然誤差

つきとめられない原因による値のばらつき。
同じ測定を行っても値が変わる。統計的な処理が必要。

(3) 過失誤差

異常な値として現れる。ただし異常だからまちがいだとは限らない。
測定時に十分な注意を払うこと，得られた測定値に対して棄却検定を行うことで回避.

2.2 測定値の統計的分布

偶然誤差は制御できない誤差　→　測定のたびに大きさや符号が不規則に変化
→　しかし，測定を繰り返すと誤差の発生に規則性あり

誤差の３公理

公理１　同じ大きさの正または負の誤差は同じ確率で起こる.

公理２　絶対値の小さい誤差は，大きな誤差よりも頻繁に起こる.

公理３　絶対値がある程度以上の大きさの誤差は起こらない.

過失誤差や系統的誤差が正しく回避された場合の測定値の分布　→　次ページ

過失なく同じ測定を無限回繰り返して実施し，測定値とその測定される頻度の関係を整理すると図 2.1 のようになることが知られている。測定値のばらつき（偶然誤差）により，測定頻度の分布はなだらかな山形の広がりを示す。

母平均 m： 仮想的な無限個の全ての測定値 M_i の集まりを母集団といい，母集団の平均を母平均と呼ぶ。

$$\overline{M} = \frac{1}{n}\sum M_i \qquad m = \lim_{n\to\infty}\overline{M}$$

偏り＝母平均－真の値＝ $m - X$ ： 真の値と，測定値の最も確からしい量（最確値，頻度が最大になる測定値）とのずれ量

偏差＝測定値－母平均＝ $M_i - m$

偶然誤差は制御できない誤差 → 測定のたびに大きさや符号が不規則に変化する。

しかし，測定を何度も繰り返すと規則性が認められ，測定値の分布は図 2.2 のような様相を示す。

測定値の分布＝正規分布，あるいは Gauss 分布となる．

$$f(M_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(M_i - m)^2}{2\sigma}\right\}$$

式中の σ は曲線の広がり，つまり ばらつき の大きさを表し， 標準偏差 （standard deviation）と呼ばれる．

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum (M_i - m)^2}$$

ただし， $N = n \to \infty$ である．
σ も母集団に対する量で直接求めることは難しいので，推定値として試料標準偏差 s が用いられる．

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum (M_i - \bar{M})^2}$$

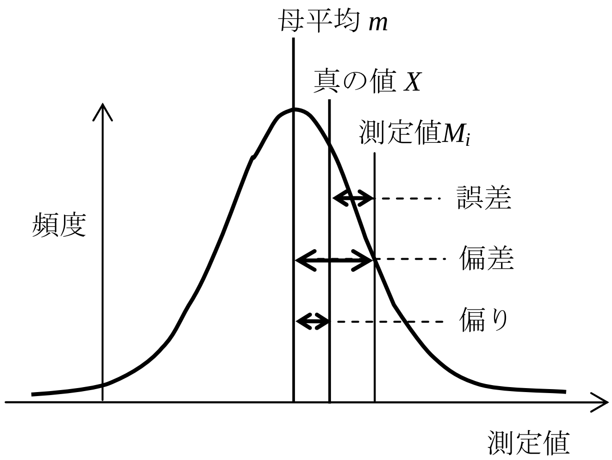


図 2.1 測定値の頻度分布

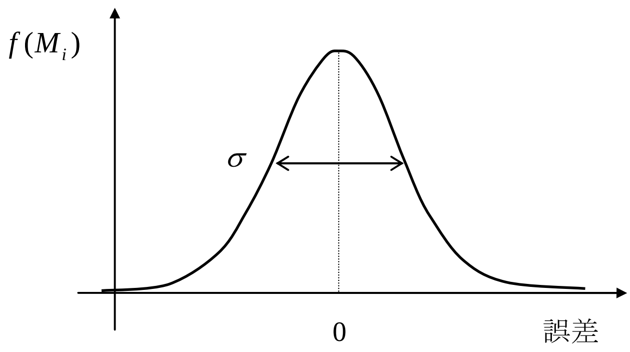


図 2.2 偶然誤差の分布と発生確率

2.3 精度 accuracy

偏りの小さき …… 正確さ，正確度 accuracy

ばらつきの小ささ …… 精密さ，精密度 precision

２つを合わせて， 精度 という。精度とは誤差の小ささの度合いである。

2.4 有効数字 significant figure

2.4.1 有効数字とは

（1）位取りを示す 0 を除き，意味のある数字。
　測定精度の（誤差の最大限度）の程度（オーダー）を表す。
　有効数字の桁数が多いほど，測定精度が高いことを示す。

（2）最大桁と最小桁

- 最大桁： 左側のゼロでない数字 → 0.00589
- 最小桁： 小数点のない場合 → 最も右方のゼロでない数字 → 456900
  小数点のある場合 → ゼロを含む最も右方の数字 → 4.5690

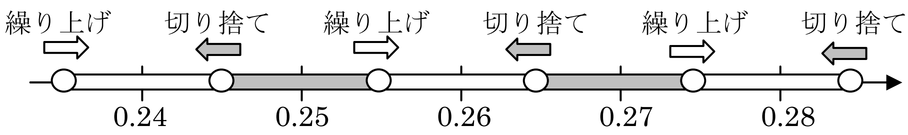
（3）有効桁数

- 最大桁と最小桁の間 → 0.00589（有効桁 3 桁）， 2600（有効桁 2 桁）

2.4.2 数値の丸め方（JIS Z8401）

- 基本的に，「四捨五入」を用いると考えて良い。
- ただし，繰り上げ，切り捨てのちょうど境目の値となる数値では，数値が偶数になるようにすることが推奨されている（規則 A）。

0.245 → 0.24　　0.255 → 0.26　　0.265 → 0.26　　0.275 → 0.28



備考：上記で処理すると，境界の数値において，繰り上げと切り捨ての処理を交互に行うことになり，発生確率を等しくすることができる。
（そうしないと）

- 同じ数値を丸めるとき，一度に処理する。繰り返して処理しない。
  悪い例） ×0.2545 → 0.255 → 0.26
  良い例） 0.2545 → 0.25

- 計算機による処理が普及していることから，通常の四捨五入も容認されている（規則 B）。どちらの方法を使っても良いが，同時に使用せずに，どちらか一方のみを使うようにする。

参照 2.4.2 数値の丸め方（JIS Z8401, 1999, ISO31-0, 1992）

a) 丸めるとは，与えられた数値を，ある一定の丸めの幅の整数倍がつくる系列の中から選んだ数値に置き換えることである。この置き換えた数値を丸めた数値と呼ぶ。

例） 丸めの幅 0.1 整数倍 12.1, 12.2, 12.3, 12.4, …
　　丸めの幅 10 整数倍 1210, 1220, 1230, 1240, ….

b) 与えられた数値に最も近い整数倍が一つしかない場合には，それを丸めた数値とする。

例）	丸めの幅 0.1	与えられた数値	12.223	丸めた数値	12.2
		与えられた数値	12.251	丸めた数値	12.3
		与えられた数値	12.275	丸めた数値	12.3
	丸めの幅 10	与えられた数値	1222.3	丸めた数値	1220

c) 与えられた数値に等しく近い二つの隣り合う整数倍がある場合には，次の規則 A が用いられる。

規則A　丸めた数値として$\underline{\text{偶数倍}}$のほうを選ぶ。

例）	丸めの幅	0.1	与えられた数値	12.25	丸めた数値	12.2
			与えられた数値	12.35	丸めた数値	12.4
	丸めの幅	10	与えられた数値	1225.0	丸めた数値	1220
			与えられた数値	1235.0	丸めた数値	1240

規則B　丸めた数値として$\underline{\text{大きい整数倍}}$のほうを選ぶ。（通常の四捨五入と同じ）

例）	丸めの幅	0.1	与えられた数値	12.25	丸めた数値	12.3
			与えられた数値	12.35	丸めた数値	12.4
	丸めの幅	10	与えられた数値	1225.0	丸めた数値	1230
			与えられた数値	1235.0	丸めた数値	1240

備考：　規則 A が一般的には望ましい。一連の測定値をこの方法に従って処理すると丸めによる誤差が最小となるという利点がある。
規則 B は電算機の処理でよく用いられる。

2.4.3　有効数字の計算

（１）加減演算（＋，－）：　精度の悪い方の$\underline{\text{最小桁}}$を使用する。

$12.\underline{3}+2.56=14.\underline{9}$（←$14.\underline{86}$）　　$12.3-8.\underline{3}=4.\underline{0}$（←4）　　$12.0\underline{3}-2.5\underline{3}=9.5\underline{0}$（←9.5）

$1\underline{2}00-256=9.4\times10^2$（←$9\underline{4}4$），誤解されやすい

$\underline{1200}$全てが有効桁であることを示すには，1.200×10^3とすべき。

（２）乗除演算（＊，／）：　精度の悪い方の$\underline{\text{有効桁}}$を使用する。

$12.3*\underline{2.6}=32$（←$\underline{31}.98$）　　$\underline{1.3}/1.35=0.96$（←$0.\underline{96}2\ldots$）

$\underline{121}/0.1104=1.10\times10^3$（←$\underline{109}6.01\ldots$）